

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC/SP

ELISABETE MARCON MELLO

**A VISUALIZAÇÃO DE OBJETOS GEOMÉTRICOS POR
ALUNOS CEGOS: UM ESTUDO SOB A ÓTICA DE DUVAL**

DOUTORADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

SÃO PAULO

2015

ELISABETE MARCON MELLO

**A VISUALIZAÇÃO DE OBJETOS GEOMÉTRICOS POR
ALUNOS CEGOS: UM ESTUDO SOB A ÓTICA DE DUVAL**

Tese apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **DOUTORA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação da **Professora Doutora Maria José Ferreira da Silva**.

SÃO PAULO

2015

BANCA EXAMINADORA

A presente tese foi desenvolvida como parte do projeto internacional Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática em Ambientes Tecnológicos, PEA-MAT/DIMAT entre a Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP) e a Pontifícia Universidad Católica Del Peru (PUCP). Este projeto conta com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Tese por processos de foto copiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ **São Paulo e Data:** _____

*À minha família,
que esteve sempre ao meu lado e
foi minha força neste caminho*

AGRADECIMENTOS

A Deus, por todos os momentos.

À Professora Doutora Maria José Ferreira da Silva, pela atenção, paciência e competência com que orientou esta pesquisa.

Aos Professores Doutores Saddo Ag Almouloud, Ana Lucia Manrique, Miriam Godoy Penteado e Geraldo Eustáquio Moreira, por participarem da banca examinadora e por suas imprescindíveis contribuições que enriqueceram este trabalho.

Ao Amigo Amarildo Aparecido dos Santos, pelo apoio e companheirismo em todos os momentos.

A todos os professores do Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, pelos importantes ensinamentos.

Aos alunos e professores que aceitaram participar das entrevistas e cuja contribuição foi essencial para realização deste trabalho.

À minha família, pelo incentivo e compreensão em todos os momentos de desatenção e ausência.

À CAPES, pela bolsa de estudos concedida.

À todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.

A Autora

*Ainda que eu falasse
as línguas dos homens e dos anjos,
mesmo que eu conhecesse
todos os mistérios e toda a ciência,
sem amor, eu nada seria.*

(Coríntios 13, 1-2)

MELLO, Elisabete Marcon. **A Visualização de Objetos Geométricos por Alunos Cegos: um estudo sob a ótica de Duval.** Tese (doutorado em Educação Matemática). PUC/SP, São Paulo, Brasil. 2015.

RESUMO

Esta tese teve por objetivo investigar como alunos cegos visualizam objetos geométricos, embasada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, Visão e Visualização de Raymond Duval. Verificando os documentos oficiais que determinam os rumos da educação, constatamos que eles estabelecem que as crianças e jovens com necessidades educacionais especiais devem ter acesso às escolas, preferencialmente na rede regular de ensino, que devem estar adequadas a eles, tanto material quanto pedagogicamente. Nesse sentido, realizamos um estudo de caso em uma escola pública estadual da cidade de Santo André, São Paulo, que tem alunos cegos frequentando as salas de aula comuns. Por meio de entrevistas, investigamos como alunos cegos congênitos reconhecem e trabalham com representações de objetos geométricos e quais as possibilidades desse aluno criar suas próprias representações no papel. Verificamos que os alunos entrevistados identificaram figuras geométricas planas, representadas em relevo, no papel, reconhecendo suas formas, mas não reconheceram representações de sólidos geométricos em perspectiva, pois o contorno desses objetos não corresponde ao contorno de sua representação no papel. Constatamos a necessidade de ensinar a visualizar, é preciso que o aluno cego aprenda a identificar em cada representação o objeto representado, esse reconhecimento não é automático, mas pode ser aprendido. Observamos que a ordem de percepção pelo tato é diferente quando o aluno cego tem um objeto concreto em suas mãos e quando tem uma representação deste objeto em relevo no papel. Quando o aluno cego tem um objeto concreto em suas mãos, e este objeto lhe é familiar, ele reconhece o todo, sem necessidade de observar as partes, mas, quando a representação está em relevo no papel, mesmo que o aluno conheça o objeto representado, ele visualiza primeiro as partes para depois visualizar o todo. Nas entrevistas, presenciemos momentos em que alunos atingiram as apreensões perceptiva, operatória e discursiva, apesar de apresentarem um repertório muito limitado de termos geométricos. Um dos alunos operou a desconstrução dimensional das formas e pôde “ver” matematicamente, como mencionado por Duval (2011). Nenhum dos alunos que entrevistamos já havia construído ou desenhado figuras geométricas de forma que pudesse reconhecê-las, portanto, a apreensão sequencial, que tem por objetivo a construção de figuras geométricas, não foi observada durante nossa investigação. Procurando preencher essa lacuna, propomos a criação da Prancheta de Desenho em Relevo Positiva, com a qual um aluno cego tem a possibilidade de desenhar e sentir o desenho em relevo no papel.

Palavras-chave: Visualização. Alunos cegos. Registros de representação semiótica. Objetos geométricos. Inclusão.

ABSTRACT

This thesis aimed to investigate how blind students visualize geometric objects, based on the Theory of Semiotics Representation, Vision and View Registers of Raymond Duval. Checking the official documents that determine the course of education, we found that they establish that children and young people with special educational needs must have access to schools, preferably in the regular school system, which must be suitable to them, both materially and educationally. So, we performed a case study in a public school in the city of Santo André, São Paulo, which has blind students attending ordinary classrooms. Through interviews, we investigated how congenitally blind students recognize and work with representations of geometric objects and what are the possibilities of these students create their own representations on paper. We found that the interviewed students identified flat geometric figures embossed on paper, recognizing their forms, but didn't recognize the geometric solids representations in perspective, because the outline of these objects does not match with their outline on paper. We note the need to teach how to visualize, it is necessary that the blind students learn how to identify the represented object in each representation, this recognition is not automatic but it can be learned. We noted that the order of perception by touching is different when the blind student has a concrete object in his hands and when it has a representation of this object embossed on paper. When the blind student has a concrete object in his hands, and this object is familiar to him, he recognizes the entire object without the need to observe the parts, but when the representation is embossed on paper, even if the student knows the represented object, he visualizes the parts first and then the entire object. In the interviews, we witnessed times when the students reached the perceptual, operative and discursive apprehensions, despite having a very limited repertoire of geometric terms. One of the students operated the dimensional deconstruction of the forms and could "see" mathematically, as mentioned by Duval (2011). None of the students we interviewed had ever built or designed geometric figures in a way that after they could recognize them, so the sequential apprehension that aims at the construction of geometric figures was not observed during our investigation. Seeking to fill this gap, we propose the creation of the Drawing on Positive Relief Clipboard, with which a blind student has the possibility to design and feel the design embossed on paper.

Key-words: Visualization. Blind student. Semiotic representation register. Geometric objects. Inclusion.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: REPRESENTAÇÃO EM BRAILLE DAS LETRAS DO ALFABETO	22
FIGURA 2: REPRESENTAÇÃO EM BRAILLE DOS NÚMEROS DE 1 A 10	23
FIGURA 3: REGLETE.....	24
FIGURA 4: MÁQUINA DE ESCREVER EM BRAILLE	24
FIGURA 5: CUBARITMO E SUAS PEÇAS	25
FIGURA 6: SOROBAN ADAPTADO PARA CEGOS.....	25
FIGURA 7: ILUSTRAÇÃO DE REPRESENTAÇÃO DE FRAÇÃO DO LIVRO DIDÁTICO A TINTA E EM BRAILLE	27
FIGURA 8: EXERCÍCIO EXTRAÍDO DO LIVRO DIDÁTICO DO 3º ANO ENSINO MÉDIO	27
FIGURA 9: EXERCÍCIO EXTRAÍDO DO LIVRO DIDÁTICO DO 3º ANO ENSINO MÉDIO EM BRAILLE.....	28
FIGURA 10: LIVRO DIDÁTICO EM BRAILLE.....	28
FIGURA 11 - PLANO APRESENTADO NO CADERNO DO ALUNO EM BRAILLE - ITEM B	29
FIGURA 12: DESENHO DE UMA ÁRVORE	34
FIGURA 13: ALGODÃO DOCE, SORVETE E ESPANADOR	34
FIGURA 14: ILUSTRAÇÃO DE UM BONÉ	35
FIGURA 15: ILUSTRAÇÃO DE PÁSSARO	35
FIGURA 16: REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA DE NÚMEROS RACIONAIS EM BRAILLE.....	39
FIGURA 17: REPRESENTAÇÃO DO NÚMERO DOIS EM BRAILLE	40
FIGURA 18: REPRESENTAÇÃO DO ALGARISMO DOIS NA FRAÇÃO DOIS TERÇOS EM BRAILLE	40
FIGURA 19: DIFERENÇA DE REPRESENTAÇÃO EM BRAILLE	41
FIGURA 20: ESCRITA EM BRAILLE DE $\log_3 9$	43
FIGURA 21: DESCRIÇÃO DOS CARACTERES EM BRAILLE DA MATRIZ A	43
FIGURA 22 - GRÁFICO APRESENTADO NO LIVRO DIDÁTICO A TINTA E EM BRAILLE	44
FIGURA 23 - MATERIAL UTILIZADO PARA REPRESENTAR O PLANO CARTESIANO.....	44
FIGURA 24 - QUESTÃO DE AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA SEESP	45
FIGURA 25 - REPRESENTAÇÃO EM RELEVO DE UM CUBO	47
FIGURA 26 - APREENSÃO DISCURSIVA - REPRESENTAÇÃO DE UM CUBO	47
FIGURA 27 - APREENSÃO OPERATÓRIA - MODIFICAÇÃO MEREOLÓGICA	48
FIGURA 28 - REPRESENTAÇÃO DE UM PARALELOGRAMO	51
FIGURA 29: MULTIPLANO	59
FIGURA 30: ALUNO 1 E ALUNO 2 OBSERVANDO AS FIGURAS DA QUESTÃO 5	83
FIGURA 31: ALUNO 2 REPRESENTANDO O TRIÂNGULO COM O CANTO DA FOLHA DE SULFITE	84
FIGURA 32: ALUNO 1 E ALUNO 2 EXAMINANDO A PIRÂMIDE DE BASE QUADRADA	90
FIGURA 33: OBJETOS UTILIZADOS NA PRIMEIRA PARTE DA ENTREVISTA	93
FIGURA 34: FIGURAS GEOMÉTRICAS EM MADEIRA	93
FIGURA 35: ALUNO 3 OBSERVANDO A FIGURA DO QUADRADO E DO RETÂNGULO DE MADEIRA.....	94

FIGURA 36: ALUNO 3 COMPARANDO ÂNGULOS DA FIGURA DO QUADRADO COM A DO TRIÂNGULO	95
FIGURA 37: REPRESENTAÇÃO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS DESENHADOS EM PERSPECTIVA	95
FIGURA 38: ALUNO 3 OBSERVANDO A FIGURA DE UM CUBO EM RELEVO NO PAPEL.....	96
FIGURA 39: REPRESENTAÇÃO DA PIRÂMIDE COMO SENDO UM RETÂNGULO COM UMA CRUZ NO MEIO – ALUNO 4.....	96
FIGURA 40: REPRESENTAÇÃO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS EM MADEIRA	97
FIGURA 41: ALUNO 3 OBSERVANDO A REPRESENTAÇÃO DA PIRÂMIDE EM MADEIRA	97
FIGURA 42: ALUNO 4 MANIPULANDO REPRESENTAÇÕES DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS EM MADEIRA	98
FIGURA 43: REPRESENTAÇÃO DE UM PARALELEPÍPEDO	99
FIGURA 44: ALUNO 3 RELACIONANDO A FIGURA EM RELEVO DO CILINDRO À SUA REPRESENTAÇÃO EM MADEIRA.....	100
FIGURA 45: MODELOS DE REPRESENTAÇÃO DE UM CUBO	101
FIGURA 46: MODELOS DE REPRESENTAÇÃO DE UMA PIRÂMIDE DE BASE QUADRADA	102
FIGURA 47: MODELOS DE REPRESENTAÇÃO DE UM PARALELEPÍPEDO.....	102
FIGURA 48: MODELO ESCOLHIDO PELO ALUNO 3 PARA REPRESENTAR UM CUBO	103
FIGURA 49:MODELO ESCOLHIDO PELO ALUNO 3 PARA REPRESENTAR UMA PIRÂMIDE DE BASE QUADRADA.....	104
FIGURA 50: MODELO ESCOLHIDO PELO ALUNO 3 PARA REPRESENTAR UM PARALELEPÍPEDO	104
FIGURA 51: OPÇÕES DE REPRESENTAÇÃO DO CUBO PARA O ALUNO 3.....	105
FIGURA 52: OPÇÕES DE REPRESENTAÇÃO DA PIRÂMIDE DE BASE QUADRADA PARA O ALUNO 3	105
FIGURA 53: OPÇÕES DE REPRESENTAÇÃO DE UM PARALELEPÍPEDO PARA O ALUNO 3.....	106
FIGURA 54 - ALUNO 3 ESCOLHENDO UMA REPRESENTAÇÃO EM RELEVO PARA UM PARALELEPÍPEDO.....	106
FIGURA 55 - ALUNO 4 RELACIONANDO O MODELO DE UM CUBO COM FIGURAS EM RELEVO.....	107
FIGURA 56 - MODELO ESCOLHIDO PELO ALUNO 4 PARA REPRESENTAR UM CUBO	108
FIGURA 57 - ALUNO 4 - MODELO ESCOLHIDO PARA REPRESENTAR UMA PIRÂMIDE DE BASE QUADRADA	108
FIGURA 58 – ALUNO 4 RELACIONANDO A REPRESENTAÇÃO DE UMA PIRÂMIDE COM FIGURAS EM RELEVO	108
FIGURA 59 - MODELO ESCOLHIDO PELO ALUNO 4 PARA REPRESENTAR UM PARALELEPÍPEDO	109
FIGURA 60 - OPÇÕES DE REPRESENTAÇÃO DE UM CUBO PARA O ALUNO 4	109
FIGURA 61 - ALUNO 4 - OPÇÕES DE REPRESENTAÇÃO DE UMA PIRÂMIDE DE BASE QUADRADA.....	110
FIGURA 62 - ALUNO 4 - OPÇÕES DE REPRESENTAÇÃO DE UM PARALELEPÍPEDO.....	110
FIGURA 63 - ALUNOS 3 E 4 - REPRESENTAÇÃO DE UMA PIRÂMIDE DE BASE QUADRADA	111
FIGURA 64 - ALUNO 4 IDENTIFICANDO OS ELEMENTOS DE UMA PIRÂMIDE EM REPRESENTAÇÃO EM RELEVO.....	112
FIGURA 65 - ALUNO 3 - PRIMEIRA INDICAÇÃO PARA REPRESENTAÇÃO DA ALTURA DE UMA PIRÂMIDE.....	112
FIGURA 66 - ALUNO 3 - SEGUNDA INDICAÇÃO PARA A REPRESENTAÇÃO DA ALTURA DE UMA PIRÂMIDE	113
FIGURA 67 - REPRESENTAÇÃO DE UM TRIÂNGULO NA REPRESENTAÇÃO DE UMA PIRÂMIDE	114
FIGURA 68 - INDICAÇÃO DA PARTE QUE FALTA EM UMA FIGURA	114
FIGURA 69: PRANCHETA, CARRETILHA E SULFITE	116
FIGURA 70 - ALUNO 3 DESENHANDO COM CARRETILHA	116
FIGURA 71 - DESENHOS DO ALUNO 3.....	117
FIGURA 72 - REPRESENTAÇÃO DE UM TRIÂNGULO DO ALUNO 3.....	117

FIGURA 73 - ALUNO 3 UTILIZANDO O GEOPLANO.....	118
FIGURA 74 - REPRESENTAÇÃO DE TRIÂNGULOS.....	119
FIGURA 75 - PRIMEIRA OPÇÃO DE MARCAÇÃO EM CHAPA DE ALUMÍNIO.....	120
FIGURA 76 - SEGUNDA OPÇÃO DE MARCAÇÃO EM CHAPA DE ALUMÍNIO.....	121
FIGURA 77 - PRANCHETA EM RELEVO	121
FIGURA 78 - ADAPTAÇÃO DA BORRACHA PARA PRESSIONAR O PAPEL CONTRA A PRANCHETA	122
FIGURA 79 - CARRETILHA COM RODINHA DE BORRACHA	122
FIGURA 80 - PRANCHETA EM RELEVO E CARRETILHA DE BORRACHA.....	122
FIGURA 81 - ESBOÇO DO COMPASSO E DA CANETA COM PONTA DE BORRACHA ROLANTE.....	123
FIGURA 82 - PRANCHETA DE DESENHO GEOMÉTRICO EM RELEVO	124

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	O ALUNO CEGO E AS REPRESENTAÇÕES NA ESCOLA	17
2.1	A INCLUSÃO ESCOLAR	17
2.2	O SISTEMA BRAILLE E OS CÓDIGOS MATEMÁTICOS	22
2.3	O LIVRO DIDÁTICO EM BRAILLE E O USO DO COMPUTADOR	26
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	31
3.1	REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA	31
3.2	VISÃO E VISUALIZAÇÃO	46
4	PROBLEMÁTICA	55
4.1	JUSTIFICATIVA	55
4.2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	58
4.3	DELIMITAÇÃO DO PROBLEMA	68
4.4	METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	72
5	O ESTUDO	75
5.1	DESCRIÇÃO DO ESTUDO	75
5.2	CONHECENDO A ESCOLA	76
5.3	PERFIL DOS ALUNOS ENTREVISTADOS	78
5.4	PRIMEIRA ENTREVISTA: A PERCEPÇÃO DE OBJETOS GEOMÉTRICOS	79
5.5	SEGUNDA ENTREVISTA: IDENTIFICAÇÃO DE OBJETOS GEOMÉTRICOS	92
5.6	TERCEIRA ENTREVISTA: A REPRESENTAÇÃO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS	101
5.7	QUARTA ENTREVISTA: RECONHECENDO ELEMENTOS DA PIRÂMIDE	111
5.8	QUINTA ENTREVISTA: CRIANDO SUAS PRÓPRIAS REPRESENTAÇÕES	115
5.9	DESENVOLVIMENTO DA PRANCHETA DE DESENHO EM RELEVO POSITIVA	120
5.10	RETOMANDO OS OBJETIVOS DA PESQUISA	124
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	129
	REFERÊNCIAS	135
	APÊNDICE A: QUESTÕES DA PRIMEIRA ENTREVISTA	139
	APÊNDICE B: FIGURAS GEOMÉTRICAS EM PERSPECTIVA	145
	APÊNDICE C: FIGURAS APRESENTADAS NA TERCEIRA ENTREVISTA	155
	APÊNDICE D: FIGURAS APRESENTADAS NA QUARTA ENTREVISTA	171

1 INTRODUÇÃO¹

Podemos observar que nos últimos anos a sociedade tem se preocupado com assuntos que, anteriormente, eram deixados para segundo plano. Os problemas ambientais e a acessibilidade de pessoas com deficiências são tópicos importantes na definição de projetos arquitetônicos, políticas públicas e também na educação. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, 1996) determina que a educação especial deve ser oferecida, preferencialmente, na rede regular de ensino assegurando o atendimento às necessidades desses alunos. Acreditamos que, para atendê-las e garantir educação de qualidade, além de infraestrutura e condições materiais, são necessários profissionais qualificados e estratégias diferenciadas.

Nesse sentido, Araujo (2011) afirma que os profissionais da educação precisam assumir uma postura acadêmico-científica que leve à reinvenção da educação; esse modelo de escola consolidado no século XIX tem, agora, também que dar conta de demandas e necessidades de uma sociedade democrática, inclusiva, permeada pelas diferenças e pautada no conhecimento inter, multi e transdisciplinar. O Censo Demográfico de 2010, divulgado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), nos mostra que mais de 45,6 milhões de brasileiros declaram ter alguma deficiência, sendo que mais de 6,5 milhões delas declararam ter dificuldade visual severa e mais de 506 mil informaram serem cegas.

Para entender esses dados, precisamos definir que deficiência visual é a redução ou perda total da capacidade de ver com o melhor olho após a correção ótica (BRASIL, 1998a), e pode se manifestar como cegueira (perda total da visão) ou visão reduzida, portanto, quando nos referimos a pessoas com deficiência visual estamos abordando tanto pessoas cegas quanto de baixa visão. O aluno com baixa visão consegue ler quando usamos uma fonte ampliada, geralmente fonte 24 ou 26, já o aluno cego necessita da escrita em Braille.

Vários documentos determinam que devemos assegurar à criança com deficiência visual o acesso efetivo à educação, à capacitação e às oportunidades de lazer de maneira que ela atinja a mais completa integração social e o maior desenvolvimento individual possível. Para isso as instituições escolares devem adotar medidas de flexibilização e dinamização do currículo para atender às necessidades educacionais especiais, adotando estratégias diversas

¹ Esta pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa da PUC/SP (nº 930.737 anexo).

e motivadoras. Muito bem, mas, dentro da sala de aula, como devemos agir e qual estratégia usar para fazer com que o aluno atinja essa integração e esse desenvolvimento? Especificamente em relação à matemática, o que se deve fazer? Quais cuidados se deve tomar? Não encontramos respostas a essas questões.

Sabemos que os problemas enfrentados por deficientes visuais na escola não se restringem à matemática, mas, alguns deles, são agravados por características específicas desta disciplina. A representação dos objetos matemáticos é um ponto crítico para os alunos que não contam com o recurso visual e algumas práticas, usadas para facilitar o aprendizado dos alunos com visão normal, não ajudam e podem até atrapalhar o de um aluno com deficiência visual, principalmente o aluno cego.

Quando nos referimos às representações, logo pensamos em um acesso visual mais rápido e direto aos objetos, mas como é a relação com essas representações quando não se conta com o sentido da visão? Os indivíduos cegos têm acesso aos objetos pelo tato e não pela visão, assim, as representações assumem um papel ainda mais essencial para eles, pois é por meio delas que eles têm acesso a muitos elementos que não estão acessíveis ao seu toque. Por exemplo: como o cego saberia como é um leão ou um edifício se não por meio de uma representação?

Documentos e leis determinam o que devemos fazer, mas não sabemos como fazer. Para definir como fazer é preciso definir também o porquê fazer. Para isso é necessário estudar e investigar, são necessárias pesquisas. Nosso trabalho pretende colaborar nesse sentido, investigando a relação do aluno cego com representações matemáticas, em especial representações geométricas.

Em relação à geometria, os PCN (BRASIL, 1998b) afirmam que por meio de conceitos geométricos o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite entender e representar, de maneira organizada, o mundo em que vive. Os objetos geométricos, assim como os demais objetos matemáticos, só são acessíveis por meio de suas representações, por isso Duval (1999) afirma que as representações semióticas desempenham um papel fundamental na atividade matemática.

A visualização em geometria está relacionada à maneira como se reconhece e interpreta objetos geométricos. Sem o recurso visual, por meio do tato, um aluno cego pode reconhecer esses objetos e resolver problemas de geometria? Muitas vezes na representação de objetos geométricos é usada a perspectiva, que induz a um efeito de profundidade, uma

ilusão de ótica, será que o aluno cego reconhece essa representação em relevo no papel? Em uma sala de aula, um aluno cego consegue criar suas próprias representações semióticas? Foram essas dúvidas que impulsionaram a escolha do tema desse trabalho, que tem como questão de pesquisa: “Como o aluno cego visualiza objetos geométricos?”.

Para responder essa questão, realizamos um estudo de caso em uma escola pública estadual da cidade de Santo André, São Paulo, que tem alunos cegos frequentando as salas de aula comuns. Nesse estudo, por meio de entrevistas, investigamos como o aluno cego reconhece e trabalha com representações de objetos geométricos e quais as possibilidades desse aluno criar suas próprias representações no papel. Nesse sentido, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, Visão e Visualização de Duval (1999) nos ajudou a elaborar e direcionar as entrevistas e também a analisar os resultados obtidos.

Esta tese está configurada em seis partes, tendo como primeira esta introdução. Na segunda parte, abordamos as bases da inclusão escolar, as formas de representação utilizadas pelo aluno cego na escola, como a escrita em Braille, o livro didático e o computador. Na terceira parte expomos a fundamentação teórica.

Na quarta parte apresentamos nossa problemática, em que expomos a justificativa do trabalho, a revisão bibliográfica, a delimitação do problema e a metodologia utilizada na pesquisa.

Na quinta parte destacamos o estudo realizado. Nele apresentamos a escola, os alunos que participaram da pesquisa e os resultados das entrevistas. Foram realizadas cinco entrevistas, no final das quais desenvolvemos uma prancheta de desenho em relevo para que o aluno cego possa construir suas próprias representações.

Por fim, apresentamos nossas considerações finais, em que fazemos uma síntese dos resultados da pesquisa e apresentamos nossas perspectivas em relação à continuidade desse estudo.

2 O ALUNO CEGO E AS REPRESENTAÇÕES NA ESCOLA

Neste capítulo, faremos alguns estudos iniciais a respeito da inclusão escolar de pessoas com necessidades educacionais especiais, apresentaremos o sistema Braille, utilizado para escrita e leitura por pessoas cegas e abordaremos o uso do livro didático em Braille e do computador.

2.1 A INCLUSÃO ESCOLAR

Segundo Vigotsky (1997), a educação surge em auxílio à criança com deficiência, criando técnicas artificiais, culturais, um sistema especial de signos ou símbolos culturais adaptados às peculiaridades da organização psicofisiológica dessa criança. O autor lembra que nos acostumamos com a ideia de que o homem lê com os olhos e fala com a boca, e somente o grande experimento cultural, que mostrou ser possível ler com os dedos e falar com as mãos, revela-nos todo o convencionalismo e a mobilidade das formas culturais de comportamento. Psicologicamente, a educação consegue inculcar na criança surda e na cega a fala e a escrita no sentido próprio dessas palavras. O importante é que a criança cega lê, assim como nós lemos, mas essa função cultural é garantida por um aparato psicofisiológico completamente diferente do nosso. No caso dos cegos, a escrita visual é substituída pela tátil, usando o sistema Braille que permite compor todo o alfabeto por meio de diferentes combinações de pontos em relevo. O cego pode ler, tocando esses pontos na página, e escrever, perfurando o papel e marcando nele pontos em relevo.

O autor afirma que o olhar tradicional partia da ideia de que a deficiência significa uma falha que limita e estreita o desenvolvimento da criança, o que era caracterizado, antes de mais nada, pelo ângulo da perda dessa ou daquela função. Para substituir essa compreensão, surge outra, que examina a dinâmica do desenvolvimento da criança com deficiência partindo da posição fundamental de que o defeito exerce uma dupla influência em seu desenvolvimento. Por um lado, o defeito é uma deficiência e atua diretamente como tal, produzindo falhas, obstáculos, dificuldades na adaptação da criança. Por outro lado, exatamente porque o defeito produz obstáculos e dificuldades no desenvolvimento e rompe o equilíbrio normal, ele serve de estímulo ao desenvolvimento de caminhos alternativos de adaptação, indiretos, que substituem ou superpõem funções para buscar compensar a deficiência e conduzir todo o sistema de equilíbrio rompido a uma nova ordem. Dessa

forma, o novo ponto de vista prescreve que se considere não apenas as características negativas da criança, não só suas faltas, mas também um retrato positivo de sua personalidade, que apresenta um quadro dos complexos caminhos indiretos do desenvolvimento. Para Vigotsky (1997), o desenvolvimento das funções psíquicas superiores é possível somente pelos caminhos do desenvolvimento cultural, seja ele pela linha do domínio dos meios externos da cultura (fala, escrita, aritmética), ou pela linha do aperfeiçoamento interno das próprias funções psíquicas. Tal desenvolvimento não depende da deficiência orgânica, pois para o autor o desenvolvimento cultural é a principal esfera em que é possível compensar a deficiência e que, quando não é possível avançar no desenvolvimento orgânico, abre-se um caminho sem limites para o desenvolvimento cultural.

Geralmente, não se contesta a importância da escola para o desenvolvimento cultural, mas ainda muito se discute sobre as escolas inclusivas, se é melhor o aluno com necessidades educacionais especiais estar nessas escolas ou ter um atendimento especializado em escolas especiais. Independente da resposta a esta questão, é imprescindível que se atenda às necessidades desses alunos quanto à educação, e vários documentos oficiais tentam garantir esse direito.

Na Assembleia Geral das Nações Unidas, em 20 de novembro de 1989, foi aprovada a Convenção Internacional sobre os Direitos da Criança com o intuito de proteger crianças e adolescentes de todo o mundo. Em seu artigo 23 (BRASIL, 1989), esse tratado reconhece que a criança com deficiência física ou intelectual deverá desfrutar de uma vida plena e decente em condições que garantam sua dignidade, favoreçam sua autonomia e facilitem sua participação ativa na comunidade. Atendendo às necessidades especiais da criança com deficiência visual, a assistência prestada será gratuita sempre que possível, e visará assegurar a essa criança o acesso efetivo à educação, à capacitação, aos serviços de saúde, aos serviços de reabilitação, à preparação para o emprego e às oportunidades de lazer, de maneira que atinja a mais completa integração social possível e o maior desenvolvimento individual factível, inclusive seu desenvolvimento cultural e espiritual.

Em 1990, durante a Conferência Mundial sobre Educação para Todos, realizada na cidade de Jomtien, na Tailândia, foi elaborada a Declaração Mundial sobre Educação para Todos (UNESCO, 1990), que fornece definições e novas abordagens a respeito das necessidades básicas de aprendizagem e busca estabelecer compromissos mundiais para garantir a todas as pessoas os conhecimentos básicos necessários a uma vida digna, tendo

em vista uma sociedade mais humana e mais justa. Em seu artigo 3 a declaração define que a educação básica deve ser proporcionada a todas as crianças, jovens e adultos e que, para tanto, é necessário universalizá-la e melhorar sua qualidade, assim como tomar medidas efetivas para reduzir as desigualdades. Destaca que as necessidades básicas de aprendizagem das pessoas com deficiências requerem atenção especial e que é preciso tomar medidas que garantam a essas pessoas a igualdade de acesso à educação, como parte integrante do sistema educativo.

Em junho de 1994, foi elaborada na Conferência Mundial sobre Educação Especial, na cidade de Salamanca, na Espanha, a Declaração de Salamanca (UNESCO, 1994) que é uma resolução adotada em Assembleia Geral por representantes de 88 governos e 25 organizações internacionais, que apresenta os procedimentos padrões das Nações Unidas para a equalização de oportunidades para pessoas com deficiências. Consta nessa declaração que cada criança tem o direito fundamental à educação e deve ter a oportunidade de conseguir e manter um nível aceitável de aprendizagem a partir de programas educativos que devem ser implementados visando a vasta diversidade de características, interesses, capacidades e necessidades de aprendizagem de cada criança. Assim, as crianças e jovens com necessidades educacionais especiais devem ter acesso às escolas regulares, que a elas devem se adequar por meio de uma pedagogia centrada na criança, capaz de ir ao encontro destas necessidades. O documento chama todos os governos a adotar o princípio da educação inclusiva, admitindo todas as crianças em escolas regulares e garantindo a formação de professores para isso.

Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998a), sugerem que o direito da pessoa à educação é resguardado pela política nacional de educação independentemente de gênero, etnia, idade ou classe social, o que garante que a inclusão escolar constitui uma proposta que representa valores simbólicos, condizentes com a igualdade de direitos e de oportunidades educacionais para todos, em um ambiente educacional favorável. A formação e a capacitação docente impõem-se como meta principal a ser alcançada na concretização do sistema educacional que inclui todos considerando que a diversidade entre os alunos nas instituições escolares requer medidas de flexibilização e dinamização do currículo para atender às necessidades educacionais especiais dos que apresentam deficiências, altas habilidades, condutas típicas de síndromes ou condições outras que venham a diferenciar a demanda de determinados alunos com relação aos demais colegas. Para atender essa diversidade, sugere que, entre outras medidas, se elabore

propostas pedagógicas baseadas na interação entre os alunos, se reconheça todos os tipos de capacidades presentes na escola, que os conteúdos sejam adequados aos diferentes ritmos de aprendizagem dos alunos, adotando estratégias diversas e motivadoras e que as avaliações tenham uma abordagem processual em função do progresso desses alunos e de suas potencialidades. Conforme os PCN (BRASIL, 1998a), a escola para todos requer um dinamismo curricular que permita ajustar o fazer pedagógico às necessidades dos alunos sugerindo adaptações curriculares que possibilitem atuar frente às dificuldades de aprendizagem.

Assim, em 2007, o Brasil assina a Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência (BRASIL, 2007), que é um Tratado Internacional de Direitos Humanos, aprovado na Assembleia Geral da ONU, em 13 de dezembro de 2006, com objetivo de promover, proteger e assegurar o exercício pleno e equitativo de todos os direitos humanos e liberdades fundamentais para todas as pessoas com deficiência, respeitando assim sua dignidade. Em relação à educação, a Convenção declara no artigo 24, que os participantes reconhecem o direito das pessoas com deficiência à educação e, para efetivar esse direito sem discriminação e com base na igualdade de oportunidades, assegurarão o sistema educacional inclusivo em todos os níveis, bem como o aprendizado ao longo de toda a vida, com o objetivo de proporcionar o pleno desenvolvimento do potencial humano e do senso de dignidade e autoestima, além do fortalecimento do respeito pelos direitos humanos, pelas liberdades fundamentais e pela diversidade humana. Para alunos com deficiência visual, tornarão disponível o aprendizado do Braille, escrita alternativa, modos, meios e formatos de comunicação aumentativa e alternativa, e habilidades de orientação e mobilidade, garantindo que a educação seja ministrada nas línguas e nos modos e meios de comunicação mais adequados ao indivíduo e em ambientes que favoreçam ao máximo seu desenvolvimento acadêmico e social.

Ao estudar os documentos oficiais, verificamos que eles convergem para a ideia de que as crianças e jovens com necessidades educacionais especiais devem ter acesso às escolas regulares, e que é preciso tomar medidas que garantam a igualdade de acesso à educação às pessoas com qualquer tipo de deficiência, como parte integrante do sistema educativo. É também o que determina a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, 1996) que, nos artigos 58 e 59, estabelece que a educação especial deve ser oferecida preferencialmente na rede regular de ensino e deve assegurar a esses educandos currículos,

métodos, técnicas, recursos educativos e organizações específicos para atender às suas necessidades.

Dados do Censo Escolar (BRASIL, 2015) indicam que no ano de 2014, de um total de quase 900 mil estudantes especiais, 698.768 estavam matriculados em classes comuns, o que, de acordo com o documento, representa um crescimento expressivo em relação às matrículas de alunos com deficiência na educação básica regular, pois em 1998, cerca de 200 mil pessoas estavam matriculadas na educação básica, mas apenas 13% delas estavam em classes comuns.

No entanto, para Mantoan e Prieto (2006, p. 54), há ausência de dados a respeito da quantidade de pessoas no Brasil que apresentam, de fato, necessidades educacionais especiais, e também se está sendo garantido a esses alunos, além do acesso à escola, o acesso à educação, compreendida como “processo de desenvolvimento da capacidade física, intelectual e moral da criança e do ser humano em geral”. De acordo com as autoras, não há declaração, em publicações oficiais, a respeito do tipo de apoio pedagógico nas salas comuns, sua frequência, que profissionais prestam esse atendimento e qual sua formação, que seriam dados importantes para caracterizar a distância entre a política proposta e a implantada no Brasil.

Na escola, algumas situações, que para um aluno vidente são corriqueiras, para um aluno cego podem representar um problema. Uma lição que dependeria apenas de um lápis e um papel para ser executada, para o cego depende do uso de uma máquina de escrever em Braille ou de outro instrumento para o mesmo fim. E quando não se tem esses instrumentos? Ou se tem, mas está quebrado? Resolver esse problema não é tão simples quanto ir a uma papelaria e comprar um lápis ou um caderno, depende-se de recursos que nem sempre estão disponíveis. A vida escolar de alunos cegos possui algumas necessidades e características que passam despercebidas para a maioria das pessoas que não convivem com eles, principalmente, em relação às formas de comunicação e representação, que é o nosso tema de interesse.

Assim, no que segue trataremos de algumas dessas formas de comunicação e representação que são imprescindíveis para a interação do aluno cego com os conteúdos escolares, em especial os matemáticos.

2.2 O SISTEMA BRAILLE E OS CÓDIGOS MATEMÁTICOS

O Sistema Braille, utilizado na leitura e na escrita por pessoas cegas, foi inventado na França por um jovem cego, Louis Braille, em 1825 (ABREU et al, 2008). Apesar de algumas resistências em alguns países da Europa e nos Estados Unidos, o Sistema Braille, por sua eficiência, se impôs definitivamente como o melhor meio de leitura e de escrita para as pessoas cegas. Em 1878, um congresso internacional realizado em Paris, com a participação de onze países europeus e dos Estados Unidos, estabeleceu que o Sistema Braille deveria ser adotado de forma padronizada, de acordo com a proposta de estrutura do sistema, apresentada por Louis Braille em 1837, mas só foi trazido para o Brasil por um jovem cego, José Álvares de Azevedo, em 1950.




Esse sistema de escrita, em relevo, é constituído por 63 sinais formados por pontos (numerados de cima para baixo e da esquerda para a direita) no conjunto matricial , chamado de sinal fundamental ou cela Braille ou célula Braille. Os três pontos que formam a coluna da esquerda, , são numerados de 1 a 3; e os que compõem a coluna da direita, , de 4 a 6. O espaço vazio é considerado como um sinal por alguns especialistas, portanto, o sistema teria 64 sinais. Na figura 1 podemos observar como as letras do alfabeto são representadas em Braille.

Figura 1: Representação em Braille das letras do alfabeto

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
k	l	m	n	o	p	q	r	s	t
u	v	x	y	z	ç	é	á	è	ú
â	ê	ì	ô	ù	à	í	ã	õ	ò ou w

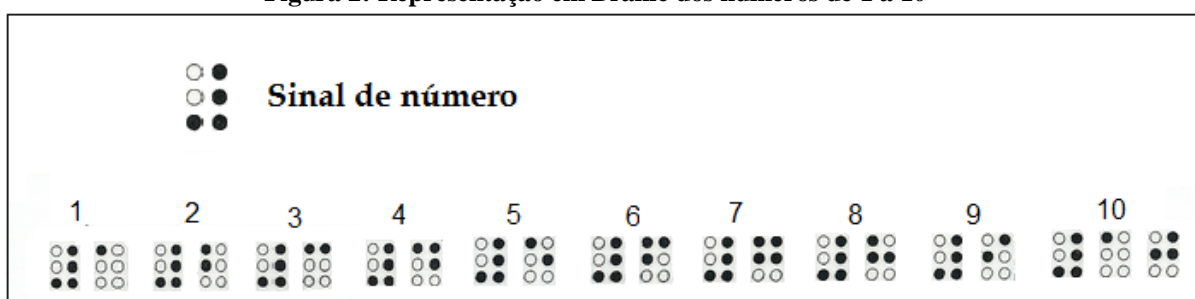
Fonte: produção do autor

Observe que as letras da primeira linha (da letra a até a letra j) são formadas pela combinação dos pontos 1, 2, 4 e 5. Na segunda linha (da letra k até a letra t), as letras são

formadas pelos mesmos pontos das letras da linha anterior acrescentando o ponto 3 e na terceira linha acrescenta-se o ponto 6.

Para representar os algarismos arábicos de 1 a 9, utilizamos os nove primeiros caracteres, que representam as letras de ‘a’ a ‘i’, precedidos pelo sinal $\begin{smallmatrix} \circ & \bullet \\ \circ & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{smallmatrix}$ (sinal de número), e o décimo caractere, que representa a letra j, precedido pelo sinal de número, representa o zero. Na figura 2 podemos observar a representação dos números de 1 a 10 em Braille e que quando um número é formado por dois ou mais algarismos, só o primeiro é precedido pelo sinal de número, como podemos observar na representação do número 10.

Figura 2: Representação em Braille dos números de 1 a 10



Fonte: produção do autor

De acordo com Abreu et al (2008) para escrever em Braille são usadas regletes ou máquinas de escrever em Braille. As regletes (figura 3) são uma variação do aparelho inventado por Louis Braille e consistem, basicamente, de duas placas de metal ou de plástico, fixas de um lado por dobradiças, para permitir a introdução do papel. A placa superior possui os retângulos vazados correspondentes às células Braille. Diretamente sob cada retângulo vazado, a placa inferior possui a configuração da célula Braille em baixo relevo. Dessa forma, puncionando ponto por ponto, é possível formar o símbolo Braille desejado, mas o relevo é formado no lado de trás do papel, por isso escreve-se da direita para a esquerda, com o símbolo Braille invertido. Para resolver esse problema, hoje já existe a “Reglete Positiva” que forma o símbolo Braille na parte da frente do papel, podendo-se escrever da esquerda para a direita, mas nem todos têm acesso a esse material.

Figura 3: Reglete

Fonte: produção do autor

As máquinas de escrever em Braille (figura 4), são máquinas especiais de datilografia, de 7 teclas: cada tecla correspondente a um ponto e ao espaço. O papel é fixo e enrolado em rolo comum, deslizando normalmente quando pressionado o botão de mudança da linha. Ao pressionar uma ou mais teclas simultaneamente produz-se a combinação dos pontos em relevo, correspondente ao símbolo desejado, produzidos da esquerda para a direita e que podem ser lidos sem a retirada do papel. A primeira dessas máquinas foi inventada por Frank H. Hall, em 1892 nos Estados Unidos.

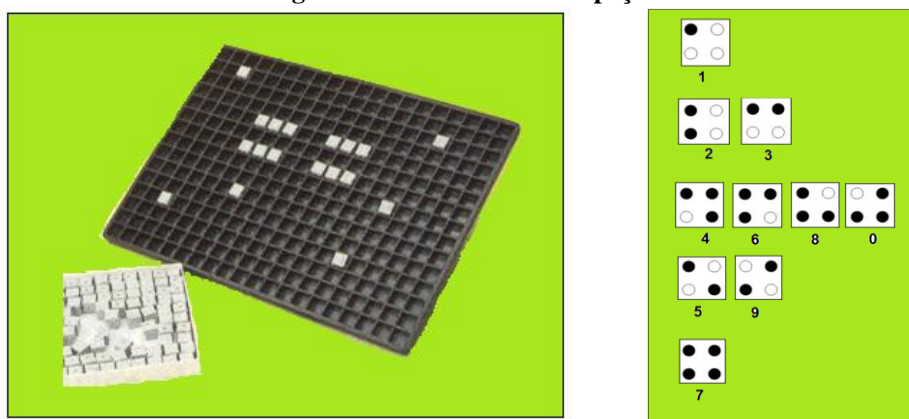
Figura 4: Máquina de escrever em Braille

Fonte: produção do autor

De acordo com o Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa (SÃO PAULO, 2003), a aplicação do Sistema Braille à matemática foi proposta por Louis Braille na versão editada em 1837, quando foram apresentados os símbolos fundamentais para os algarismos e as convenções para a aritmética e para a geometria. No entanto, esta simbologia nem sempre foi adotada em todos os países que utilizavam o Sistema Braille, o que provocou diferenças regionais e locais que prevalecem até hoje.

Para efetuar as operações matemáticas pode-se utilizar o cubaritmo, que é composto de uma grade onde se encaixam cubos com os algarismos de 0 a 9 escritos no sistema Braille.

Figura 5: Cubaritmo e suas peças

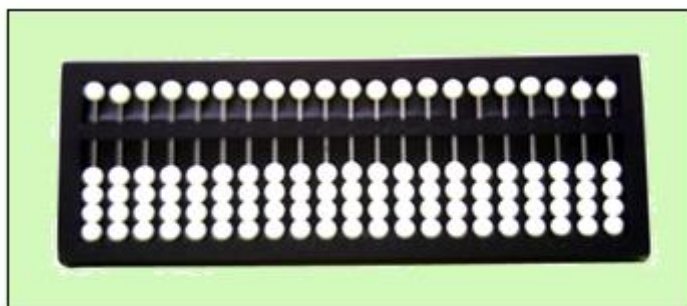


Fonte: <http://www.emedea.it> - acesso em 09/2014

Podemos observar, na figura 5, que a peça que representa o algarismo 2, também pode representar o 3, que a peça que representa o algarismo 4 pode representar os algarismos 6, 8 e 0, e que a peça que representa o algarismo 5 pode representar o 9. Esse objeto permite que o aluno registre a operação, posicionando os algarismos da mesma forma que fazemos à tinta no papel.

Outro material disponível na escola é o soroban, que podemos observar na figura 6.

Figura 6: Soroban adaptado para cegos



Fonte: produção do autor

O soroban é um instrumento de cálculo que surgiu na china há cerca de quatro séculos e chegou ao Brasil em 1908 com os primeiros imigrantes japoneses. Ele é composto de colunas que representam unidades, dezenas, centenas, etc. Cada coluna, por sua vez, contém duas partes. A de cima corresponde a cinco unidades ou dezenas ou centenas, etc.) e cada uma das quatro contas da parte de baixo representa uma unidade, ou uma dezena, ou uma centena, etc. A diferença do soroban adaptado para pessoas com deficiência visual é que suas contas não deslizam livremente, como no convencional, pois ele tem uma borracha

compressora que mantém as contas em determinada posição, facilitando o seu uso por esses alunos.

De acordo com Nunes e Lomônaco (2010), o aluno cego, em sua vida escolar, necessita de materiais adaptados que sejam adequados ao conhecimento tátil-cinestésico (reconhecimento de objetos por meio do tato), auditivo, olfativo e gustativo – em especial materiais gráficos tateáveis e o Braille. A adequação de materiais tem o objetivo de garantir o acesso às mesmas informações que as outras crianças têm, para que a criança cega não esteja em desvantagem em relação aos seus pares. Um dos materiais didáticos básicos é o livro.

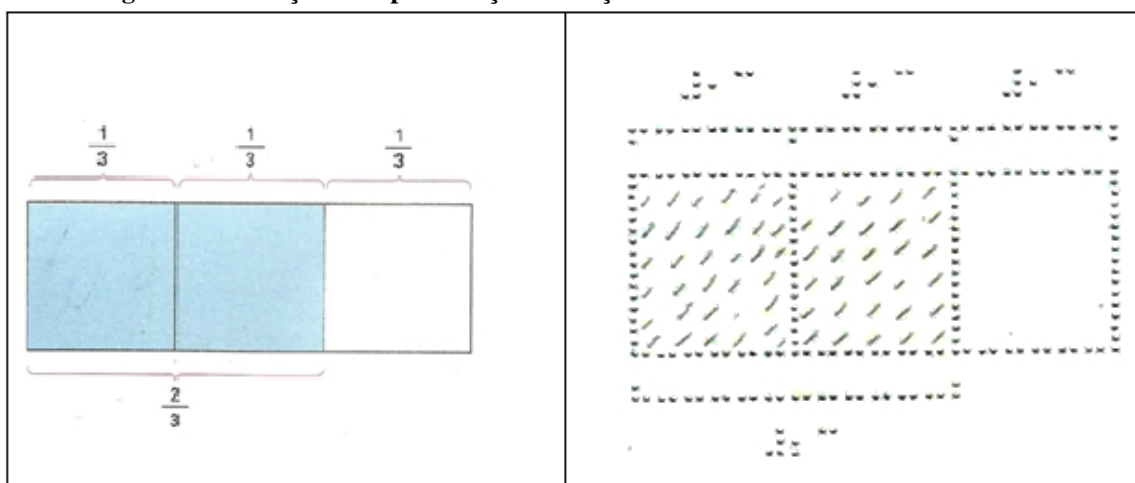
2.3 O LIVRO DIDÁTICO EM BRAILLE E O USO DO COMPUTADOR

A partir de 1999, o Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) passou a atender aos alunos com deficiência visual inseridos em salas de aula do ensino regular de escolas públicas. Para que fosse possível efetivar essa política inclusiva, o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), com o apoio da Secretaria de Educação Especial, firmou convênio com o Instituto Benjamin Constant (IBC)² para editorar, em meio magnético, 20 títulos de livros didáticos de 1ª à 4ª série (2º ao 5º ano) em Braille, para serem impressos e distribuídos às escolas. Em 2003, o atendimento foi estendido aos alunos de 5ª à 8ª série (6º ao 9º ano) e novo convênio foi instituído para possibilitar a transcrição de 96 novos títulos. Foi firmado, também, convênio com a Fundação Dorina Nowill para a adaptação, transcrição e distribuição de mais 32 títulos, sendo 16 títulos de 1ª à 4ª série (2º ao 5º ano) e 16 títulos de 5ª à 8ª série (6º ao 9º ano). Atualmente o atendimento foi ampliado para o ensino médio, com a distribuição de livros em Braille para as disciplinas química, matemática e língua portuguesa e, ainda, a distribuição de livros em áudio para história e biologia (BRASIL, 2008).

O livro didático em Braille apresenta as mesmas representações que o livro a tinta para exemplos de exercícios, gráficos, formas de escrever símbolos ou expressões algébricas, etc., como podemos observar na figura 7 que apresenta a mesma ilustração nos dois tipos de livros.

² Instituto Benjamin Constant (IBC) é um tradicional instituto de ensino para pessoas com deficiência visual, localizado na cidade do Rio de Janeiro.

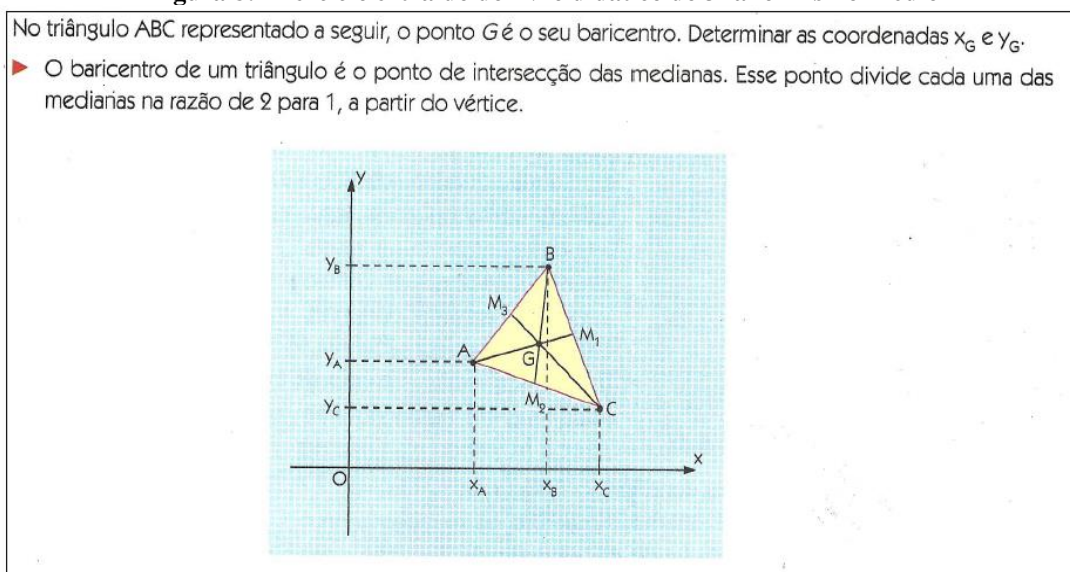
Figura 7: Ilustração de representação de fração do livro didático a tinta e em Braille



Fonte: GIOVANNI (1998, p. 104)

O excesso de detalhes necessários para a representação em Braille pode dificultar sua compreensão pelo tato, como podemos observar nas figuras 8 e 9 que mostram um exercício do terceiro ano do Ensino Médio nos dois tipos de livro.

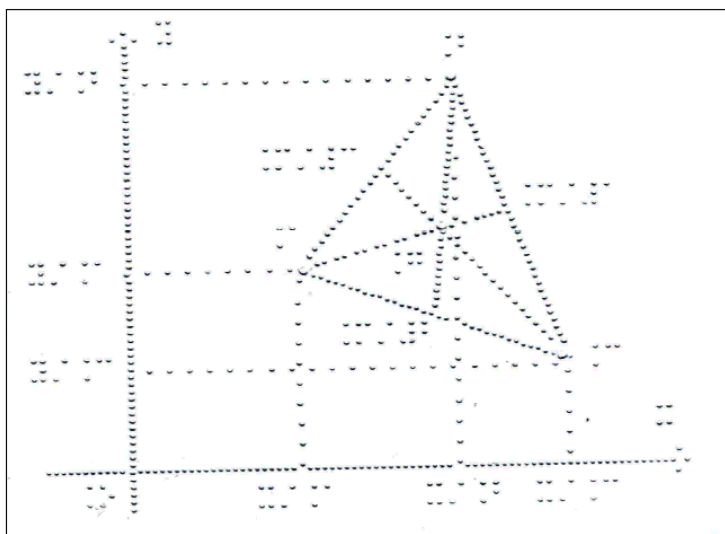
Figura 8: Exercício extraído do livro didático do 3º ano Ensino Médio



Fonte: SILVA, BARRETO (2005, p. 49)

Na figura 9 podemos observar que não deve ser simples identificar, pelo tato, o que significa cada uma das partes da figura. Por exemplo, a linha que indica a abscissa do ponto B está representada muito perto da mediana relativa ao vértice B, o que pode confundir o aluno.

Figura 9: Exercício extraído do livro didático do 3º ano Ensino Médio em Braille



Fonte: SILVA, BARRETO (2005, p. 49) em Braille

Além disso, um livro didático que tem em torno de 400 páginas, quando transcrito para o Braille, passa a ter 16 volumes (figura 10) o que implica em verificar, com antecedência qual deles o aluno usará em sua aula, pois não é viável que leve todos à escola todos os dias.

Figura 10: Livro didático em Braille



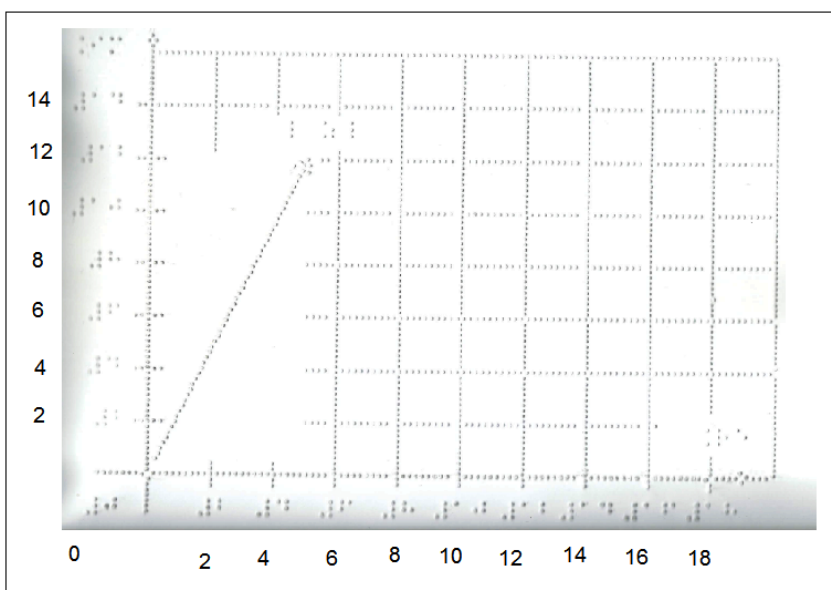
Fonte: produção do autor

Por outro lado, na transcrição de um livro para o Braille podem ocorrer alguns erros que comprometem o seu uso pelo aluno cego, por exemplo, no Caderno do Aluno da 3ª série do Ensino Médio, volume 1, em Braille, enviado em 2014 para as escolas públicas do estado de São Paulo. O exercício 9, na página 92, propõe a seguinte questão:

9. *Considere o complexo $z = 5 + 12i$ no plano de Argand-Gauss. Represente no plano complexo as imagens dos seguintes números. No item b pede para o aluno representar $z + 6i$ e apresenta o plano onde a resposta deve ser representada (figura 11, onde representamos os números a tinta ao lado dos em Braille, para melhor compreensão).*

Como podemos ver se $z = 5 + 12i$, então $z + 6i = 5 + 18i$ e seu afixo deve ser indicado no ponto (5, 18) do plano, no entanto o aluno consegue localizar a representação do número 5 no eixo real, mas não consegue localizar a representação do número 18 no eixo imaginário, pois ele está numerado apenas até o 14, o que impossibilita a resolução do exercício pelo aluno cego que utiliza este material.

Figura 11 - Plano apresentado no caderno do aluno em Braille - item b



Fonte: Caderno do aluno em Braille – 3ª série - vol.1 p.92

Esse exemplo mostra que a falta de cuidado na transcrição do livro didático para o Braille pode prejudicar o aprendizado do aluno cego e sua participação na aula. Isso não acontece só com o livro, Fernandes (2008), afirma que nas provas transcritas em Braille do SARESP e da FUVEST, não verificou nenhuma modificação na técnica utilizada para a avaliação que atenda às peculiaridades dos alunos com deficiência visual, ou seja, as provas foram apenas transcritas para o Braille sem a preocupação de buscar adaptações que atendessem às necessidades desses alunos.

Hoje, o aluno com deficiência visual também pode usar o computador em sala de aula com os recursos de escrita, leitura e pesquisa de informação a partir de programas específicos e um fone de ouvido. Existem vários softwares destinados ao uso de pessoas com deficiência visual, na escola em que realizamos nosso trabalho são usados os programas gratuitos Doxvox, Mecdayse e NVDA.

O **DOXVOX** foi o primeiro programa de leitura de tela feito no Brasil, na Universidade Federal do Rio de Janeiro para auxiliar o aluno com deficiência visual a usar o computador por meio de um aparelho sintetizador de voz.

O **Mecdaisy** permite a produção de livros digitais falados e sua reprodução em áudio, gravado ou sintetizado. Apresenta a facilidade de navegação pelo texto, pois permite a reprodução sincronizada de trechos selecionados, o recuo e o avanço de parágrafos e a busca de seções ou capítulos, além de possibilitar anexar anotações aos arquivos do livro, exportar o texto para impressão em Braille, bem como a leitura em caractere ampliado. Todo texto é indexado, para facilitar sua manipulação ou buscas rápidas.

O **NVDA** lê em voz alta automaticamente tudo o que for apontado pelo cursor do computador e está disponível em mais de 20 línguas, inclusive o português, ainda que precise de melhoras na pronúncia do nosso idioma.

O uso desses softwares em sala de aula facilita a comunicação entre o professor e o aluno cego, pois, o professor consegue ler e corrigir imediatamente o que o aluno está escrevendo, o que não acontece quando está escrevendo em Braille (a menos que o professor saiba ler em Braille). Mas um problema há de ser considerado, o uso constante do computador, por ser mais prático, pode afastar o aluno cego da leitura e escrita em Braille. Principalmente em matemática, pois se o aluno digitar símbolos matemáticos direto no computador, e não os aprender no sistema Braille, terá dificuldades em entender alguma leitura ou avaliação em Braille, principalmente as provas oficiais enviadas aos alunos cegos da rede pública, assim como as provas de vestibulares e do Enem que são enviadas apenas em Braille.

Além dos símbolos, em Matemática, como seus objetos não são diretamente observáveis, eles são acessíveis apenas por meio de suas representações e a relação entre o aluno cego com essas representações nos conduziram à procura de uma teoria que pudesse nos auxiliar no estudo desse relacionamento. A Teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida por Raymond Duval, permite fazer uma análise da influência das representações dos objetos matemáticos no processo de aprendizagem em matemática, e analisa, também, o desenvolvimento da visualização de objetos geométricos.

Estudaremos então, no que segue, como essa teoria pode auxiliar na compreensão da interação de alunos cegos com as representações matemáticas.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Apresentaremos, portanto, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e sua importância na atividade cognitiva e na aprendizagem matemática.

3.1 Registros de Representação Semiótica

Segundo Duval (1995), não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem recorrer à noção de representação, pois, nenhum conhecimento pode ser mobilizado por um sujeito sem uma atividade de representação. Para Duval (2011) a análise do conhecimento não deve considerar apenas a natureza dos objetos estudados, mas, igualmente, a forma como os objetos nos são apresentados e como podemos ter acesso a eles por nós mesmos. A forma como podemos ter acesso aos objetos estudados está no cerne da compreensão em matemática, ou seja, dos processos cognitivos que são mobilizados nas ações do pensamento matemático. Para o autor, três questões se articulam em um esquema de análise do conhecimento:

- Temos acesso direto e imediato aos objetos?
- Quais são os sistemas, as estruturas ou as capacidades necessárias ou mobilizadas para ter acesso aos objetos?
- Qual a natureza da relação cognitiva entre todos esses processos e os objetos?

E afirma que todos os modelos que se referem à formação dos conhecimentos ou ao funcionamento cognitivo do pensamento devem responder a esses três tipos de questões. De acordo com o autor, o primeiro esquema de análise do conhecimento se desenvolveu com base na oposição epistemológica entre a representação de um objeto e o objeto representado, pois o conhecimento começa quando não confundimos mais uma representação do objeto com o próprio objeto. Existem sempre muitas representações possíveis para um mesmo objeto e essa diversidade tem origem na variedade dos sistemas físicos ou semióticos que permitem produzir representações. Essas duas características da representação fazem aparecer uma diferença intrínseca entre a representação e o objeto: a variabilidade de um e a invariância do outro. Diferentemente do objeto, suas representações mudam segundo os pontos de vista considerados e os sistemas utilizados para produzir uma representação. O objeto aparece como o invariante do conjunto de variações possíveis de suas representações.

Duval (1995) afirma que a noção de representação pode ser compreendida em três retomadas, cada vez com determinação diferente da natureza do fenômeno a ser designado. A primeira delas como representação mental, a segunda como representação interna ou computacional, que está relacionada a uma codificação da informação, e a terceira como representação semiótica, cuja especificidade é ser relacionada a um sistema particular de signos, e poderem ser convertidas em representações equivalentes em outro sistema semiótico, mas podendo ter significados diferentes para o sujeito que as utiliza. A noção de representação semiótica pressupõe a consideração de sistemas semióticos diferentes e de uma operação cognitiva de conversão das representações de um sistema semiótico para outro.

Segundo Duval (2011), foi a partir do século XIX que tem início o estudo sistemático dos signos, com a elaboração de modelos de análise concernentes à sua diversidade e seu papel no funcionamento da atividade científica e na comunicação. Três modelos apareceram de modo independente e quase ao mesmo tempo, o de Peirce, nos Estados Unidos, entre os anos de 1890 e 1910, o de Saussure, em Genebra, em 1916 e o de Frege, na Alemanha, entre os anos de 1892 e 1894. Os trabalhos posteriores sobre semiótica partiram das contribuições destes autores.

O limite do modelo de Saussure, para o autor, está no fato de sua análise eliminar a diversidade de enunciados que a língua permite produzir, assim como as produções discursivas requeridas. Em relação ao modelo de análise de Peirce, diz que a novidade é a complexa classificação de todos os tipos de representação em função de um processo triádico de interpretação, que leva a distinguir vários níveis hierárquicos de signos. A respeito de Frege afirma que, diferentemente de Saussure e Peirce, ele não propôs uma definição de signo, mas se interessou diretamente pelo modo de produção semiótica que pudesse ter valor, ao mesmo tempo, de prova e de descoberta em matemática, entretanto, diz que os modelos propostos por ele são inadequados ao que podemos observar sobre o funcionamento e o desenvolvimento da atividade matemática.

Para o autor, atividades cognitivas fundamentais, como a conceitualização, o raciocínio e a resolução de problemas, requerem a utilização de sistemas de expressão e de representação além da linguagem natural ou das imagens, como sistemas variados para a escrita dos números, notações simbólicas para os objetos, figuras geométricas, esquemas, etc., que são sistemas semióticos de representação e de expressão.

De acordo com Duval (2011), as representações semióticas são as frases em linguagem natural, as equações, e não as letras, as palavras ou os algarismos separadamente. São as figuras ou gráficos e não os pontos ou traços. Para ele a linha divisória cognitiva está entre as representações semióticas e as não semióticas, pois a primeira é produzida intencionalmente pela mobilização de um sistema semiótico de representação enquanto a segunda é produzida automaticamente, de forma não intencional.

Para Duval (1995) as representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento porque o funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação. O autor chama de “semiósis” a apreensão ou a produção de uma representação semiótica e de “noésis” os atos cognitivos como a apreensão conceitual de um objeto, a discriminação de uma diferença ou a compreensão de uma inferência e afirma que:

A análise dos problemas da aprendizagem de matemática e dos obstáculos contra os quais os alunos chocam-se regularmente conduz a reconhecer atrás da segunda hipótese uma lei fundamental do funcionamento cognitivo humano: Não há noésis sem semiósis, quer dizer, não há noésis sem o recurso a uma pluralidade ao menos potencial de sistemas semióticos, recurso que implica sua coordenação para o próprio sujeito (DUVAL, 2009, p.17-18).

Existem três atividades cognitivas fundamentais para a semiósis, segundo o autor:

- a formação de representações num registro semiótico particular, seja para exprimir uma representação mental, seja para evocar um objeto real, que implica em uma seleção no conjunto de caracteres e determinações que queremos representar;

- o tratamento que é uma transformação que produz outra representação, do mesmo objeto, no mesmo registro de representação. Por exemplo: $0,2 + 0,3 = 0,5$ (tratamento no registro de representação decimal).

- a conversão que é uma transformação que produz outra representação, do mesmo objeto, em outro registro de representação. Por exemplo: a transformação da representação decimal para a representação fracionária de um número racional.

Registro decimal: $0,2 + 0,3 = 0,5$

pode ser convertido para

Registro fracionário: $\frac{2}{10} + \frac{3}{10} = \frac{5}{10}$

Na formação de representações devemos considerar os meios de acesso aos objetos a serem representados, ou seja, por meio de qual sentido estamos tendo acesso a esses objetos. Um indivíduo cego acessa objetos por meio do tato e não da visão. Quando temos acesso pela visão, temos uma imagem de referência que guiará a criação de nossa imagem mental, por exemplo, nós vemos uma cadeira e somos capazes de reconhecer a figura de uma cadeira. Já uma pessoa cega conhece uma cadeira pelo tato, portanto pode reconhecer o formato de uma cadeira, mas o formato do desenho de uma cadeira é diferente do formato da cadeira real, por isso, para ele, um desenho, com cores e sombra, pode não fazer sentido algum. Vejamos outro exemplo: o desenho convencional de uma árvore (figura 12) não é suficiente para explicar a um cego o que é uma árvore.

Figura 12: Desenho de uma árvore



Fonte: produção do autor

O primeiro ponto a se considerar é que, sem o recurso da visão, o cego não distingue cores, e, apenas pelo tato, ele poderia relacionar essa forma a outros objetos, como mostra a figura 13, por exemplo, a um algodão doce, um sorvete ou a um espanador, ou seja, temos uma mesma representação para vários objetos, uma situação que requer uma explicação auxiliar.

Figura 13: Algodão doce, sorvete e espanador



Fonte: produção do autor

Nos livros infantis escritos em Braille, observamos ilustrações em relevo, às vezes com texturas, que podem não ser reconhecidas pelos alunos, pois foram criadas a partir de uma imagem visual que não é conhecida pelo cego, porque ele faz o reconhecimento pelo

tato, sentindo os contornos da figura, e os contornos de uma figura desenhada no papel não correspondem aos contornos do objeto conhecido por ele. Para reconhecer uma representação, os videntes comparam imagens visuais, os cegos comparam formatos.

Na figura 14 temos a ilustração de um boné em relevo, apresentada em um livro infantil em Braille. O boné é um objeto do conhecimento do aluno, ainda assim a ilustração não foi reconhecida pelos alunos cegos aos quais a apresentamos, pois os contornos do desenho não correspondem aos do objeto concreto.

Figura 14: Ilustração de um boné



Fonte: Zatz (2012, p. 9)

Apresentamos a alguns alunos cegos a ilustração de um pássaro, de um outro livro infantil em Braille, que pode ser observada na figura 15. Nenhum desses alunos reconheceu a ilustração como sendo um pássaro, pois ela corresponde a uma imagem de pássaro que criamos por meio da visão, mas o contorno do desenho do pássaro se parece com o que? Mesmo que o aluno cego já tivesse tido um pássaro em suas mãos os contornos seriam diferentes.

Figura 15: ilustração de pássaro



Fonte: Pimentel (2011, p. 13)

Conversando com dois alunos cegos congênitos, que vão à escola de ônibus, perguntamos como é um ônibus. Eles o descreveram como um meio de transporte, que podia ser grande ou pequeno (micro-ônibus) e que tem bancos. Quando perguntamos qual seria o formato do ônibus, um deles disse já ter brincado com ônibus de brinquedo e conhecer seu formato, o outro não sabia qual era o formato do ônibus no qual viajava todos os dias. Uma coisa que para a maioria de nós pode ser óbvia, não é óbvia para quem não conta com o recurso visual. Muitas coisas, por parecerem evidentes para a maioria das pessoas que enxergam, não são apresentadas aos cegos que, por dependerem de outros, permanecem na ignorância. Esse aluno entra em um ônibus como uma pessoa que caminha por uma cidade sem conhecer o seu contorno, só que em uma proporção muito menor.

Duval (1995) nos fala da importância das representações para o conhecimento, mas, para o cego as representações têm uma importância ainda maior, pois, sem elas ele não teria acesso a grande parte do mundo que o rodeia e no qual ele está inserido. É por meio delas que ele pode ter acesso a objetos de grandes dimensões, ou mesmo conhecer como são os animais. Como descrever para um cego o formato do telhado de uma casa ou de um avião se não por meio de uma representação? Se não tiver acesso a representações, muita coisa não será conhecida pelo indivíduo cego. Mas temos que considerar, nesses casos, que a representação mental será criada pelo cego por meio de outra representação e não pelo conhecimento do objeto real. Por exemplo, criamos a representação de um leão pela imagem que vemos ao olhar para um leão, uma pessoa cega precisará de um modelo de um leão, pra que possa criar uma representação de um leão. Portanto, em muitas situações, entre a representação criada por ele e o objeto real haverá um intermediário que é a representação criada por outra pessoa. Da qualidade dessa representação dependerá a representação mental que ele criará.

Segundo Duval (1999), o uso de sistemas de representação semiótica para o pensamento matemático é essencial porque, ao contrário de outros campos do conhecimento (botânica, geologia, astronomia, física...) que podem ter acesso aos próprios objetos de estudo, não há nenhuma outra maneira de se ter acesso aos objetos matemáticos a não ser por meio de algumas representações semióticas. Em outros campos do conhecimento, as representações semióticas são imagens ou descrições de algum fenômeno do mundo real, que podemos ter acesso independente das representações. Na matemática isso não é possível e a compreensão da matemática requer não confundir os objetos matemáticos com suas representações.

O fato de só termos acesso aos objetos matemáticos por meio de suas representações, teoricamente, colocaria videntes e indivíduos cegos na mesma situação, a não ser pelo fato de termos o acesso visual a essas representações. Ao partirmos de uma definição em língua materna de um objeto geométrico para criarmos uma representação figural, indivíduos videntes e cegos teriam as mesmas condições de criar imagens mentais desse objeto, porém, as definições geralmente vêm acompanhadas de uma figura pronta, que guia a representação mental que criamos desse objeto. Por exemplo: em um livro didático, logo após a definição de um quadrado, vem a figura de um quadrado que vai guiar a criação da imagem mental que o indivíduo terá do quadrado. Acreditamos que, para o aluno cego ter as mesmas condições que o aluno vidente, deveria ter acesso a essa figura pelo tato.


Para Duval (1995), para que um sistema semiótico seja um registro de representação semiótica, ele deve permitir as três atividades cognitivas fundamentais: formação, tratamento e a conversão e se caracterizar por operações cognitivas específicas que permite efetuar. Para o autor, a coordenação de vários registros de representação semiótica é fundamental para uma apreensão conceitual de objetos: é preciso que o objeto não seja confundido com suas representações e que seja reconhecido em cada uma de suas representações possíveis. É nestas duas condições que uma representação funciona verdadeiramente como representação, quer dizer, dá acesso ao objeto representado. Para o autor as transformações de representações em outras representações semióticas estão no centro da atividade matemática.


Portanto, para o autor, a noção de registro de representação semiótica pressupõe a consideração de sistemas semióticos diferentes e de uma operação cognitiva de conversão das representações de um registro semiótico para outro. Segundo ele, a conversão de representações entre registros semióticos diferentes constitui a atividade menos espontânea e mais difícil de adquirir para a grande maioria dos alunos, mas, a ausência de coordenação entre diferentes registros pode criar uma deficiência para as aprendizagens conceituais.



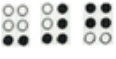
Em geral, as ilustrações são criadas considerando-se que se tem uma referência visual, mas nem sempre é assim, é preciso algo a mais para que o indivíduo cego relacione uma representação a um objeto, por exemplo, ele pode reconhecer a figura de um coração em relevo no papel, porque lhe foi ensinado que aquele contorno representava um coração, ou seja, é preciso ensiná-lo a reconhecer esta representação com a ajuda de descrição oral ou escrita.

Segundo Duval (2011), a língua constitui o primeiro registro de representação semiótica para o funcionamento do pensamento, mas isso nem sempre é considerado no ensino de matemática, porque ela é reduzida à função de comunicação. Essa redução conduz a separar as palavras das informações como se a língua fosse apenas um código, o que privilegia as palavras em detrimento das operações discursivas. Para o autor as frases não podem ser reduzidas apenas às palavras que combina, porque podemos ter duas frases com as mesmas palavras que têm sentidos diferentes.

Duval (2011) determina três tipos de operações discursivas: a enunciação, a designação e a expansão discursiva do conteúdo posicional de uma frase. Esses três diferentes tipos de operações discursivas são, também, operações cognitivas e se situam no ponto exato em que conhecimento, compreensão e conscientização são inseparáveis. Segundo o autor, é preciso se expressar, para si e para os outros, para poder tomar consciência e, ainda que o fundamental é a enunciação das frases enquanto os dois outros tipos são sempre relativos às frases produzidas ou a serem produzidas. As operações relativas à enunciação constituem os atos intencionais fundamentais do pensamento, independente dessa enunciação ser oral ou elaborada por meio da objetivação da escrita.

Para a escrita, o aluno cego utiliza o sistema Braille, que é formado por pontos em relevo, como já vimos anteriormente. Ao ser alfabetizado em Braille, ele precisa relacionar cada letra à sua representação em relevo e também aos números que indicam cada ponto em relevo, por exemplo: a letra “B” é representada pela figura em relevo , que corresponde aos pontos 1 e 2 da célula Braille. Portanto, além de relacionar o som ao símbolo escrito, precisa relacioná-lo aos números referentes às posições dos pontos (que formam o símbolo).

Como os números são representados pelas mesmas combinações de pontos que representam as letras (de a – j), eles são precedidos por um sinal que indica número. Esse sinal é formado pelos pontos 3, 4, 5 e 6 da célula Braille: , por exemplo, o número 7 em

braille é representado pelos pontos: . Para representar números negativos acrescentamos o sinal de “menos” que é representado pelos pontos 3 e 6 da célula Braille:  e dessa forma o número -7 teria a seguinte representação: .

Observamos que a representação do número em Braille ocupa mais espaço do que a representação em tinta, dessa forma algumas expressões matemáticas, quando transcritas para o braille, podem não caber em uma única linha, aumentando o custo cognitivo de seu

entendimento e resolução. Em alguns casos pode inviabilizar sua manipulação, por exemplo, quando trabalhamos divisão de polinômios pelo método da chave, os procedimentos são posicionais e cada termo deve ter uma posição determinada. A divisão de $x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 9$ por $x^2 + x - 1$ que pelo método da chave seria representada por:

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 0x + 9 \quad | \quad x^2 + x - 1$$

Na escrita em Braille, não caberia em uma única linha do caderno que tem a medida de uma folha A4 (que é a medida que cabe na máquina Braille), como resolver esse problema?

No sistema Braille, os códigos matemáticos são escritos linearmente e não permite a escrita na vertical, isso requer alguns tratamentos em relação à escrita a tinta. Tomemos por exemplo o ensino de números fracionários. Enquanto na escrita a tinta, representamos $\frac{a}{b}$, em que o “a” representa o numerador e “b” o denominador, é comum dizer: “o algarismo de cima é o numerador e o de baixo é o denominador”, na representação em Braille há várias formas de fazer tal representação, a maioria delas com numerador e denominador no mesmo nível, já naquela em que estão em níveis diferentes, o numerador é rebaixado e acima fica o denominador. Portanto, essa fala inapropriada pode causar problemas para o aluno cego e dificultar sua aprendizagem. Há ainda uma forma de representar números fracionários em Braille utilizando o traço de fração, como na escrita a tinta. Na figura 16 podemos observar algumas representações fracionárias em Braille e que são apresentadas no Código Matemático Unificado para a língua Portuguesa (SÃO PAULO, 2003).

Figura 16: Representação fracionária de números racionais em Braille

Fração: sinal de algarismo, numerador na série inferior da cela e denominador na parte superior da cela seguinte.

Exemplos:

$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{13}{20}$
⠠⠨⠠⠨⠠⠨	⠠⠨⠠⠨⠠⠨⠠⠨	⠠⠨⠠⠨⠠⠨⠠⠨⠠⠨

Números mistos: a parte inteira, com sinal de algarismo, precede a fração, sem cela vazia.

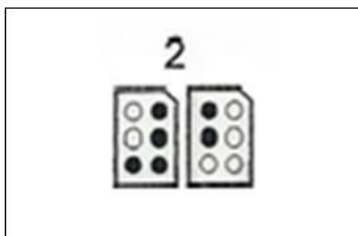
Exemplos:

$2\frac{3}{5}$	$9\frac{7}{10}$
⠠⠨⠠⠨⠠⠨⠠⠨	⠠⠨⠠⠨⠠⠨⠠⠨⠠⠨

Fonte: código matemático unificado (2003) - SEE/CENP/CAPE-SP

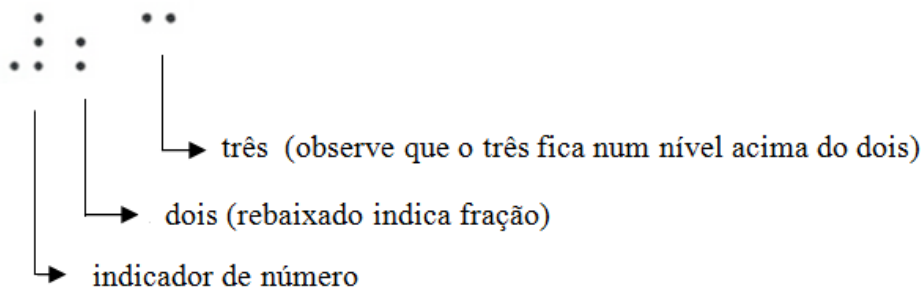
Para podermos entender a representação de número fracionário precisamos lembrar que a representação do número 2 em Braille é o sinal de número acompanhado de outra célula Braille com os pontos 1 e 2, como mostra a figura 17.

Figura 17: Representação do número dois em Braille



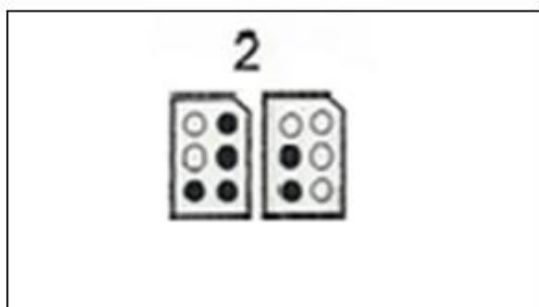
Fonte: produção do autor

Por outro lado, $\frac{2}{3}$ é escrito em Braille da seguinte forma:



Podemos observar que nessa representação, o algarismo dois está representado rebaixado ocupando agora os pontos 2 e 3 da célula, como mostra na figura 18:

Figura 18: Representação do algarismo dois na fração dois terços em Braille



Fonte: produção do autor

O fato de ter um algarismo representado rebaixado, indica para o cego que é uma representação fracionária e que ele representa o numerador.

O problema se agrava quando temos alguma expressão algébrica representada na forma fracionária, como por exemplo $\frac{x+2}{3}$ ou $\frac{8}{3-x}$. Isso porque, geralmente, em sala de

aula, o que é escrito na lousa é ditado para o aluno cego. Ditar em matemática pode gerar problemas de comunicação para qualquer pessoa, cega ou não.

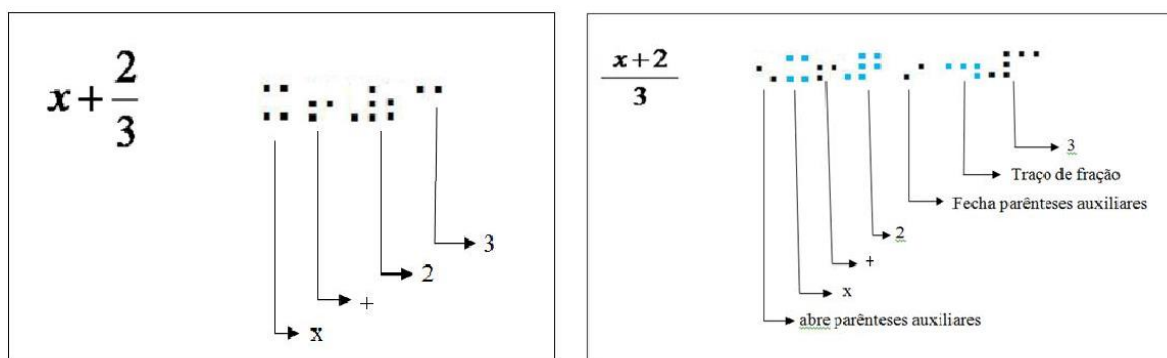
No caso de $\frac{x+2}{3}$, a pessoa dita “x mais 2 sobre 3” e quem ouve pode escrever “ $x + \frac{2}{3}$ ”, o mesmo pode acontecer com $\frac{8}{3-x}$, dita-se “8 sobre 3 menos x” e quem ouve pode escrever $\frac{8}{3} - x$.

Outro exemplo, do mesmo tipo, relacionado ao ditado matemático é o das equações exponenciais porque, por exemplo, a equação $5^{x+3} = 25$ quando ditada “cinco elevado a x mais três igual a vinte e cinco”, quem ouve pode escrever: $5^x + 3 = 25$.

No caso do aluno cego isso se agrava porque quem dita, geralmente, é um colega que não percebe o problema de comunicação por não saber o Braille.

Como os códigos matemáticos em Braille são escritos de forma linear, para representar essas expressões algébricas seria necessário utilizar parênteses auxiliares, por exemplo a fração $\frac{x+2}{3}$ seria representada por $(x+2):3$. As diferenças nas representações em Braille podem ser observadas na figura 19.

Figura 19: Diferença de representação em Braille



Fonte: produção do autor

Por outro lado, precisamos nos preocupar também com as figuras que podem ser associadas a números fracionários. Segundo Silva (2005), para que o sujeito mobilize a concepção parte-todo de número fracionário, ele deve relacionar um ou mais registros escritos a uma ou mais figuras divididas de certa forma e vice-versa, criando relações pertinentes. Em uma sala de aula inclusiva, às vezes o professor faz alguns desenhos na lousa para associar a números fracionários sem se preocupar em encontrar meios de levar

essas representações ao aluno cego. O livro didático em Braille, com suas ilustrações, pode ajudar nesse trabalho.

No trabalho com razão representada na forma fracionária, ao abordar grandezas proporcionais e “regra de três” é comum o uso inapropriado da expressão: “multiplicar em cruz” que não tem sentido em uma escrita linear. Portanto, em salas de aula com alunos cegos, além de todos os cuidados necessários para o entendimento de grandezas direta e inversamente proporcionais, é preciso ter cuidado com as expressões utilizadas para indicar as operações a serem feitas porque podem ocorrer transformações nas representações fracionárias que pode acarretar tratamentos distintos.

Silva (2005) traz uma antiga notação linear para representar a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, ou seja, **a : b :: c : d** que é lida: “*a está para b assim como c está para d*”, e permite considerar a propriedade “*o produto dos extremos é igual ao produto dos meios*”, isto é: **a.d = b.c**.

Essa escrita é linear e mais compatível com a escrita em Braille, para essa proporção. Utilizando o traço de fração, seria representada por:

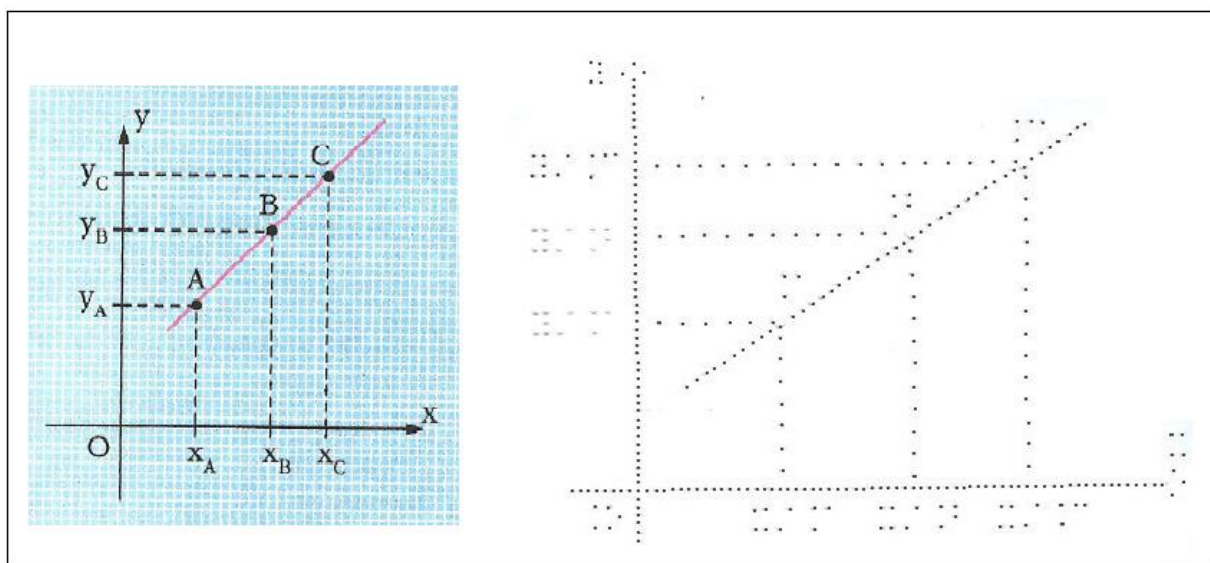
$$\begin{array}{ccccccc}
 \cdot & \dots & \vdots & \equiv & \ddot{\cdot} & \dots & \ddot{\cdot} \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 a & \text{—} & b & = & c & \text{—} & d
 \end{array}$$

Outro conteúdo matemático que requer atenção para ser escrito em Braille é o logaritmo. Escrevemos **log₃ 9** e lemos “logaritmo de 9 na base 3”, no Braille se escreve o símbolo de logaritmo (log), depois a base e, a seguir, o logaritmando, ou seja, o aluno cego ouve em uma ordem, mas tem que escrever em outra: “log 3 9” (figura 20), correndo o risco de escrever “log 9 3” (logaritmo de três na base nove). Embora esse erro possa ocorrer com qualquer aluno durante um ditado, o cego não tem o recurso visual para comparar o que escreve com o que está escrito na lousa e, ainda muitas vezes o professor e seus colegas não conhecem o Braille para perceber o equívoco. Talvez, o ideal fosse ler “logaritmo na base três de nove”.

Um material que poderia ajudar no trabalho com matrizes é o cubaritmo porque permite representar os números pelos cubinhos na placa e manuseá-los de forma mais flexível do que no papel.

O estudo de gráficos e suas representações por alunos cegos, também podem acarretar algumas dificuldades porque esse aluno não tem como construí-los em papel, no máximo pode interpretá-lo em uma representação em relevo como mostra a figura 22.

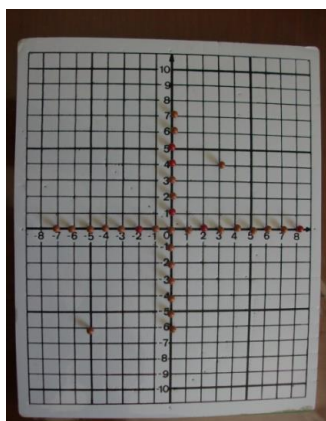
Figura 22 - Gráfico apresentado no livro didático a tinta e em Braille



Fonte: SILVA, BARRETO (2005, p. 52)

A representação gráfica por um aluno cego depende da utilização de materiais como geoplano, multiplano ou outros construídos artesanalmente na escola para esse fim, como por exemplo o que está apresentado na figura 23 que é feito com acetato quadriculado em relevo com a representação dos eixos cartesianos, colado em uma placa de isopor e alfinetes de cabeça redonda para marcar pontos.

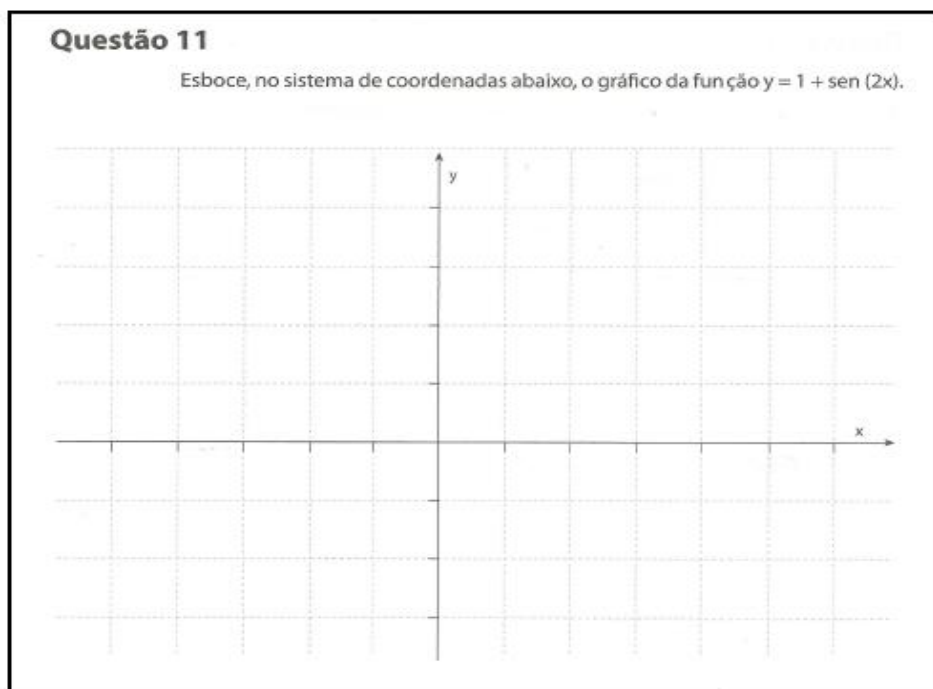
Figura 23 - Material utilizado para representar o plano cartesiano



Fonte: produção do autor

Mesmo sabendo das dificuldades ou impossibilidade de o aluno cego fazer representações gráficas em papel, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo enviou, em fevereiro de 2014, uma avaliação para alunos do Ensino Médio (figura 24) em que solicita que ele execute essa tarefa. A avaliação foi enviada em Braille, apresentando o plano cartesiano em relevo.

Figura 24 - Questão de avaliação diagnóstica SEESP



Fonte: Avaliação da Aprendizagem em Processo de 2014

Segundo Duval (2011), a matemática é o único domínio em que o progresso dos conhecimentos está estreitamente ligado à utilização de registros de representação semiótica para se ter acesso aos objetos. Em nosso ensino, temos os números naturais representados em um registro de escrita de números na base 10 (embora haja outras possibilidades de representação); os números racionais representados na escrita fracionária ou decimal, as funções representadas tanto algebricamente, quanto graficamente, etc., no entanto, o emprego de tais representações reduziu o emprego da língua materna ao papel de explicações feitas à margem dos tratamentos inerentes à cada registro e à produção de enunciados.

Por outro lado, para Duval (2011), as representações de objetos geométricos por meio de figuras se distinguem de todas as outras representações semióticas pelo fato de que existem sempre várias maneiras de reconhecer suas formas ou unidades figurais, ou seja,

para ver matematicamente uma figura é preciso mudar o olhar sem que a representação figural seja modificada.

Duval (1999) destaca que estudos a respeito do raciocínio mobilizado quando se usam figuras geométricas para a resolução de um problema conduzem à indicação da diferença entre visão e visualização, e acrescenta que a partir do ponto de vista da aprendizagem, a visualização, única modalidade cognitiva relevante em matemática, não pode ser usada como uma sustentação imediata e óbvia de compreensão. Como este é um ponto central de nosso trabalho, pois estamos buscando entender as representações semióticas usadas ou necessárias para alunos cegos aprenderem matemática, no que segue exploraremos melhor essas ideias de Duval.

3.2 Visão e Visualização

De acordo com Duval (2005), a geometria, dentre os campos de conhecimentos que os alunos devem adquirir, é o que exige a atividade cognitiva mais completa, pois mobiliza o gesto, a linguagem e o olhar, sendo necessário construir, ver e raciocinar o que conduz, a se tornar também, uma área difícil de ensinar.

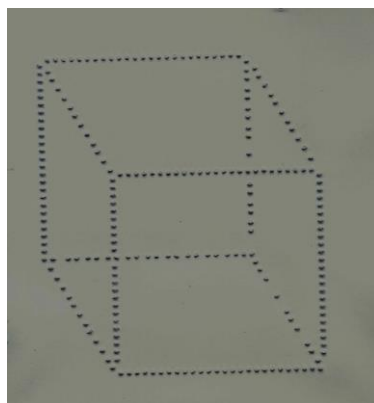
Para Duval (1988) os problemas geométricos distinguem-se de outros problemas matemáticos propostos aos alunos porque a heurística desses problemas refere-se a registros de representações espaciais que originam formas de interpretações autônomas que chamou de apreensões da figura. São elas: a apreensão perceptiva, a operatória, a discursiva e a sequencial.

• **Apreensão perceptiva:** é o reconhecimento visual imediato da forma, por exemplo, seria o reconhecimento de que a figura abaixo representa um retângulo. Para Duval (1994) ela tem a função epistemológica de identificação dos objetos por processos cognitivos automáticos e inconscientes.



O Caderno do Aluno da 8ª série (9º ano), em Braille, fornecido pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, na página 37 (figura 25), apresenta a representação figural de um cubo em relevo.

Figura 25 - representação em relevo de um cubo

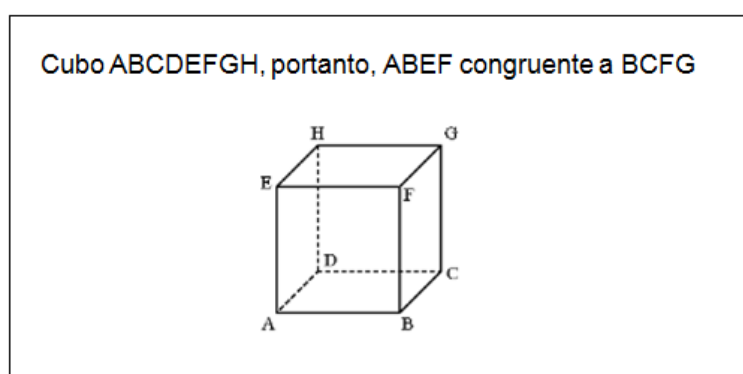


Fonte: Caderno do Aluno SEESP – 8ª série/9º ano - vol.4 p. 37

Será que um aluno cego, pelo tato, consegue reconhecer que essa figura representa um cubo?

- **Apreensão discursiva:** é a explicitação de propriedades matemáticas e articulação da figura com elementos discursivos que não estão explícitas visualmente, por exemplo, na representação apresentada na figura 26, ter os vértices da representação do cubo identificadas por letras, reconhecer que as faces do cubo representam quadrados congruentes, identificar diagonais de faces etc. Para Duval (1994) sua função epistemológica é de demonstração

Figura 26 - apreensão discursiva - representação de um cubo

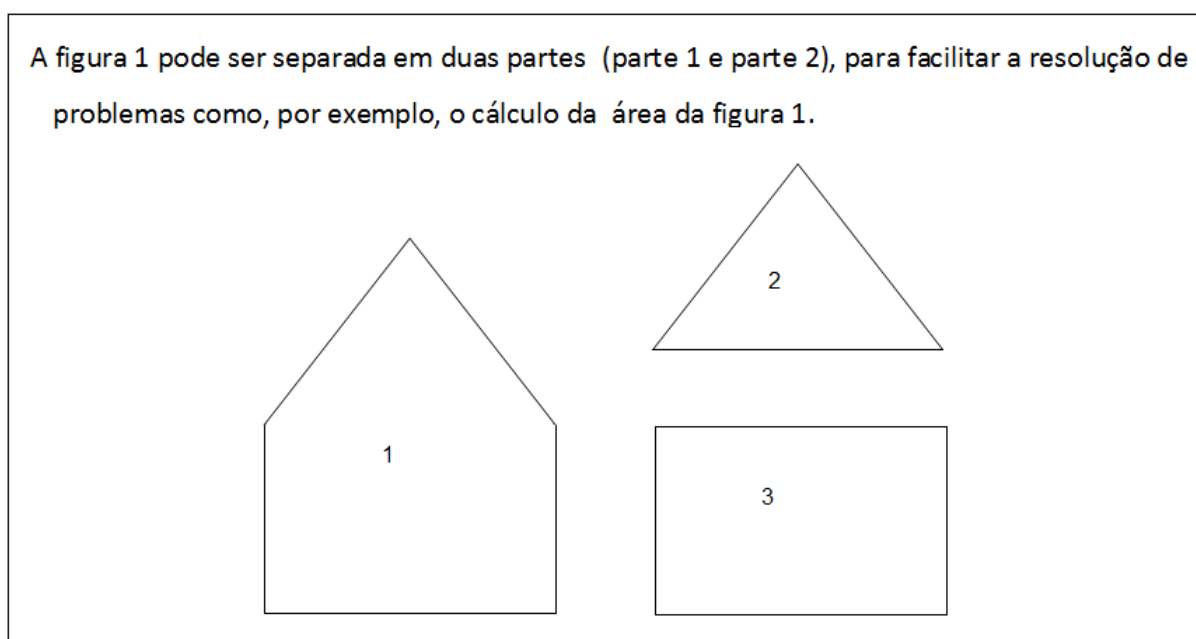


Fonte: produção do autor

- **Apreensão operatória:** trata das possíveis modificações em uma figura pela reorganização perceptiva, isto é, transformar uma figura em outra por um processo chamado reconfiguração que “é um tratamento que consiste na divisão de uma figura em subfiguras,

em sua comparação e em seu reagrupamento eventual em uma figura de um contorno global diferente” (DUVAL, 1995, p. 165). Tais modificações podem ser de ordem mereológica sendo a transformação de uma figura em outra (figura 27) em um processo denominado reconfiguração (decomposição e recomposição); ótica que pode ser da mesma forma e orientação, mas variando a grandeza (ampliação e redução) e posicional que mantém grandeza e forma, mas modifica a orientação (rotação, translação).

Figura 27 - Apreensão operatória - modificação mereológica



Fonte: produção do autor

- **Apreensão sequencial:** tem por objetivo a reprodução de uma figura geométrica e é solicitada em atividades de construção por meio de instrumentos de desenho ou software ou ainda para a descrição de uma construção.

Duval (1988) enfatiza que as três primeiras formas de apreensão nem sempre são claramente distinguidas e que a resolução de problemas em geometria depende da conscientização da oposição entre essas formas de apreensão das figuras. Para o autor, ver uma figura em geometria é uma atividade cognitiva mais complexa do que o simples reconhecimento daquilo que uma imagem mostra.

Segundo Duval (1999), de um ponto de vista psicológico, a “visão” refere-se à percepção visual e, por extensão, à imagem visual. Como percepção, a visão envolve duas funções cognitivas essenciais:

- A primeira função é epistemológica e consiste em dar acesso direto a qualquer objeto físico “pessoal”. Esta é a razão pela qual a percepção visual é sempre

apresentada como um modelo para a noção epistemológica de intuição, pois nada é mais convincente do que o que é visto.

- A segunda função é sinóptica e consiste em apreender, pela visão, simultaneamente diversos objetos ou um campo inteiro, ou seja, a visão parece dar imediatamente uma apreensão completa de qualquer objeto ou situação.

Duval (1999) apresenta a seguinte questão: “existem estruturas cognitivas que podem executar ambas as funções (epistemológica e sinóptica) para o conhecimento matemático?” Afirma que suas observações anteriores o conduzem a responder negativamente a essa questão e a distinguir visualização de visão e complementa que, ao contrário da visão, que fornece um acesso direto ao objeto, a visualização é baseada na produção de uma representação semiótica.

De acordo com o autor, uma representação semiótica não mostra os objetos como estão no ambiente de três dimensões ou como podem ser fisicamente projetados em pequeno suporte material de duas dimensões, que é o caso da percepção visual. Uma representação semiótica mostra relações ou, melhor, organização de relações entre unidades representacionais. Em uma sequência de unidades discretas (palavras, símbolos, proposições) nenhuma organização pode ser indicada. Assim, enquanto texto ou raciocínio, compreensão envolve apreender toda a sua estrutura, não há compreensão sem visualização. É por isso, afirma o autor, que a visualização não deve ser reduzida à visão, isto é: a visualização torna visível tudo que não é acessível à visão. A percepção visual necessita da exploração por meio de movimentos físicos porque nunca dá uma apreensão completa do objeto, entretanto, a visualização pode começar por uma completa apreensão de qualquer organização de relações. O autor destaca que a visualização “*pode ou não começar*” porque ela requer um treinamento longo.

Para Duval (1999), a maneira de observar não é a mesma na visão e na visualização porque dois fenômenos se confundem. Primeiro, quando elas são produzidas graficamente, as representações semióticas estão sujeitas a apreensão perceptiva visual, nesse sentido, a visualização é sempre apresentada na percepção visual ou em sua extensão mental. Segundo, algumas representações semióticas, como desenhos, visam serem representações “icônicas”: há uma relação entre o conteúdo representado e o objeto representado, de modo que o reconheça (uma árvore, um carro, uma casa...) imediatamente, sem mais informações adicionais. As representações icônicas referem-se a uma percepção prévia do objeto

representado, a partir de seu caráter concreto. Em matemática, a visualização não trabalha com representações icônicas: olhá-los não é o bastante para ver, isto é, para observar e compreender o que está representado realmente. Duval (1999) afirma que o uso da visualização requer um treinamento específico para visualizar cada registro. Figuras geométricas ou gráficos cartesianos não estão diretamente disponíveis, como podem estar as representações icônicas, e sua aprendizagem não pode ser reduzida a treinos para construí-los. Segundo o autor, a construção foca sucessivamente algumas unidades e propriedades, enquanto que a visualização consiste em apreender diretamente a configuração inteira de relações e em discriminar o que é relevante nela.

De acordo com Duval (2005), ver recobre sempre dois níveis de operações que são diferentes e independentes um do outro, embora na maioria das vezes eles se fundem na sinergia de um mesmo ato. Esses dois níveis de operações são o reconhecimento discriminativo de formas e a identificação de objetos correspondente às formas reconhecidas. O problema cognitivo maior é aquele de saber como se faz a passagem do reconhecimento discriminativo de formas para a identificação de objetos dados à ver. Na percepção do mundo que nos rodeia esses dois níveis de operações não parecem separáveis, pois são simultâneos (pelo menos ao nível de nossa consciência), o objeto é imediatamente dado com a forma que permite o distinguir. Para o autor esta fusão entre reconhecimento de uma forma e identificação de um objeto, base de toda evidência perceptiva, é a condição para respostas rápidas e adaptadas às situações novas e imprevistas.

Para o autor, no caso da representação, a visualização icônica supõe o conhecimento de uma forma típica para cada objeto geométrico a ser identificado. A comparação entre as formas a reconhecer e as formas típicas tolera desvios maiores ou menores. Há, por exemplo, uma forma típica para retângulo que exclui uma grande diferença entre comprimento e largura, uma forma típica para triângulo em que as alturas se situam em seu interior. Além disso, cada forma típica é associada a um nome que permite evocá-la e que lhe confere assim o estatuto de objeto, por exemplo, geralmente, logo após a definição de um paralelogramo, é apresentado a figura 28, que guiará a criação de uma imagem mental que o indivíduo terá do paralelogramo e que, pode leva-lo a acreditar que esta seria a única representação possível para esse objeto geométrico. No trabalho com alunos cegos essas formas típicas tornam-se comuns, pois com a dificuldade de materiais específicos para eles, nem sempre é possível variar a representação de um mesmo objeto.

Figura 28 - Representação de um paralelogramo

Fonte: produção do autor

Duval (2005) ressalta que algumas tendências da visualização icônica contrariam o desenvolvimento do que deve tornar-se o gesto reflexo para fazer geometria, ou seja decompor toda forma, que reconhecemos imediatamente em um conjunto de traçados ou em qualquer figura de partida, em uma configuração de outras unidades figurais de mesma dimensão ou de uma dimensão inferior. De acordo com o autor existem, pelo menos, duas maneiras diferentes de decompor uma figura de partida em unidades figurais. Na primeira, ela é imposta e produzida por instrumentos utilizados para construir uma figura. Na segunda, ao contrário, ela deve ser “imaginada” por aquele que olha, pois a escolha do traçado suplementar permite ver um procedimento para a resolução de um problema. A característica das figuras geométricas, em relação a todos os outros tipos de figuras, é que elas podem ser construídas com a ajuda de instrumentos e a produção de cada traçado corresponde, por sua vez, a uma instrução formulada e na mobilização de uma propriedade geométrica relacionada ao instrumento utilizado (compasso, régua não graduada, régua graduada...), isto é, a atividade de construção de figuras é baseada em sua desconstrução.

No entanto, nesta atividade de desconstrução, toda a atenção deve estar na reconstrução, pois a desconstrução pode ser automaticamente feita pelo instrumento, enquanto que a reconstrução exige focalizar a ordem das instruções para os traçados que serão realizados. Esta atividade conduz à produção de traçados que não aparecem na figura a ser construída, por exemplo, as retas que são suportes dos lados de um quadrado ou de um triângulo. O autor chama esses traçados intermediários de "traçados auxiliares" e chama de "traçados reorganizadores" todos os traçados que permitem reorganizar uma figura dada com o objetivo de fazer aparecer formas não reconhecíveis inicialmente. A utilização heurística de uma figura depende evidentemente da capacidade de "ver" os traçados reorganizadores possíveis.

Para o autor um ponto fundamental para compreender a importância e a especificidade do ato de ver na aprendizagem de geometria é que a visualização não icônica é totalmente independente de todo enunciado explícito ou implícito. Em outros termos, ela não está em nada subordinada a um conhecimento de propriedades geométricas, pois parece trivial para atividades de construção de figuras na medida em que são os instrumentos

utilizados que comandam, dirigem ou controlam a decomposição visual de formas. Por outro lado, ela é meio para a utilização heurística de figuras e, ainda, na maior parte do tempo, atribuímos um papel diretor ao conhecimento de propriedades para a exploração de figuras, como se ver não permitisse descobrir antes de saber. Uma aprendizagem que visa tornar os alunos capazes de "ver" o traçado reorganizador a ser acrescentado, para encontrar a solução de um problema, deve ser feito no nível do reconhecimento de formas, e não no de identificação de objetos representados, que de outra forma seria puramente verbal.

Para Duval (2005), passar da visualização icônica, que é comum a todos os domínios de conhecimento, à visualização não icônica, que é específica da matemática, exige uma reversão completa do funcionamento cognitivo do ato de "ver". A maneira de ver as figuras depende da atividade em que ela é mobilizada, podendo-se assim distinguir uma maneira de ver icônica de uma maneira de ver não icônica. A visualização não icônica implica que as desconstruções das formas sejam visualmente reconhecidas e podem ser de três tipos: a desconstrução instrumental para construir uma figura, a decomposição heurística e a desconstrução dimensional. A desconstrução dimensional constitui o processo central da visualização geométrica e é, necessariamente, feita em articulação com uma atividade discursiva.

O autor afirma que a decomposição mereológica pode ser efetuada ou simulada materialmente com objetos físicos que podem ser separados e reorganizados de outra maneira, já a desconstrução dimensional não pode ser materializada. Além disso, enquanto a divisão mereológica é realizada por uma reconfiguração que faz aparecer formas novas não reconhecidas na figura de partida, a desconstrução dimensional é realizada para uma (re)construção dedutiva dos objetos representados. Em resumo, a divisão mereológica permanece puramente visual enquanto a desconstrução dimensional depende de um discurso axiomático ou que possa ser axiomatizado que corresponde ao funcionamento profundo da visualização em geometria.

Segundo Duval (2005), a aprendizagem de geometria não depende somente da complexidade da visualização não icônica e da desconstrução dimensional de formas, mas também da maneira como um discurso geométrico pode ser articulado com esta visualização, que implica em uma articulação cognitivamente mais complexa do que a articulação espontânea entre linguagem e imagem. O autor constata que a geometria requer a utilização de um vocabulário cuja importância não está na quantidade dos termos técnicos, mas na extensão do espectro semântico que ele recobre. Para descrever o que é necessário

ver, os matemáticos recorrem à duas categorias de termos: os termos analítico-descritivos (por exemplo: lado, diagonal, raio, etc.) e os termos de relações entre traçados (por exemplo: paralela, perpendicular, simétrico, etc.). Essa extensão semântica deve ser aproximada da característica da visualização geométrica, a desconstrução dimensional de formas, que se torna a etapa intermediária entre o reconhecimento perceptivo imediato de formas e a identificação de objetos matemáticos correspondentes.

Para o autor, o papel da linguagem não é o de pôr em palavras o que já seria pensado ou vivido, mas colocar em proposições, para construir o pensamento de objetos de conhecimento, pelo menos no domínio das ciências e da matemática. Assim, a articulação cognitiva entre o registro da visualização e o da linguagem não são feitos no nível das palavras mas no nível das proposições. Uma figura pode ser produzida para ilustrar um enunciado, mas inversamente, um enunciado pode ser produzido para descrever ou para explicar uma figura. Essas duas situações são cognitivamente diferentes e não conduzem necessariamente às mesmas produções.

O autor acrescenta que, para analisar o mecanismo cognitivo relacionado à articulação entre visualização e discurso, é preciso considerar dois pontos de vista: o ponto de vista funcional e o ponto de vista estrutural. Tendo em vista que a articulação entre ver e dizer mobiliza simultaneamente duas representações (a representação visual e o enunciado), é preciso olhar qual função a representação auxiliar considerada pode cumprir, em relação à representação autossuficiente considerada do ponto de vista matemático. Mas, como esta articulação implica que correspondências de conteúdo possam ser estabelecidas entre as duas representações, independentemente se seu estatuto de representação auxiliar ou autossuficiente, é preciso também olhar para a maneira com que as unidades de sentido e as unidades figurais podem ser discernidas e organizadas em cada uma das representações em sinergia cognitiva.

Para o autor, visualização e discurso constituem dois tipos de funcionamento cognitivo que têm sido muitas vezes opostos, tanto de um ponto de vista pedagógico, psicológico, quanto matemático. Entretanto sua articulação é absolutamente decisiva para a aprendizagem de geometria, pois a atividade geométrica repousa sobre a sinergia cognitiva desses dois registros de representação. Poderia o aluno cego produzir uma figura para ilustrar um enunciado, ou criar um enunciado para descrever ou explicar uma figura e assim articular visualização e discurso?

4 PROBLEMÁTICA

Neste capítulo apresentaremos os principais motivos que nos levaram a escolher como tema de pesquisa a visualização de objetos geométricos por alunos cegos, a revisão bibliográfica, os objetivos que pretendemos atingir com nosso trabalho e a metodologia que usaremos para alcançar nossos objetivos e responder a questão de pesquisa.

4.1 JUSTIFICATIVA

Desde o ano 2000 trabalhamos em uma escola pública estadual e, praticamente em todos esses anos, tivemos um ou mais alunos com deficiência visual incluídos nas salas de aula comuns. Atualmente, as salas do Ensino Fundamental têm em média 35 alunos e as de Ensino Médio 40, e os alunos com deficiência visual frequentam essas salas normalmente. Com a prática, vamos aprendendo a lidar com a situação, mas como tudo que se aprende na prática, até acertar, cometemos muitos erros. Nesses anos pudemos observar as dificuldades dos professores em enfrentar situações para as quais não foram formados, e dos alunos com deficiência visual que precisam se superar para aprender, muitas vezes, sem condições apropriadas.

Em um dos ATPC (Aula de Trabalho Pedagógico Coletivo) as coordenadoras pedagógicas, junto com as professoras especialistas em deficiência visual, resolveram aplicar uma dinâmica em que deveríamos fazer nossas atividades com os olhos vendados. Inicialmente achamos que seria perda de tempo, pois todo mundo sabe que ficar sem enxergar é uma situação difícil, mas, participamos. Após andar pela escola escoltados por um professor como guia, entramos numa sala e sentamo-nos em volta de uma mesa para fazer a reunião habitual. Grande foi nossa surpresa quando, sentada ao redor da mesa para discutir a pauta do dia, não conseguíamos falar. Eram os olhos que estavam vendados, mas era a língua que estava paralisada. Tínhamos medo falar sozinhos, não sabíamos se estavam nos dando atenção. Foi aí que percebemos que era através do olhar do outro que sabíamos se podíamos ou não falar e se o que estávamos falando estava sendo aprovado ou não. Essa experiência ajudou a perceber a importância de se aproximar do aluno cego, de perguntar o que ele acha, se está entendendo ou não, pois, como ele não está vendo, acreditamos que é por meio das palavras do outro que ele sabe se deve falar ou não; isso mudou nosso olhar em relação aos alunos cegos.

Na sala de aula, o que o professor escreve na lousa é ditado para o aluno cego, pelo próprio professor ou por um colega de classe, e ele escreve em uma máquina de escrever em Braille. Na matemática, ditar pode gerar alguns problemas, por exemplo: o professor escreve na lousa 2^{x+1} , um aluno dita: “dois elevado a x mais um” e o aluno cego escreve $2^x + 1$. O professor não percebe, pois não entende o Braille. Na hora da correção, o professor pergunta ao aluno qual foi o seu resultado e constata que foi diferente do que ele esperava. Sem saber o que o aluno errou, o professor pede que ele corrija e, geralmente, o colega lhe ditará a solução, não do exercício que ele tem em seu caderno, mas sim do exercício que está na lousa. Desta forma, o aluno não entende porque errou e o professor não entende a dúvida do aluno. Esse é apenas um exemplo, mas, em matemática, temos muitos outros casos que geram problemas semelhantes.

Com essas observações, surgiram questionamentos a respeito da relação do aluno cego com a matemática, que tanto depende de representações para ser entendida. Será que observar essas representações matemáticas por meio da visão e por meio do tato é a mesma coisa? Quais problemas as diferenças entre a escrita a tinta e a escrita em Braille poderiam causar para o aprendizado matemático do aluno cego? Quais cuidados um professor precisa ter para ensinar matemática para esse aluno?

Com essas dúvidas fomos à procura de quem pudesse dar respostas a essas questões. Conversamos com as professoras especialistas em alunos com deficiência visual que trabalham nessa mesma escola. Não encontramos respostas definitivas para nenhuma das questões e ainda descobrimos que não há uma padronização mundial para os símbolos matemáticos em Braille, quer dizer, por exemplo, que a forma de representar raiz quadrada em Braille no Brasil pode ser diferente da forma de representar raiz quadrada em outro país. Dessas observações surgiu o interesse pelo estudo de dificuldades enfrentadas por professores e alunos e a vontade de contribuir para uma reflexão a respeito das condições de ensino e de aprendizagem de alunos com deficiência visual.

Assumindo a posição de pesquisadores em uma escola em que somos também professores, podemos observar esse espaço não como meros expectadores, mas, como diz Geertz (2008), como pessoas integradas a ele, sendo necessário tomar o cuidado de manter um senso crítico que nos permita ser o mais imparcial possível, pois a escola constitui uma cultura diferenciada, que precisa ser entendida para que possa evoluir e corresponder aos anseios da sociedade.

Hoje a “inclusão” já não é questão de concordar ou não, é lei e os alunos com necessidades educacionais especiais estão nas salas de aula. A questão é: como atender às necessidades desses alunos quanto à educação? Não basta construir rampas, providenciar materiais adequados e colocar essas crianças numa sala de aula. É preciso garantir as condições de ensino para os professores e de aprendizagem para essas crianças, o que vai muito além do acesso físico à escola. A urgência de se encontrar respostas a esta questão justifica e ressalta a importância de trabalhos de pesquisa direcionados ao ensino e à aprendizagem desse público.

Ferreira e Manrique (2010) realizaram um mapeamento em quatro periódicos qualificados como A1 na área de Ensino de Ciências e Matemática, entre os anos de 2007 a 2009, buscando artigos que abordassem um dos temas: inclusão, alunos deficientes ou alunos cegos. Escolheram duas revistas nacionais: a Revista Bolema, da qual analisaram 75 artigos, e a revista Ciências e Educação, da qual analisaram 105 artigos. Escolheram, também, duas revistas internacionais: Education Studies in Mathematics, da qual analisaram 163 artigos, e For the learning in Mathematics, da qual analisaram 87 artigos. Verificaram que não existia nenhum artigo que abordasse a inclusão nessas revistas. No Caderno Cedes, com 57 artigos entre os anos de 2007 e 2009, encontraram apenas oito artigos relacionados à inclusão de alunos cegos e/ou surdos. Estes dados justificam a necessidade de pesquisas relacionadas à inclusão.

De acordo com os PCN (BRASIL, 1998b), os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc.. O documento destaca que o trabalho com espaço e forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações. Esse bloco de conteúdos contempla não apenas o estudo das formas, mas também as noções relativas a posição, localização de figuras e deslocamentos no plano e sistemas de coordenadas.

Muitas vezes, para que um aluno cego tenha acesso às representações matemáticas, são necessárias adaptações que nem sempre são simples numa sala de aula inclusiva. Essa

necessidade nem sempre é percebida pelo professor, prejudicando as condições de aprendizado desse aluno. Segundo Brousseau (apud ALMOULOU, 2007, p.141), os obstáculos didáticos nascem da escolha das estratégias de ensino, que permitem a construção, no momento da aprendizagem, de conhecimentos cujo domínio de validade é questionável ou incompleto e que, mais tarde, se revelarão como obstáculos ao desenvolvimento da conceituação. Sendo assim, as falhas ocorridas hoje, no processo de ensino e aprendizagem de determinado conteúdo ao aluno cego, podem se tornar um obstáculo para sua aprendizagem no futuro.

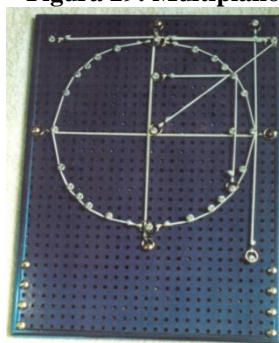
Considerando a relevância do ensino da geometria e a dificuldade, ou quase impossibilidade, do aluno cego construir suas próprias representações de objetos geométricos em sala de aula, esse será o conteúdo matemático que abordaremos em nossa pesquisa.

Faremos a revisão bibliográfica para verificar se alguma das pesquisas precedentes estudou a relação do aluno cego com as representações geométricas à luz da teoria de Raymond Duval.

4.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Fizemos um levantamento de trabalhos acadêmicos sobre o ensino de matemática a alunos cegos. Nossa fonte de pesquisa foi o Banco de Teses da Capes e sites de busca nacionais e internacionais com as palavras chaves: matemática, cegos, deficientes visuais e inclusão. Selecionamos trabalhos desenvolvidos entre 2002 e 2014.

Ferronato (2002) fez um estudo de mestrado sobre o ensino de matemática para alunos com deficiência visual por meio da utilização de um material manipulativo chamado “Multiplano”, objetivando maximizar o aproveitamento das atividades educativas destinadas a satisfazer as necessidades básicas desses alunos, principalmente no que se refere a figuras geométricas, gráficos e tabelas. O Multiplano, que pode ser observado na figura 29, consiste em uma placa perfurada de linhas e colunas perpendiculares, onde os furos são equidistantes e nos quais podem ser encaixados rebites. A medida da placa e a distância entre os furos podem variar conforme a necessidade. Na superfície, os pinos apresentam identificação de números, sinais e símbolos matemáticos tanto em Braille, quanto em algarismos hindu-arábicos, o que possibilita o seu uso tanto por pessoas cegas como por videntes.

Figura 29: Multiplano

Fonte: FERRONATO (2002, anexo 8)

Foram realizadas atividades de resolução de problemas incluindo a construção de gráficos de funções, cuja representação era feita com elásticos no multiplano. Essas atividades foram realizadas, inicialmente, apenas com um aluno cego que participou do aperfeiçoamento do material e, posteriormente, com outros alunos com deficiência visual que participavam de um grupo de estudo. O autor afirma que o multiplano, como material didático, se mostrou um eficaz facilitador para a abstração de alguns conceitos matemáticos por alunos com deficiência visual.

Nesse sentido, Ferreira (2006) realizou uma pesquisa de mestrado com o objetivo de desenvolver uma nova ferramenta para a construção de gráficos de função polinomial de primeiro grau para alunos sem acuidade visual e para proporcionar a inclusão destes alunos em aulas de Matemática do Ensino Médio. O ponto de partida foi a posição de Vygotsky referente ao processo de mediação e a importância da inclusão de alunos com deficiência nas escolas regulares e na sociedade. Com o auxílio de um aluno-colaborador (cego, que perdeu a visão aos doze anos) elaborou uma ferramenta composta por um kit contendo: plano cartesiano de latão, números em Braille positivos e negativos e massa de modelar antialérgica para determinar pontos e eixos em tiras imantadas. Após desenvolvimento e teste da ferramenta, foram realizadas atividades, de localização de pontos no plano e construção de gráficos, com o aluno-colaborador e, posteriormente, foi aplicada uma atividade para cerca de 26 alunos, entre eles um com deficiência visual e um com deficiência auditiva. Ao descrever uma das atividades realizadas com o aluno-colaborador, em que ele deveria construir o gráfico da função $f(x) = x+1$, o autor cita ter tido um problema pelo fato do aluno ter escrito a função errada em Braille, ele não ter percebido e, dessa forma, o aluno ter se confundido ao atribuir (mentalmente) valores para x e y . Ao refazer a atividade, o autor enfatiza a importância de ter feito o registro correto da função no papel e o registro da construção da tabela de valores de x e y , para posterior construção do gráfico utilizando a ferramenta desenvolvida por eles. Em suas conclusões, afirma que a ferramenta favoreceu a

identificação de pontos no plano cartesiano e, a construção de gráficos e sua interpretação, propiciaram alcançar os objetivos propostos de aprendizagem.

Fernandes (2004), em sua dissertação de mestrado, faz uma análise da apropriação do conceito de simetria por alunos cegos, com o objetivo de investigar os processos pelos quais esses alunos se apropriam de conceitos matemáticos. Para isso a autora produziu dois tipos de ferramentas: um para ser usado em tarefas que tratariam de figuras com eixo de simetria e o outro para o estudo de simetria e reflexão. A pesquisa foi realizada com dois sujeitos cegos, um com cegueira adquirida e outro com cegueira congênita. Os materiais utilizados foram polígonos feitos de papel canson (para que pudessem ser dobradas no eixo de simetria) e uma base de madeira com pinos (semelhante ao geoplano) onde as figuras geométricas e suas reflexões seriam feitas com elásticos.

A autora afirma que a produção de novos conhecimentos, a partir do uso de mediadores adequados, aumenta a capacidade de atenção e de memória e permite maior controle voluntário do sujeito sobre sua atividade, o que pode desencadear um processo de desenvolvimento da formação de conceitos. Destaca que a estrutura das tarefas e as ferramentas materiais, desenhadas para favorecer a percepção tátil dos sujeitos, foram decisivas para o desenvolvimento do trabalho empírico. Afirma ainda que o discurso argumentativo entre pesquisadora e os sujeitos da pesquisa, gerador de discordâncias, concordâncias e reparações, permitiu a criação das condições necessárias para uma mudança conceitual por parte dos aprendizes e favoreceu a interação e a comunicação.

Os trabalhos de Ferronato (2002), Ferreira (2006) e Fernandes (2004) apresentam atividades de construção de gráficos e figuras geométricas por alunos deficientes visuais, utilizando materiais concretos. Os resultados apresentados apontam que, utilizando esses materiais, esses alunos conseguiram criar representações que ajudaram em seu aprendizado.

Em sua pesquisa de mestrado, Adrezzo (2005) busca identificar fatores que contribuíram para a compreensão de expressões algébricas por alunos cegos, com objetivo principal de investigar a compreensão de sequências de padrões figurativos por esses alunos. Esse trabalho foi desenvolvido com cinco alunos cegos do Ensino Médio. A primeira fase da pesquisa envolveu a elaboração de atividades e de materiais manipulativos, por meio dos quais os alunos cegos poderiam ter acesso às sequências de padrões figurativos. A segunda fase constituiu-se de uma atividade de sondagem composta por itens que envolviam noções algébricas e cinco entrevistas em que foram trabalhadas sete sequências cujos padrões eram representados por ímãs de formas geométricas. As análises da autora indicam um processo

gradual de internalização das marcas externas (os imãs e suas organizações) por meio de manipulações, articulações e das tentativas de atribuir significado algébrico às letras em expressões algébricas, reforçando a importância da utilização do material manipulativo no estudo.

Fernandes (2008) apresenta um trabalho de doutorado com o objetivo de analisar processos de ensino e de aprendizagem de objetos matemáticos, especialmente os geométricos, para alunos com deficiência visual. A autora afirma que, com a presença crescente de aprendizes com necessidades educacionais especiais em salas de aulas de escolas regulares, torna-se crucial buscarmos compreender como a construção do conhecimento é mediada por diferentes meios de acesso aos sistemas sensoriais do corpo humano. Segundo a autora, o processo em que o aprendiz atribui significado aos objetos é apontado quando ele engaja-se num processo interativo e interpretativo das percepções táteis e das práticas discursivas, denominadas ferramentas semióticas, entre as quais destaca os signos subjetivos, as palavras e as ações realizadas pelo aparelho sensorio-motor (os gestos). Assim, apresenta um estudo de como as ferramentas semióticas podem ser usadas para constituir a cultura da sala de aula quando o conhecimento em jogo é matemático.

A pesquisa buscou contemplar dois polos de investigação: as práticas de uma escola inclusiva e os processos associados à aprendizagem de matemática por alunos sem acuidade visual. Para isso entrevistou alunos com deficiência visual e seus professores e analisou as práticas avaliativas da escola e do sistema educacional. Propôs, também, uma análise das estratégias empregadas por aprendizes cegos congênitos para determinar perímetro e medidas de área e volume e a influência dos instrumentos de medição e dos recursos usados nesse processo. Para isso, as ferramentas utilizadas foram: placas de madeira coberta com E.V.A formando quadrados, retângulos e triângulos em baixo relevo, e polígonos construídos em papel canson. Na elaboração dessas ferramentas o foco foi o favorecimento de estímulos hápticos considerando que este é um dos principais canais de aquisição de informação para esses aprendizes.

Os resultados desse trabalho indicam que os gestos, que a autora considera como uma prática discursiva, fazem parte das práticas matemáticas dos cegos, assim como dos alunos videntes. Indicam ainda que o processo interpretativo e reflexivo gerado pelas percepções táteis, promovidas pelas ferramentas materiais e pelos diálogos, auxiliou os sujeitos da pesquisa na formação de sistemas simbólicos de representação, inicialmente físicos e, posteriormente, subjetivos, que permitiram a interpretação dos objetos

matemáticos em jogo. Esses estudos mostram alunos cegos congênitos e com cegueira adquirida, trabalhando em grupos, resolvendo problemas de cálculo de perímetro e medidas de área de polígonos em que o aluno modifica a figura inicial, por meio de dobraduras, em uma nova figura para facilitar a resolução do problema. Os resultados desta pesquisa apontam que alunos cegos identificaram objetos geométricos planos por meio de sua representação material e nos dão indícios de que é possível a apreensão operatória pelo aluno cego.

Em sua tese de doutorado, Kohanová (2006) lida com questões a respeito do ensino de matemática para pessoas com deficiência visual. Inicia por um levantamento de possíveis doenças do olho, como elas se manifestam e apresenta, brevemente, alguns problemas de notação Braille da matemática e as limitações do código Braille da Eslováquia. Segundo a autora, como não existe uma notação que abrange todos os símbolos matemáticos no ensino secundário e universitário, os alunos com deficiência visual são forçados a criar e utilizar sua própria notação, que pode não ser compreensível para os outros. Enfatiza que a tendência dos últimos anos é integrar os alunos com deficiência em escolas comuns e como na Eslováquia não existe um padrão para o ensino de matemática para os alunos com deficiência visual incluídos no ensino secundário, o professor tem que determinar os requisitos desses estudantes por conta própria, subjetivamente.

Segundo Kohanová (2006), uma das condições mais importantes da atividade pedagógica bem sucedida com alunos com deficiência visual é o conhecimento de sua personalidade, a compreensão de suas habilidades e o respeito por sua deficiência. Em um pré-experimento a autora compara as abordagens e estratégias de soluções de problemas matemáticos de pessoas que enxergam com as de pessoas que não enxergam e observa que pessoas com deficiência são capazes de resolver problemas matemáticos, embora sua abordagem e forma de solução sejam diferentes das abordagens das pessoas que enxergam. Ela destacou que, no campo da geometria, a maioria dos alunos que enxergam tentaram resolver os problemas de geometria analítica e euclidiana, já os alunos cegos não resolveram estes problemas porque, de acordo com a sua história, não tiveram aulas de geometria desde que ficaram cegos.

Esse resultado levou a autora a pesquisar mais o campo da geometria espacial em conexão com pessoas com deficiência visual, para ver como elas se adaptam a vários ambientes e quais são suas ferramentas pessoais. Preparou, então, uma nova experiência em que os alunos participantes deveriam descrever os objetos, suas características e sua

localização em uma sala preparada e, depois, construir um modelo em escala da sala, baseado na memória e, para alguns alunos que não estavam na sala, baseados em uma gravação de áudio. Observou que os alunos cegos foram capazes de descrever o ambiente que observaram, identificaram e nomearam figuras e sólidos geométricos básicos, apesar de, em alguns momentos usarem a terminologia errada (às vezes chamavam objetos cúbicos de retangulares). A autora enfatiza que, para explorar a sala, o aluno cego usou principalmente o sentido do tato, auxiliado pelo da audição e foi detectando o espaço gradualmente e que, no final, alunos cegos e videntes construíram o modelo da sala corretamente, o que a leva a concluir que a representação mental do mundo do cego não é diferente do mundo dos videntes, a diferença é o caminho para obter a informação sobre o espaço.

Em uma pesquisa de mestrado, Marcellly (2010) analisa o processo de construção e adaptação de uma História em Quadrinhos sobre Matemática para alunos cegos e videntes. A revista é denominada História em Quadrinhos Adaptada – HQ-A, adequada para escrita e leitura manual do sistema Braille e teve no processo de construção a participação de possíveis usuários. A HQ-A conta a história de Tales de Mileto, e como ele mediu a altura da pirâmide através de sua sombra, com o uso de um bastão, do raio do sol e da medida de sua própria altura. A autora espera que este material seja utilizado como recurso de ensino em sala de aula por todos os alunos, considerando duas alternativas para esse uso: a primeira que a HQ-A seja impressa por uma impressora Braille e as adaptações das imagens feitas com texturas alternativas pelos próprios alunos videntes e a segunda alternativa é que a HQ-A seja impressa numa impressora Braille, para ser utilizada por um usuário cego, totalmente adaptada em relevo - imagens e texto - e a HQ-A a ser utilizada pelos estudantes videntes impressa em tinta. Durante a elaboração do material a autora relata que nem tudo que queria representar em alto relevo podia ser lido tatilmente, porque o excesso de detalhes podiam impossibilitar a leitura e que, mesmo com esses cuidados, foi necessário inserir a descrição escrita do cenário. Não sabemos se as ilustrações seriam reconhecidas por outros alunos cegos, pois a apresentação do material ficou para uma próxima etapa da pesquisa.

Vita (2012), em sua tese de doutorado, analisa a potencialidade de uma maquete tátil para a aprendizagem de conceitos básicos de Probabilidade por alunos cegos. A fundamentação teórica utilizada adveio da Ergonomia Cognitiva, particularmente, da abordagem Instrumental de Rabardel. A pesquisa foi realizada com quatro alunos cegos da Educação de Jovens e Adultos, especificamente com cegueira adquirida, sendo um deles de São Paulo e três da Bahia. Inicialmente foram propostas tarefas que permitiram a interação

dos alunos com a maquete e que eles pudessem expor suas opiniões quanto ao seu manuseio, visando investigar a usabilidade do material. Na sequência foram propostas tarefas relacionadas com conceitos básicos de probabilidade. Segundo a autora, a maquete se mostrou um material didático coerente com as características físicas dos alunos que utilizam o tato para coletar informações, apesar de não ter permitido que eles agissem com autonomia durante o experimento, tendo sido necessária a participação da pesquisadora como facilitadora entre o material didático e o aluno.

Em Portugal, Santos, Ventura e Cesar (2008) trabalharam com alunos cegos em diferentes níveis do ensino básico e secundário (fundamental e médio) no projeto “Interação e Conhecimento (IC)”, que teve duração de doze anos (terminou entre 2005 e 2006) e o principal objetivo centrava-se na promoção do trabalho colaborativo e na busca de contribuir para a construção de cenários educativos mais inclusivos. Esse projeto desenvolveu-se em três níveis, quanto ao seu design: um quase experimental, onde estudaram diferentes tipos de duplas, tarefas e interações sociais entre os alunos; uma investigação-ação, em que os professores, pelo menos durante um ano letivo, implementavam trabalho colaborativo nas turmas e uma investigação em Educação Matemática, com estudos de caso, muitos deles referentes a alunos que estavam caracterizados como apresentando necessidades educacionais especiais. Os autores privilegiaram o trabalho colaborativo, com os alunos em dupla ou em pequenos grupos, pela importância de promover as interações sociais nos processos de ensino e de aprendizagem de todo e qualquer aluno, principalmente dos alunos cegos.

Santos, Ventura e Cesar (2008) citam exemplos de diferenças entre a escrita de algumas representações matemáticas a tinta e na grafia Braille, ressaltando que no Braille a escrita é linear enquanto que na escrita a tinta podemos escrever na vertical, como é o caso das frações, e que isso requer alguns cuidados por parte do professor. Eles consideram que a oralidade não deve ser completamente alterada, mas, destacam a importância de um maior acompanhamento do aluno durante a introdução da simbologia e uma pluralidade no discurso utilizado nas aulas de matemática, considerando a diversidade de características dos alunos incluídos na turma. Eles afirmam que, no estudo de geometria o uso de materiais manipuláveis é um recurso que pode contribuir para um maior envolvimento dos alunos nas tarefas propostas, pelas potencialidades de descoberta e exploração que a manipulação pode permitir.

Ventura, Santos e Cesar (2010) afirmam que trabalhar colaborativamente permitiu aos alunos desenvolver uma atitude mais positiva relativamente à matemática e uma maior autoestima acadêmica, pois, os alunos partilham os seus raciocínios e estratégias de resolução, o que, no caso de um aluno cego junto com um de visão normal, se torna particularmente importante. Essa interação propicia ao aluno de visão normal desenvolver a capacidade de se comunicar matematicamente, de argumentar de forma sustentada, de organizar o raciocínio, bem como lhe exige um grande domínio da terminologia específica desta disciplina. O aluno cego precisa explicar ao colega a forma como procura resolver a tarefa, já que este não conhece a grafia Braille, portanto esta situação exige, do aluno cego, uma grande organização do raciocínio (já que este dificilmente pode se apoiar em esquemas ou desenhos), bastante rigor na utilização da terminologia matemática e capacidade de argumentação. E concluem que a implementação de práticas de trabalho colaborativas em aulas de matemática permite que todos os alunos, em particular os alunos cegos, tenham um papel mais ativo na construção do conhecimento, e se tornem mais autônomos e com capacidade de comunicação matemática e argumentação mais desenvolvida.

Em relação a como trabalhar com alunos cegos, Camargo (2012) apresenta um estudo com o objetivo de identificar os saberes docentes a serem desenvolvidos pelos professores de física, para que estejam capacitados para conduzir atividades de ensino a alunos com deficiência visual. Para esse estudo, fez intervenções na formação de professores que cursavam licenciatura em física na Universidade Estadual Paulista (UNESP, campus Bauru), proporcionando o contato desses futuros professores com alunos com deficiência visual matriculados na rede pública de ensino de Bauru, SP. Os futuros professores tiveram a oportunidade de conduzir atividades de ensino de física em uma sala com 37 alunos, sendo 35 videntes e 2 cegos. Inicialmente identificou dificuldades e viabilidades no processo de planejamento de atividades de ensino de física para alunos com e sem deficiência visual e, na sequência, identificou saberes necessários para a condução prática dessas atividades em ambientes com a presença de alunos com deficiência visual. Constatou que a comunicação desenvolvida em sala de aula possui potencial significativo para a participação efetiva dos alunos com deficiência visual em aulas de física. O autor relata que dificuldades desses alunos com operações matemáticas constitui grande preocupação dos docentes que ministram aulas de física e afirma que o Braille não contribui para a resolução de cálculos pelos cegos.

O autor constata a importância e a carência de trabalhos que enfoquem questões relativas à atuação docente em salas de aula com a presença de alunos com deficiência visual e enfatiza que incluir alunos com deficiências em aulas de física, biologia, química, matemática, história, etc. deve ir além dos princípios gerais indicados, requer reconhecer a necessidade de investir em pesquisas que revelem propriedades ativas das variáveis específicas, e uma dessas variáveis se refere aos saberes docentes necessários para condução de cada disciplina.

Moreira (2012), em sua tese de doutorado, realizou uma investigação que teve como referencial teórico a Teoria das Representações Sociais em que a representação social refere-se à maneira do indivíduo pensar e interpretar o seu cotidiano. Seus objetivos foram identificar, analisar e apresentar as representações sociais de 65 professores, de quatro escolas públicas de São Paulo, a respeito do fenômeno da deficiência, bem como saber seus conhecimentos, opiniões e dúvidas sobre a temática. A coleta dos dados se deu por meio de entrevistas, que apresentaram três situações cotidianas, vividas em aulas de Matemática, a fim de despertar no participante a vontade de se expressar sobre o tema deficiência. Na primeira situação, buscaram compreender como os entrevistados se sentiam frente a uma situação de amizade entre dois adolescentes, sendo que um deles apresentava deficiência; na segunda situação, após se depararem a uma circunstância explícita de preconceito, verificaram as opiniões, atitudes e comportamentos dos entrevistados e, na terceira história, os entrevistados ficaram diante de uma situação que teve como objetivo identificar os conceitos que tinham sobre o fenômeno da deficiência. Os resultados obtidos indicaram a presença de distintas representações sociais acerca da temática, com posturas ancoradas não só no apoio e incentivo à inclusão do aluno com deficiência, mas, também nas manifestações de dúvidas, opiniões e atitudes contrárias à filosofia da inclusão.

Ainda relacionado ao trabalho do professor, tese de doutorado de Ferreira (2014) teve por objetivo identificar como interagem os professores da sala de aula regular com os professores da sala de recursos/apoio para auxiliar o aluno com algum tipo de deficiência no ensino de Matemática e como os materiais pedagógicos são utilizados em estratégias de ensino utilizadas por eles. A pesquisa foi realizada com quatro professoras, duas de uma escola da rede municipal e duas da rede estadual da cidade de São Paulo. Como fundamento teórico foi utilizado Charlot, no estudo das relações das professoras com os saberes, e Vygotsky no que se refere à utilização de materiais pedagógicos como forma de mediação entre o aluno com deficiência e os conteúdos matemáticos. O trabalho foi dividido em três

ciclos, no primeiro foram feitas visitas às escolas para identificar os materiais disponíveis para o ensino de matemática, no segundo foram feitas entrevistas com as professoras das salas de recursos e, no terceiro, as professoras das salas regulares, que tinham alunos com deficiência, responderam um questionário sobre como trabalhavam os conteúdos matemáticos com esses alunos e quais materiais utilizavam. Em suas conclusões, afirma que foi possível compreender como as trocas de experiências permitem o desenvolvimento de planos de ação individuais e conjuntos entre as professoras, e que podem ser ampliados para a escola e também para as famílias desses alunos com deficiência. Afirma, ainda, que para que exista uma escola inclusiva, que acolha os alunos e lhes proporcione o direito ao aprendizado, é necessário, primeiramente, acolher o professor que irá trabalhar com esses alunos, dando a ele uma formação continuada que lhe dê subsídios para trabalhar com essa nova realidade.

Os trabalhos de Camargo (2012), Moreira (2012) e Ferreira (2014) reforçam a importância do envolvimento do professor no processo de inclusão escolar, enfatizando o relacionamento do professor da sala de aula comum com o professor especialista, para que o aluno cego tenha acesso aos recursos necessários à sua aprendizagem.

Por meio da revisão bibliográfica observamos que grande parte dos trabalhos afirma que, no estudo da geometria, o uso de materiais manipuláveis é um recurso que pode contribuir para um maior envolvimento dos alunos cegos nas tarefas propostas, pelas potencialidades de descoberta e exploração que a manipulação de materiais pode permitir. Alguns trabalhos relatam a dificuldade desses alunos com operações matemáticas e citam diferenças entre a escrita em Braille e a escrita a tinta. Em alguns desses trabalhos, observamos que, utilizando instrumentos, alunos cegos podiam criar representações que, segundo os autores, ajudaram no aprendizado de conceitos matemáticos. Pelo trabalho de Kohanová (2006), podemos concluir que alguns problemas enfrentados por indivíduos cegos são gerais e não restritos à realidade do Brasil.

Os resultados dessas pesquisas vêm reforçar a importância do estudo das relações entre o aluno cego e as formas de representação dos objetos matemáticos. Vários trabalhos falam de material concreto para o ensino de geometria, mas não se referem às representações feitas com pontos em relevo no papel. O foco desses trabalhos não era estudar como o aluno reconhecia as representações e visualizava objetos geométricos, e sim como a utilização desses materiais ajudaria no processo de aprendizado.

Pretendemos estudar como o aluno cego congênito se relaciona com as representações e se a falta de visão pode gerar alguma limitação nesse relacionamento. Como não encontramos nenhum trabalho que discuta essa relação sob o olhar da teoria de Duval, será nessa perspectiva que delimitaremos nosso problema de pesquisa.

4.3 DELIMITAÇÃO DO PROBLEMA

De acordo com Duval (1995), a particularidade da aprendizagem de matemática considera que as atividades cognitivas de conceitualização, raciocínio, resolução de problemas e compreensão de textos, requerem a utilização de sistemas de expressão e de representação além da linguagem natural ou das imagens; requerem sistemas variados de escritas para números, notações simbólicas para os objetos, escrituras algébricas e lógicas que contenham o estatuto de línguas paralelas à linguagem natural para exprimir as relações e as operações, figuras geométricas, representações em perspectiva, gráficos, etc. Para o autor as representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento. Ressalta que o funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação.

Para o autor, a análise do conhecimento deve considerar a forma como os objetos nos são apresentados e como podemos ter acesso a eles por nós mesmos. A forma de acesso aos objetos por uma pessoa cega não é a mesma de uma pessoa vidente, assim, ao analisarmos o conhecimento desses sujeitos é necessário levar isso em consideração.

Assim como em outros campos da matemática, no ensino de geometria a alunos cegos, precisamos considerar o fato desse aluno ter acesso aos objetos geométricos por meio do tato e não da visão. Segundo Gil (2000), o deficiente visual vivencia o mundo por meio do tato e essa percepção permite que ele compreenda que existe algo fora de si mesmo, um mundo exterior povoado de objetos e pessoas, cada um com seu nome, sua forma e sua função. De acordo com a autora, o tato permite analisar um objeto de forma parcelada e gradual, ao contrário da visão que é sintética e globalizadora. Assim, as informações parciais fornecidas pelo tato precisam ser integradas, para chegar a uma conclusão global.

Griffin e Gerber (1996) também afirmam que as informações obtidas por meio do tato têm de ser adquiridas sistematicamente, e reguladas de acordo com o desenvolvimento,

para que os estímulos ambientais sejam significativos, ao contrário do sentido da visão, que pode captar e processar as informações instantaneamente por meio de “input” sensorial.

Segundo Griffin e Gerber (1996), ao passar para um nível abstrato de representação gráfica, a criança cega deve se familiarizar com formas geométricas tridimensionais pelo manuseio de objetos sólidos antes de evoluir para a representação bidimensional dos objetos. O trabalho com conteúdos de geometria pressupõe a representação de objetos geométricos, e isso requer procedimentos especiais para que os alunos cegos consigam compreender esses conteúdos. É necessário o uso de materiais adequados às suas especificidades para que eles possam perceber e interpretar figuras geométricas.

Para Duval (2011), existem sempre muitas representações possíveis para um mesmo objeto, pois suas representações mudam conforme os pontos de vista considerados, e corremos o risco de considerar duas representações diferentes de um mesmo objeto por dois objetos diferentes ou duas representações de objetos diferentes como sendo de um mesmo objeto. Para uma pessoa cega, qual seria o ponto de ligação entre essas representações para que ela possa reconhecer que todas se referem ao mesmo objeto? Existem formas de representação de objetos matemáticos que seriam mais interessantes que outras para que o aluno cego tenha acesso a eles?

De acordo com Duval (1993), a existência de muitos registros de representação permite a mudança de um registro em outro com o objetivo de permitir a realização de tratamentos de uma maneira mais econômica e mais potencializada. Os tratamentos mais econômicos para um aluno vidente seriam também os mais econômicos para um aluno cego que utiliza o sistema Braille?

Segundo Duval (2005), a geometria mobiliza o gesto, a linguagem e o olhar, sendo necessário construir, ver e raciocinar e evidencia três maneiras diferentes de ver as figuras segundo o seu papel: a apreensão perceptiva, a apreensão operatória e a apreensão discursiva. A apreensão perceptiva é o reconhecimento visual imediato da forma, a primeira impressão que temos ao nos depararmos com uma figura. Se o trabalho com a geometria parte da interpretação visual dos objetos geométricos, como o aluno cego pode resolver os problemas geométricos? Como ele pode mobilizar essas apreensões sem contar com a visão?

Para o autor, ver recobre sempre dois níveis de operações que são o reconhecimento discriminativo de formas e a identificação de objetos correspondente às formas reconhecidas. E diz que na percepção do mundo que nos rodeia esses dois níveis de

operações não parecem separáveis, pois são simultâneos, e que esta fusão entre reconhecimento de uma forma e identificação de um objeto é a condição para respostas rápidas e adaptadas às situações novas e imprevistas. Quando a identificação de um objeto é feita pelo tato, esses dois níveis de operação não são assim tão simultâneos, pois o ato de pegar um objeto e identificá-lo não é tão rápido quanto o de ver, que suporta certa distância do objeto. Sendo assim, se a fusão entre reconhecimento de uma forma e identificação de um objeto é a condição para respostas rápidas às novas situações, este fato pode ser determinante para o comportamento do cego diante deste tipo de situação? O cego necessitaria de mais tempo para essas respostas?

Segundo Duval (1999), algumas representações semióticas, como desenhos, são representações “icônicas”, que estabelecem uma relação entre a representação e o objeto representado de modo que o reconheça imediatamente, sem informações adicionais. As representações icônicas referem-se a uma percepção prévia do objeto representado, a partir de seu caráter concreto. Como o cego não relaciona uma representação com uma imagem visual, o que seria uma representação icônica para o cego?

De acordo com o autor, por meio da apreensão operatória, o aluno opera modificações sobre as figuras com fins heurísticos, para a descoberta da resolução do problema. Um aluno cego, utilizando o tato, pode reconfigurar figuras para resolução de problemas geométricos?

Duval (2005) afirma que a desconstrução dimensional representa uma revolução cognitiva para o funcionamento espontâneo da visualização icônica ou não icônica e afirma que a desconstrução dimensional de formas é uma etapa que vai contra todos os processos de organização e de reconhecimento perceptivo de formas. De acordo com o autor vemos a princípio um paralelogramo antes de ver seus lados e todos os traçados que percebemos desde o início, como formando o contorno da superfície, permanecem inseparáveis do primeiro reconhecimento visual. Sendo por isso que a desconstrução dimensional representa uma revolução cognitiva em relação aos outros tipos de visualização. Será que isso vale também para o cego ou será que pelo tato ele identifica primeiro as partes antes de identificar o todo? Será que o aluno cego consegue articular a visualização e o discurso em geometria? Será esta articulação um ponto crucial para o aprendizado de objetos geométricos por alunos cegos?

Duval (1999) faz distinção entre visão e visualização. Afirma que ao contrário da visão, que fornece um acesso direto ao objeto, a visualização é baseada na produção de uma representação semiótica e torna visível tudo que não é acessível à visão. E destaca:

Iconic representations refer to a previous perception of the represented object, from which to their concrete character. In mathematics, visualization does not work with such iconic representations: to look at them is not enough to see, that is, to notice and understand what is really represented (DUVAL, 1999, p.14).

Para o autor, em matemática, olhar não é suficiente para “ver”, ou seja, para observar e compreender o que está representado. Portanto, é com o significado de observar e compreender que empregaremos o verbo “ver” ao utilizar a teoria de Duval (1999) em nosso trabalho com alunos cegos. Sendo assim, a falta do sentido da visão não impossibilita que esse aluno observe e compreenda representações matemáticas, e é nesse sentido que conduziremos nossa investigação.

De acordo com Duval (1999), a visualização é baseada na produção de uma representação semiótica que mostra a organização das relações entre as unidades representacionais que podem ser figuras geométricas, gráficos cartesianos, palavras, etc., e afirma que, enquanto texto ou raciocínio, compreender envolve aprender toda a sua estrutura, e que não há compreensão sem visualização. Diante dessas afirmações, e dos questionamentos que levantamos anteriormente, formulamos a seguinte questão: **“Como o aluno cego visualiza objetos geométricos?”**

Para Duval (1999) aprender a visualizar em matemática não é fácil e bem sucedido como é para o objeto físico em ambiente real. Sendo assim, o objetivo geral de nosso trabalho é investigar, segundo a teoria de Duval, como o aluno cego identifica e entende os objetos geométricos por meio de suas representações semióticas e, para atingi-lo, delineamos alguns objetivos específicos:

- Verificar se o aluno cego reconhece objetos geométricos representados em relevo no papel (inclusive representações em perspectiva);
- Investigar o que seria a visualização icônica para alunos cegos.
- Verificar se o aluno cego é capaz de obter, por meio do tato, as operações específicas que permitem mudar uma figura geométrica inicial em outra conservando suas propriedades (apreensão operatória);

- Investigar qual a ordem de percepção de objetos geométricos pelo tato, ou seja, se o aluno cego identifica primeiro o todo e depois as suas partes ou se identifica primeiro as partes para depois reconhecer o todo.
- Verificar se o aluno cego consegue articular visualização e discurso em geometria.

Para desenhar o caminho que nos levará a atingir nossos objetivos e responder a questão de pesquisa, apresentaremos a metodologia e os procedimentos adotados.

4.4 METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nossa investigação busca compreender como alunos cegos visualizam objetos geométricos e como isso interfere em seu aprendizado. Como buscamos a compreensão de comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação, em um contato direto com os indivíduos em seu ambiente escolar, de acordo com Bogdan e Biklen (1982), essa investigação caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa.

Para Creswell (2010), na pesquisa qualitativa os pesquisadores fazem uma interpretação do que enxergam, ouvem e entendem. Suas interpretações não podem ser separadas de suas origens, história, contextos e entendimentos anteriores. Os pesquisadores qualitativos tentam desenvolver um quadro complexo do problema ou questão que está sendo estudado, envolvendo o relato de múltiplas perspectivas, a identificação dos muitos fatores envolvidos em uma situação e, em geral, o esboço do quadro mais amplo que emerge.

Dentre os tipos de pesquisa qualitativa, acreditamos que nosso trabalho se enquadre no estudo de caso que, de acordo com Stake (1995 apud ANDRÉ, 2005), é o estudo da particularidade e da complexidade de um caso singular, levando a entender sua atividade dentro de importantes circunstâncias. Segundo André (2005), o estudo de caso pode focalizar uma situação, um programa ou um fenômeno particular e engloba um grande número de variáveis, além de retratar suas interações ao longo do tempo. Os dados são expressos em palavras, imagens, citações literais ou figuras literárias e o produto final de um estudo de caso é uma descrição completa e literal da situação investigada.

Para a autora, uma das vantagens do estudo de caso é a possibilidade de fornecer uma visão profunda e ao mesmo tempo ampla e integrada de uma unidade social complexa,

composta de múltiplas variáveis. Outra vantagem é sua capacidade de retratar situações da vida real, sem prejuízo de sua complexidade e de sua dinâmica natural, o que exige uma boa aceitação do pesquisador pelos participantes e requer muita sensibilidade no contato e nas relações de campo.

De acordo com André (2005), os estudos de caso são valorizados por jogarem luz sobre o fenômeno estudado, de modo que o leitor possa descobrir novos sentidos, expandir suas experiências ou confirmar o que já sabia. Espera-se que o estudo de caso ajude a compreender a situação investigada e possibilite a emergência de novas relações e variáveis, ou seja, que leve o leitor a ampliar suas experiências. Outra qualidade usualmente atribuída ao estudo de caso é o seu potencial de contribuição aos problemas da prática educacional, para focalizar uma instância em particular e iluminar suas múltiplas dimensões, que podem fornecer informações valiosas para medidas de natureza prática e decisões políticas. Isso significa que, tanto a coleta quanto a divulgação dos dados, devem ser pautadas por princípios éticos e por respeito aos sujeitos, de modo que sejam evitados prejuízos aos participantes.

Em nossa pesquisa, o estudo será desenvolvido com alunos cegos congênitos, do Ensino Médio, que frequentam as salas de aula comuns, em uma escola pública estadual. O foco é entender como esses alunos visualizam objetos geométricos e trabalham com suas representações. Para atingir nossos objetivos, coletaremos os dados por meio de entrevistas que serão feitas oralmente e também por questionários, numa interação face a face entre o pesquisador e o entrevistado. Esses procedimentos serão gravados em áudio e vídeo para análise posterior.

Segundo Ludke e André (1986), a grande vantagem da entrevista, em relação às outras técnicas de coleta de dados, é que ela permite a captação imediata e corrente da informação desejada, praticamente com qualquer tipo de informante e sobre os mais variados tópicos. Para as autoras, a técnica de entrevista que mais se adapta aos estudos do ambiente educacional é a que apresenta um esquema mais livre, já que esse instrumento permite mais flexibilidade no momento de entrevistar professores, alunos, pais, diretores, coordenadores ou orientadores.

De acordo com Triviños (1987), a entrevista semiestruturada é aquela que parte de questionamentos básicos, apoiados em teorias e hipóteses que interessam à pesquisa e que oferecem amplo campo de interrogativas, fruto de novas hipóteses que vão surgindo à medida que se recebe as respostas do entrevistado. Dessa forma as informações podem

emergir de forma mais livre e as respostas não são condicionadas a uma padronização de alternativas. Nossas entrevistas serão semiestruturadas, sendo possível acrescentar questões não previstas, dependendo das respostas do aluno e serão feitas no próprio ambiente escolar, algumas questões oralmente e outras apresentadas no papel, em forma de atividades, para que o aluno resolva. Alguns meses antes de iniciarmos as entrevistas, começaremos a frequentar a sala de recursos da escola para conhecer melhor a rotina dos alunos cegos e das professoras especialistas.

5 O ESTUDO

Neste capítulo apresentaremos a escola em que realizamos nosso estudo, o perfil dos alunos que participaram das entrevistas, as análises dos dados obtidos e a retomada dos objetivos da pesquisa.

5.1 DESCRIÇÃO DO ESTUDO

Nosso estudo consiste em investigar a atuação de alunos cegos no ambiente escolar, em aulas de matemática, em particular, sua interação com os conteúdos geométricos. Nosso foco principal é verificar como o aluno cego reconhece e trabalha com representações de objetos geométricos, se podem criar suas representações semióticas ou se sempre dependem de representações criadas por outras pessoas. Para isso realizamos entrevistas com alunos cegos congênitos que estudam, ou estudaram, em uma escola pública estadual da cidade de Santo André, São Paulo.

Foram realizadas cinco entrevistas. A primeira, composta por dezessete questões relacionadas às representações geométricas, teve como objetivo verificar se o aluno cego reconhece as formas e relações que definem um objeto geométrico. Investigamos se esse aluno reconhece figuras geométricas representadas em relevo no papel e se consegue descrever suas características e propriedades. Realizamos essa entrevista com dois alunos, o aluno 1 e o aluno 2, individualmente e os resultados obtidos levantaram novas questões, o que nos levou a formular a segunda entrevista. Como íamos investigar o mesmo assunto por meio de questões diferentes, supomos que a experiência de ter participado da primeira entrevista poderia influenciar nos resultados da segunda, por isso, resolvemos realizar essa entrevista com sujeitos diferentes.

A segunda entrevista foi realizada com o aluno 3 e o aluno 4 e teve como objetivo investigar como o aluno cego reconhece os objetos pelo tato e qual a ordem deste reconhecimento, ou seja, se ele precisa observar as partes para reconhecer o todo, ou se ele reconhece primeiro o todo para depois identificar as partes. Investigamos, também, se o aluno cego reconhece as representações de sólidos geométricos em perspectiva, em relevo no papel.

Na terceira entrevista, também com os alunos 3 e 4, o objetivo foi propor novas formas de representação de sólidos geométricos para alunos cegos, baseadas em suas planificações. Apresentamos aos alunos algumas figuras que poderiam representar um cubo, uma pirâmide de base quadrada e um paralelepípedo e observamos se relacionariam esses sólidos com as figuras apresentadas.

Na quarta entrevista, utilizamos a figura escolhida pelos alunos, na terceira entrevista, para representar a pirâmide de base quadrada e verificamos se um aluno cego conseguiria localizar os elementos da pirâmide nessa figura. Essa entrevista foi realizada apenas com um dos alunos, o aluno 3, porque ele estava na série adequada ao conteúdo abordado.

Na quinta entrevista, propusemos ao aluno 3 que ele mesmo construísse a representação necessária para a resolução de um problema geométrico. Os resultados dessa quinta entrevista nos levaram a propor um instrumento de desenho para alunos cegos, que chamamos de Prancheta de Desenho em Relevo Positiva.

5.2 CONHECENDO A ESCOLA

Nossa pesquisa desenvolveu-se em uma escola estadual da cidade de Santo André, São Paulo, construída na década de 1950. A escola funciona nos três períodos, manhã, tarde e noite, com treze salas de aula em cada período, atendendo alunos matriculados no Ensino Fundamental II e no Ensino Médio.

Nessa escola, desde 1964, há uma sala de recursos para alunos com deficiência visual. Nessa sala trabalham duas professoras especialistas em deficiência visual, uma no período da manhã outra no período da tarde. Os alunos cegos frequentam as salas de aula comuns e, no contraturno, frequentam a sala de recursos para o aprendizado do Braille ou reforço das disciplinas da série que estão cursando. No momento, esta é a única escola dessa cidade que possui uma sala de recursos para alunos com deficiência visual.

Uma das professoras especialistas já trabalha há mais de quinze anos nessa escola, a outra está há quatro anos, mas já trabalha com alunos com deficiência visual a mais de dez anos. Como essa escola é a única da região que tem sala de recursos, elas atendem, também, alunos com deficiência visual que estão matriculados em outras escolas.

As professoras especialistas também ajudam os alunos cegos a se locomoverem pela escola e a se relacionarem com as demais pessoas de forma autônoma. Alguns desses alunos são muito tímidos e precisam de incentivo para se expressar e se relacionar com os colegas e alguns deles estão defasados em relação aos conhecimentos pertinentes à série. De acordo com essas professoras, muitas vezes os pais de alunos com necessidades especiais os superprotegem o que dificulta o desenvolvimento da autonomia desses indivíduos, sendo esse mais um desafio para os professores.

Segundo elas, uma situação difícil de ser enfrentada é quando um aluno está em processo de perda da visão, num estágio em que já não enxerga a escrita a tinta e ainda não consegue ler em Braille. Às vezes esse aluno não quer aprender o Braille, pois não aceita que irá perder a visão. É uma circunstância difícil para os professores, que tem que ter sensibilidade para trabalhar com esse aluno e, principalmente, difícil para o aluno que tem que enfrentar essa situação. O professor da sala de aula comum deve estar ciente sobre como trabalhar com esse aluno nesse período, pois as atividades terão que ser feitas oralmente, já que o aluno não conseguirá ler ou escrever.

Além de trabalhar com os alunos, as professoras especialistas transcrevem para o Braille, ou ampliam (no caso dos alunos de baixa visão) as atividades, provas ou textos que os professores usarão nas salas de aula e também transcrevem do Braille para a escrita a tinta as atividades realizadas pelos alunos cegos. Essas professoras trabalham com todas as disciplinas, não só com a matemática, portanto, é muito importante o relacionamento delas com os professores das disciplinas específicas.

As professoras relatam que esse relacionamento nem sempre é fácil, pois alguns professores das salas de aulas comuns ainda têm resistência em adaptar suas aulas para atender as necessidades dos alunos com deficiência, às vezes por falta de tempo, às vezes por falta de interesse. Elas ressaltam que é preciso considerar que a grande quantidade de aulas (às vezes em mais de uma escola) dificulta o planejamento do professor que deveria antecipar os materiais para ampliação ou adaptação para o Braille, mas, a falta do material adaptado, pode prejudicar a participação do aluno com deficiência visual, tanto durante as atividades, como nos momentos de avaliação. As professoras especialistas dizem que alguns desses professores justificam esse tipo de atitude pela falta de formação para trabalhar com esses alunos, o que é verdade, mas, segundo elas, se esquecem de que, do outro lado da relação, está o aluno que depende de suas ações para ter melhores condições de aprendizado. Mas, apesar de haver atitudes como essas, as professoras afirmam que, nessa escola, grande

parte dos professores procura adaptar suas aulas e os materiais, embora sinta dificuldade de dar atenção diferenciada aos alunos cegos ao mesmo tempo em que têm que atender os demais alunos.

De acordo com essas professoras especialistas, um problema da educação inclusiva de alunos cegos está no fato de que o professor da sala de aula comum não recebeu orientações de como trabalhar com esses alunos durante sua formação inicial, no entanto, sua postura pode ser determinante para que o aluno se sinta incluído ou não. E ressaltam que, quando o aluno entende a aula e consegue realizar as atividades propostas, se sente capaz e isso melhora sua autoestima, mas, quando se sente excluído, começa a duvidar de sua capacidade.

5.3 PERFIL DOS ALUNOS ENTREVISTADOS

Nesta pesquisa contamos com a participação de quatro alunos cegos congênitos que estudam ou estudaram na escola em que estamos fazendo o estudo acima descrito. Os alunos serão identificados como aluno 1, aluno 2, aluno 3 e aluno 4.

O aluno 1 é do sexo masculino, tem 22 anos e tem cegueira bilateral congênita. Fez o Ensino Fundamental em um instituto para cegos e veio para essa escola pública no primeiro ano do Ensino Médio. Quando foi entrevistado por nós, estava no terceiro ano do Ensino Médio. Por problemas familiares, esse aluno ingressou atrasado no Ensino Fundamental I, tendo feito a primeira série em uma escola municipal de São Paulo, que não tinha sala de recursos para trabalhar com alunos cegos. Por esse motivo a família resolveu transferi-lo para um instituto especializado em trabalhar com cegos. Nessa transferência, o aluno repetiu a primeira série.

O aluno 2 é do sexo feminino, tem 21 anos e tem cegueira congênita causada por retinopatia da prematuridade. Fez o Ensino Fundamental I em uma escola pública municipal da cidade de Santo André, mas, como essa escola não tinha sala de recursos, nesse período já frequentava a sala de recursos da escola em que realizamos nosso estudo, em que se matriculou na quinta série (sexto ano) do Ensino Fundamental II. Quando respondeu a entrevista, já havia concluído o Ensino Médio. Como essa aluna, ao iniciar o Ensino Fundamental I, estudava em uma escola que não tinha sala de recursos para alunos cegos, antes de ser alfabetizada em Braille, aprendeu a escrever a tinta, com letras de forma, o que consegue fazer até hoje.

O aluno 3 é do sexo masculino, tem 19 anos e tem cegueira congênita causada por glaucoma. Estudou por algum tempo em uma creche e, com sete anos, entrou em um instituto para cegos onde concluiu o Ensino Fundamental. Veio para essa escola pública no primeiro ano do Ensino Médio. Quando foi entrevistado estava no terceiro ano do Ensino Médio. Esse aluno pratica esporte (futebol) na Associação de Pais e Amigos dos Deficientes Visuais (APADV).

O aluno 4 é do sexo masculino, tem 19 anos e tem cegueira bilateral congênita. Ingressou no Ensino Fundamental com oito anos, em uma escola municipal na cidade de Diadema, SP. Como a escola não tinha recursos para trabalhar com alunos cegos, mudou para um instituto para cegos onde concluiu o Ensino Fundamental. Durante esse período, reprovou a sexta série (sétimo ano). Veio para essa escola cursar o Ensino Médio. Quando foi entrevistado por nós estava no primeiro ano do Ensino Médio. Esse aluno também pratica esporte (futebol) na Associação de Pais e Amigos dos Deficientes Visuais (APADV).

Os alunos que iniciam a alfabetização em escolas comuns, que não tem sala de recursos, e depois são transferidos para um instituto para cegos, geralmente voltam para a primeira série, o que, junto do fato de iniciarem os estudos mais tarde, justifica o fato desses alunos terem mais idade do que a média da classe. Esse é o caso dos alunos 1, 3 e 4.

5.4 PRIMEIRA ENTREVISTA: A PERCEPÇÃO DE OBJETOS GEOMÉTRICOS

A primeira entrevista é composta de dezessete questões relacionadas às representações geométricas. O questionário, com as figuras na medida original, que foi apresentado aos alunos encontra-se no apêndice A.

A elaboração desta entrevista foi baseada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (1999), com o objetivo de verificar conhecimentos geométricos dos alunos, se e como reconhecem figuras geométricas representadas em relevo no papel e se interpretam definições e enunciados de problemas geométricos. Duval (1988) evidencia três maneiras diferentes de ver as figuras: a apreensão perceptiva, a apreensão operatória e a apreensão discursiva, pretendemos investigar se, pelo tato, o aluno cego alcança essas apreensões. Em relação à apreensão perceptiva, que Duval (1988) define como sendo o reconhecimento ‘visual’ imediato, consideraremos para o aluno cego, como sendo o reconhecimento inicial, ou seja, a primeira percepção, pelo tato, da figura em relevo.

Essa entrevista foi realizada com dois alunos cegos congênitos, o aluno 1 e o aluno 2. Embora apresentemos uma análise conjunta das respostas dos alunos, é importante ressaltar que as entrevistas foram realizadas individualmente. As questões foram apresentadas em Braille porque contêm figuras que devem ser interpretadas pelos alunos, mas foram feitas oralmente pela pesquisadora.

A questão 1 visa verificar o que o aluno conhece do retângulo.

1) *Como você descreveria um retângulo?*

O aluno 1 descreveu o retângulo como sendo “um quadrado irregular, porque os lados não são iguais”. Perguntamos, então, ao aluno 1 o que era um quadrado e ele respondeu que era quando os quatro lados eram iguais.

O aluno 2 descreveu o retângulo como tendo 4 lados, dois do mesmo tamanho e dois um pouco maiores. Nenhum dos alunos se referiu à medida dos ângulos do retângulo.

A questão 2 visa verificar o que o aluno conhece da circunferência.

2) *Como você descreveria uma circunferência?*

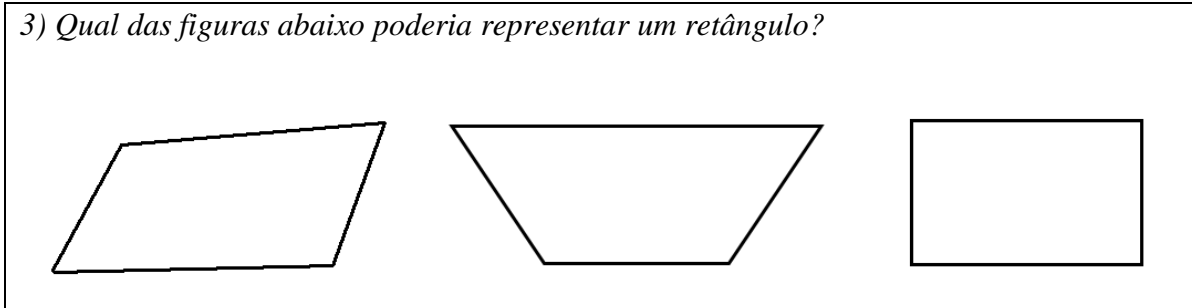
O aluno 1 disse que a circunferência tinha a ver com redondo, mas, não soube descrevê-la. Quando questionado se ele havia tido aulas de geometria, o aluno 1 respondeu que tinha aprendido sobre o triângulo retângulo, no primeiro ano do Ensino Médio. Perguntamos se, antes disso, no Ensino Fundamental, ele havia tido aulas de geometria, ele respondeu que muito pouco.

O aluno 2 descreveu a circunferência como um círculo, redondo, sem cantos.

Tanto na questão 1 quanto na questão 2, os alunos apresentaram algumas características das figuras geométricas, usando um vocabulário próprio e pobre em termos geométricos.

Na questão 3 pretendemos verificar se o aluno reconhece a figura de um retângulo.

3) *Qual das figuras abaixo poderia representar um retângulo?*

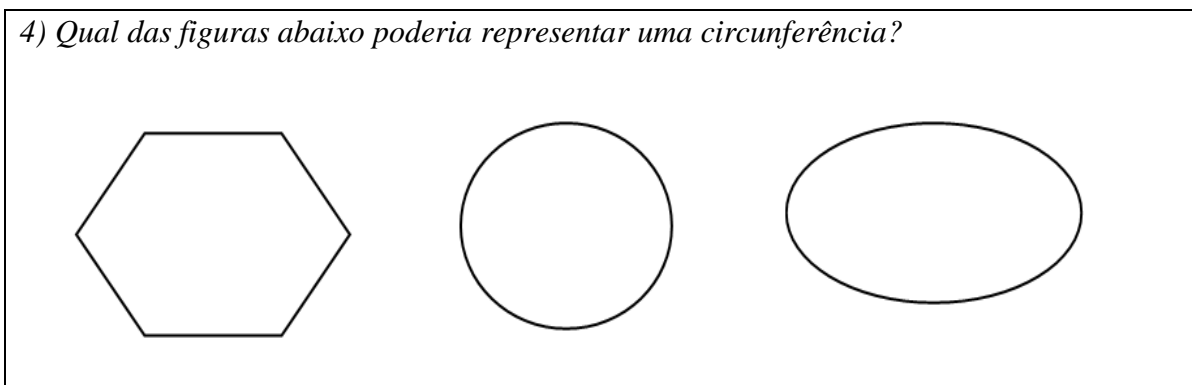


O aluno 1 escolheu a primeira figura, desconsiderando o fato dos ângulos não serem retos. Perguntamos se o aluno já tinha trabalhado com modelos de figuras geométricas. Ele respondeu que na primeira escola em que tinha estudado, antes de ir para o instituto para cegos, na primeira série, uma professora havia mostrado para ele um material que tinha peças de plástico com formas geométricas, mas fazia muito tempo.

O aluno 2 respondeu que a terceira figura representava o retângulo porque tinha dois lados opostos iguais e explicou que a primeira e a segunda figuras não podiam ser retângulos porque tinham lados inclinados.

Na questão 4 pretendemos verificar se o aluno reconhece a figura de uma circunferência.

4) *Qual das figuras abaixo poderia representar uma circunferência?*



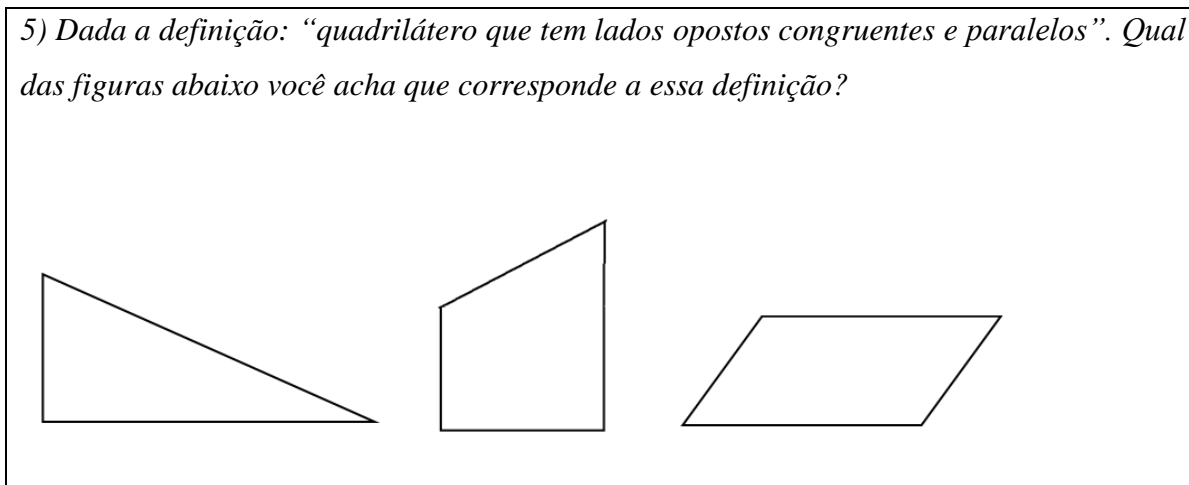
Tanto o aluno 1 quanto o aluno 2 identificou corretamente a circunferência. O aluno 1 disse ter sido mais fácil identificar a circunferência do que o retângulo. Tanto na questão 3 quanto na quatro, os alunos não fizeram nenhuma referência às outras figuras apresentadas junto com a do retângulo e a da circunferência, se limitaram em identificar a figura solicitada.

Pelas respostas apresentadas nas questões 3 e 4, observamos que, quando o aluno conhece as características de uma figura geométrica plana, ele pode reconhecer sua representação em relevo, no papel. As respostas do aluno 1 revelam sua falta de

conhecimento em relação ao retângulo. Foi possível constatar a apreensão perceptiva na identificação do retângulo pelo aluno 2 e na identificação da circunferência pelo aluno 1 e pelo aluno 2, como descrita por Duval (1988), pois interpretaram as formas e reconheceram as figuras geométricas em relevo.

A questão 5 tem como objetivo verificar se o aluno cego consegue relacionar a definição do objeto geométrico à sua representação em relevo no papel.

5) Dada a definição: “quadrilátero que tem lados opostos congruentes e paralelos”. Qual das figuras abaixo você acha que corresponde a essa definição?

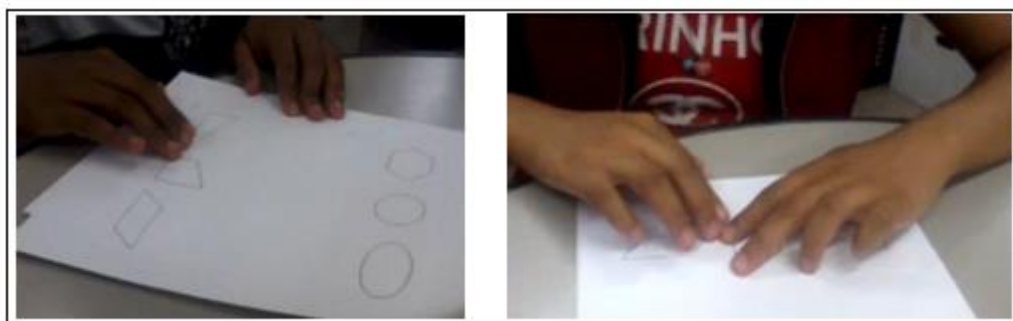


Pedimos para que o aluno 1 lesse a questão 5 e perguntamos se havia alguma palavra que ele não conhecia. Ele disse não saber o que era “congruente”, explicamos que “lados opostos congruentes” eram lados opostos de mesma medida. Após o esclarecimento, o aluno respondeu que a terceira figura correspondia à definição e justificou sua resposta dizendo que a primeira figura parecia ser um triângulo e a segunda parecia ser um retângulo. Questionamos, então, se um retângulo não poderia corresponder à definição dada e o aluno respondeu não saber. Pedimos para que ele explicasse porque escolheu a terceira figura e não a segunda e ele disse ter achado a “última figura mais irregular”. Ao ser questionado quanto à congruência dos lados opostos da terceira figura, o aluno respondeu que os lados tinham comprimentos diferentes. As contradições nas respostas do aluno 1 nos faz crer que ele respondeu a questão aleatoriamente, sem ter realmente entendido sua relação com a definição apresentada.

O aluno 2 leu a definição e disse não saber o significado das palavras “quadrilátero” e “congruente”. Esclarecemos que quadrilátero é um polígono de quatro lados e congruente significa que tem medidas iguais. Inicialmente o aluno ficou em dúvida entre a segunda e a terceira figura, mas decidiu escolher a terceira e justificou sua resposta dizendo que esta figura parecia ter os lados opostos do mesmo tamanho, o que nos faz crer que o aluno

compreendeu parcialmente a definição, pois não fez referência ao paralelismo. Dessa forma, acreditamos que, mesmo parcialmente, o aluno 2 fez a conversão do registro escrito para o registro figural, pois, mesmo sem ter construído a figura, ele a reconheceu em relevo no papel e a relacionou à definição. A figura 30 mostra o aluno 1 e o aluno 2 (nesta ordem) observando as figuras da questão 5.

Figura 30: Aluno 1 e aluno 2 observando as figuras da questão 5



Fonte: produção do autor

Sendo assim, o aluno 2 foi capaz de articular parte do discurso matemático com a organização visual de formas, o que nos dá indícios da apreensão discursiva, pois, o aluno relacionou a figura geométrica em relevo a elementos discursivos, identificando-a por meio de sua definição.

Com a questão 6 pretendemos verificar se o aluno cego relaciona o formato de um esquadro ao triângulo, e quais características ele observa neste objeto.

6) Observe e descreva esse objeto.

Na questão 6, entregamos ao aluno um esquadro e pedimos para que ele o descrevesse. O aluno 1 identificou o objeto como sendo um esquadro. Perguntamos qual figura geométrica poderia ser relacionada ao formato do esquadro e, rapidamente, o aluno respondeu triângulo e identificou que os lados deste triângulo tinham medidas diferentes (maiores ou menores). Identificou as três “pontas” do triângulo, mas não se lembrou do nome “vértice”.

O aluno 2 reconheceu o objeto, mas não se lembrou do nome “esquadro”. Relacionou seu formato ao triângulo, porque tinha três lados e três ângulos.

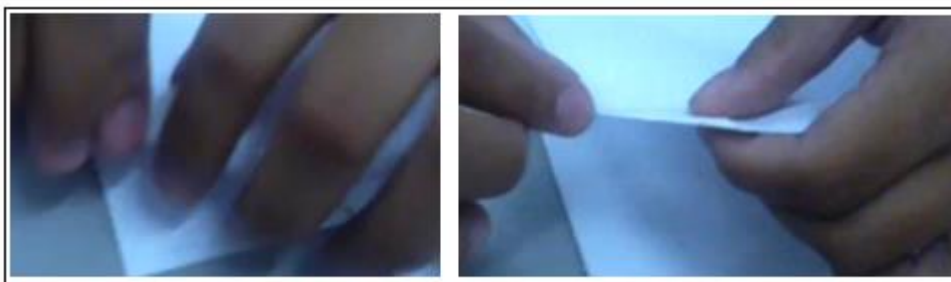
Na questão 7 investigaremos quais recursos o aluno cego usaria para criar uma representação do esquadro.

7) Como você representaria esse objeto?

Na questão 7, perguntamos ao aluno como ele representaria o objeto que havia observado na questão anterior. O aluno 1 disse que poderia tentar fazer no papel. Perguntamos com que material ele faria o desenho no papel, ele disse que poderia utilizar uma carretilha, mas achava que não conseguiria porque nunca havia feito isso antes. Como o aluno não apresentou outras opções para a representação, perguntamos se usando o esquadro como guia, ele conseguiria fazer a representação, ele disse que achava que sim, mas que nunca havia tentado, porque isso nunca havia sido pedido para ele antes.

O aluno 2 propôs, inicialmente, uma descrição oral: “mandaria imaginar um quadrado e imaginar uma linha cortando este quadrado de um canto ao outro, a metade é um triângulo”, propôs, também, comparar com a ponta ou o canto de um barquinho. Questionamos se haveria outra forma de representar e o aluno disse que poderia tentar desenhar usando algo que furasse a folha, como em Braille, para que outra pessoa pudesse sentir o desenho, mas, de repente, o aluno 2 resolveu dobrar e cortar o canto de uma folha de sulfite e disse que poderia representar o triângulo com esse pedaço de papel, explicando que tinha três lados retos, como podemos observar na figura 31.

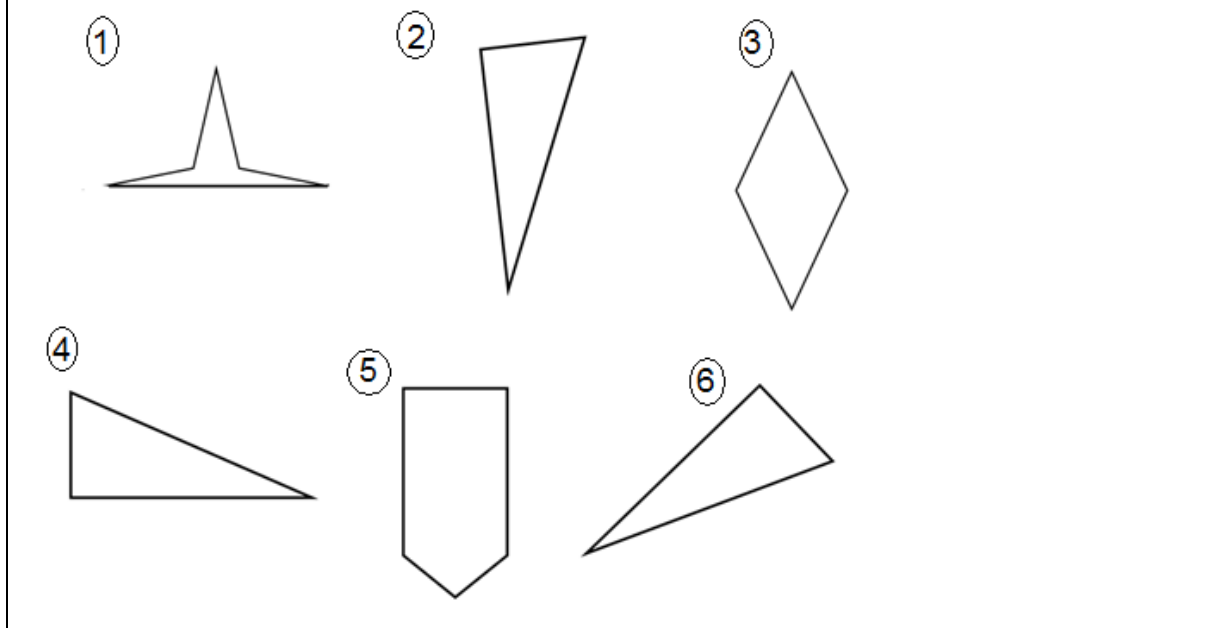
Figura 31: Aluno 2 representando o triângulo com o canto da folha de sulfite



Fonte: produção do autor

Na questão 8 investigaremos se o aluno relaciona o objeto manipulado “esquadro” à representação do triângulo em relevo no papel.

8) *Quais das figuras abaixo poderiam representar esse objeto que você está manipulando?*



A primeira figura indicada pelo aluno 1 foi a 6. Ressaltamos que ele poderia escolher mais figuras, ele observou atentamente e indicou as figuras 1, 2 e 6. Perguntamos por que havia escolhido a figura 1, ele respondeu que era porque ela tinha forma triangular. Perguntamos por que não havia selecionado a figura 4, ele disse que não era fechada, percebemos, então, um problema em seu material, onde o lado menor do triângulo não estava em relevo (este problema foi solucionado para a entrevista com o aluno 2).

O aluno 2 indicou os itens 2, 4 e 6 para representar o esquadro porque são figuras triangulares.

Na questão 9 observaremos se o aluno reconhece a representação do cubo e como ele o descreve .

9) *Observe e descreva esse objeto.*

Na questão 9, demos um modelo de cubo em madeira ao aluno e pedimos para que ele descrevesse o objeto. Rapidamente o aluno 1 identificou o objeto como sendo um cubo, depois disse ser um quadrado, porque tinha lados iguais. Questionado, não soube explicar a diferença entre cubo e quadrado. Perguntamos qual figura geométrica poderia ser representada por uma face do cubo. Ele respondeu o quadrado. Perguntamos quantos quadrados havia no cubo. Inicialmente ele disse quatro, depois corrigiu e disse 6. Perguntamos ao aluno 1 se quando ele pegou o modelo de cubo em suas mãos já o

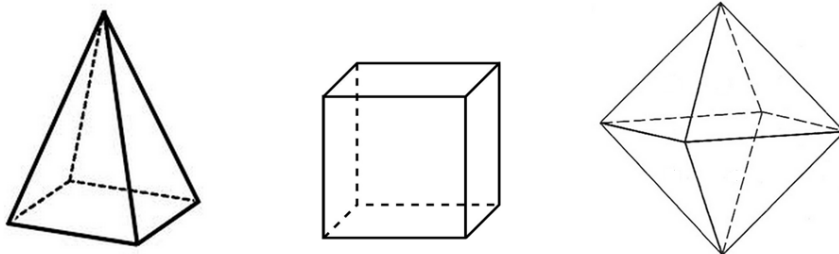
reconheceu como cubo ou precisou observá-lo parte por parte. O aluno disse que quando pegou o objeto já veio o cubo em sua mente, porque é um objeto que ele já conhecia.

O aluno 2 observou que o objeto tinha seis lados quadrados e que poderia ser um dado. Perguntamos ao aluno 2 se, quando pegou o objeto, ele pensou primeiro no lado quadrado ou em um dado e ele respondeu que pensou primeiro no dado.

Nesse caso, tanto o aluno 1 quanto o aluno 2 disseram ter reconhecido primeiro o todo para depois observar as partes do objeto.

Na questão 10 investigaremos se o aluno cego reconhece a representação do cubo em relevo no papel.

10) *Quais das figuras abaixo poderiam representar esse objeto?*



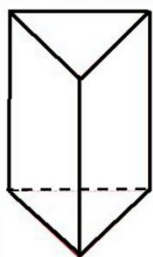
Na questão 10, o aluno deveria selecionar, entre as figuras apresentadas, qual poderia representar o cubo, que acabara de observar.

O aluno 1 indicou o segundo desenho como sendo a representação do cubo e justificou dizendo que era o único no qual ele identificou os lados retos. Perguntamos por que não escolheu a primeira ou a terceira figuras e ele respondeu que a primeira parecia um triângulo e a terceira tinha formas que não pareciam com o cubo.

O aluno 2 indicou o segundo desenho como sendo a representação do cubo e justificou dizendo que parecia mais quadrado do que os outros dois. Ficaram as dúvidas: se a representação em perspectiva do cubo estivesse em outra posição, será que os alunos a teriam reconhecido? Se tivéssemos dado aos alunos apenas as representações em perspectiva, sem o objeto para comparar, será que elas as teriam reconhecido?

Na questão 11 investigaremos se o aluno reconhece a representação de um prisma triangular em relevo, no papel.

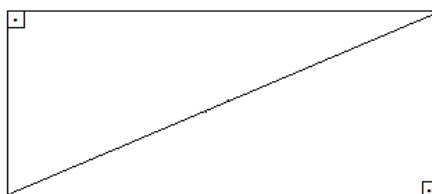
11) O que você acha que essa figura representa?



Mesmo virando o desenho em diversas posições, o aluno 1 não identificou algo que pudesse ser reconhecido por ele. O aluno 2 achou que parecia uma casinha de cabeça para baixo. Nenhum deles reconheceu a figura como sendo a representação de um prisma de base triangular.

Na questão 12 pretendemos verificar se o aluno reconhece a figura do triângulo e se reconhece que, dividido pela diagonal, forma dois triângulos.

12) O que você observa nesta figura?



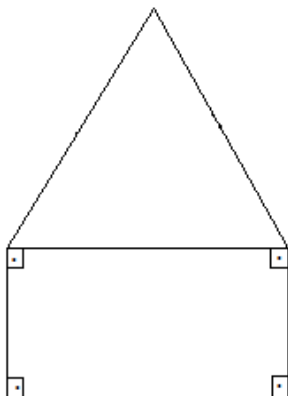
Ela poderia ser decomposta em outras figuras? Quais?

O aluno 1 identificou um triângulo na parte de cima da figura e disse que havia outra figura em baixo que, depois de algum tempo, identificou com sendo outro triângulo. O aluno não identificou o retângulo, reconheceu apenas como sendo dois triângulos.

O aluno 2 identificou um retângulo cortado ao meio, formando dois triângulos.

Na questão 13 pretendemos verificar se o aluno identifica que a figura, em relevo no papel, é formada pela representação de um triângulo e de um retângulo.

13) *O que você observa nesta figura?*



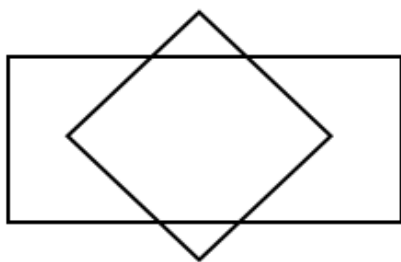
Ela poderia ser decomposta em outras figuras? Quais?

Observando a figura, o aluno 1 identificou primeiro a representação do triângulo. Depois, identificou um dos pequenos quadradinhos, mas não o relacionou a um ângulo reto. Mesmo com a insistência da pesquisadora, que pediu que ele observasse com atenção a parte de baixo da figura, o aluno 1 não identificou o retângulo, e disse que a figura era composta por um triângulo e um quadrado, se referindo a um dos quadradinhos que representavam o ângulo reto.

O aluno 2 disse parecer uma casinha e identificou um retângulo em baixo e um triângulo em cima. Neste momento, perguntamos ao aluno 2 se, durante sua vida escolar, tinha tido aulas de geometria. Ele disse que sim e que na sala de recursos tinha tido acesso a vários materiais que representavam as figuras geométricas.

Na questão 14 apresentamos ao aluno uma figura citada por Duval (2011, p.87) como exemplo de figura que poderia ser vista de pelo menos três maneiras diferentes, para verificarmos como o aluno cego a identificaria.

14) *Como você descreveria essa figura?*



Ela poderia ser decomposta em outras figuras? Quais?

Inicialmente, o aluno 1 disse que estava difícil entender. Pedimos para ele observar atentamente a figura e descrever o que identificasse. Identificou um triângulo pequeno na parte de cima, contornou com o dedo o hexágono no centro da figura, mas não o nomeou, apenas disse que tinha uma “*figura no meio*”, um triângulo “*virado para baixo*” e disse que tudo estava dentro de um “*quadrado*”. Perguntamos se os triângulos também estavam dentro do “*quadrado*” e ele disse que não.

O aluno 2 disse se tratar de um retângulo com um losango por cima, partes do losango ficavam dentro e partes ficavam fora do retângulo. E disse que poderia separar dois triângulos nessa figura, um em cima e outro em baixo.

Verificamos que os alunos foram capazes, por meio do tato, de descrever a figura dada na questão 14, cada um de uma forma diferente. O aluno 1 a descreveu parte por parte, identificando polígonos, mas só nomeou corretamente o triângulo. O aluno 2 a descreveu, inicialmente, como a superposição (um retângulo e um losango sobrepostos), que segundo Duval (2011) se impõe imediatamente ao olhar, depois a descreveu parte por parte identificando dois triângulos. Nenhum dos alunos descreveu a figura como formada por segmentos de reta, ou citando a quantidade de arestas ou vértices.

De acordo com Duval (1999), pela apreensão operatória, devemos obter as operações visuais específicas que são peculiares ao registro de uma figura geométrica e que permitem transformá-la em outra, conservando suas propriedades. Pelas respostas dos alunos às questões 12, 13 e 14, observamos que eles foram capazes, em alguns momentos e cada um a seu modo, de identificar, na figura inicial, outras figuras geométricas, o que pode nos dar indícios de que seriam capazes de operar modificações na figura inicial, decompondo-a em subfiguras, mesmo sem contar com o sentido da visão.

Na questão 15 investigaremos se o aluno reconhece a representação de uma pirâmide de base quadrada em madeira e como ele a descreve.

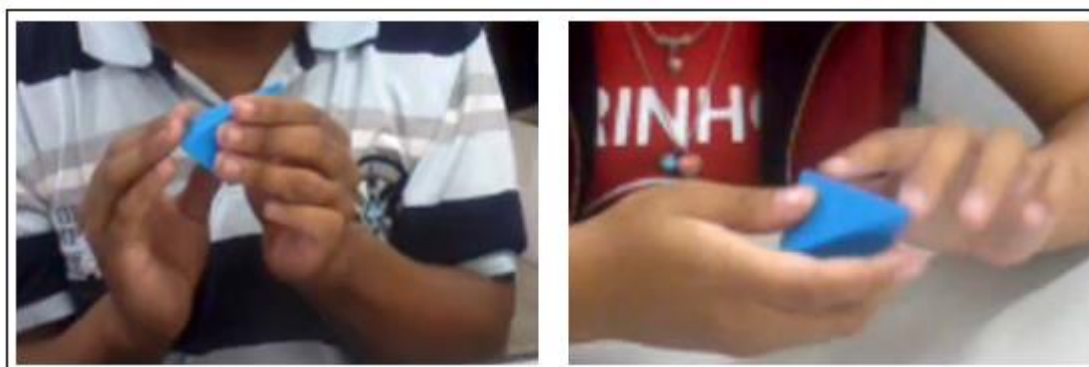
15) *Observe e descreva esse objeto.*

Na questão 15, demos ao aluno o modelo de uma pirâmide de base quadrada, feito de madeira, para que ele observasse e o descrevesse. A primeira coisa que o aluno 1 observou foi o vértice e disse se tratar de um cone, depois, observando melhor disse que não, não era um cone. Pedimos que descrevesse as partes do objeto, ele identificou um quadrado e os quatro triângulos laterais, mas não se lembrou do nome “pirâmide”.

O aluno 2 observou os lados em formato de triângulos e a base quadrada. No final disse achar que o nome do objeto era pirâmide, mas que não se lembrava muito bem. Não era um objeto muito conhecido para ele. Na figura 32 podemos observar o aluno 1 e o aluno 2 examinando o modelo de pirâmide de madeira.

Ambos os alunos não conheciam muito bem a pirâmide, portanto, precisaram observar parte por parte do objeto para tentar reconhecer o todo.

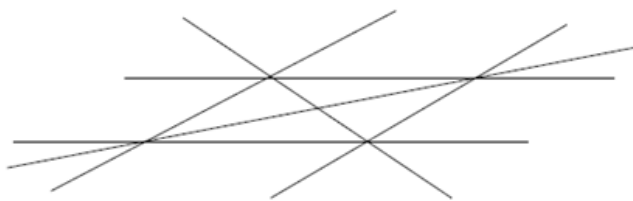
Figura 32: Aluno 1 e aluno 2 examinando a pirâmide de base quadrada



Fonte: produção do autor

Na questão 16 apresentamos ao aluno a figura do paralelogramo com o prolongamento dos lados e das diagonais, como apresentado no texto de Duval (2005), a fim de verificar como ele a interpreta e se identificaria o paralelogramo em meio à trama de segmentos.

16) Descreva o que você observa nessa figura.



O aluno 1 disse que “estava tudo ligado, tudo junto”, e conseguiu identificar 3 “riscos” em cada canto da figura. Disse que o desenho estava muito confuso. Pedimos para que tentasse identificar quantas retas formavam a figura, mas ele não conseguiu.

O aluno 2 disse que se tratava de um “monte” de retas, todas juntas. Questionamos se formava alguma figura, ele disse que não.

Na questão 17, pretendemos verificar se o aluno consegue interpretar e resolver um problema geométrico, sem uma representação como referência.

17) Dado o triângulo isósceles ABC, cujos lados AB e AC medem 5 cm e o lado BC mede 6 cm, calcule a altura relativa a base BC e o vértice A.

Para os dois alunos, foi necessário esclarecer o que é um triângulo isósceles. O aluno 1 não conseguiu resolver o problema. O aluno 2 releu o problema, mas também não conseguiu resolver. Disse que se tivesse um desenho representando o problema poderia ajudar. Explicou que conseguia imaginar o triângulo com dois lados iguais, mas se confundia com as posições dos vértices e dos lados. Perguntamos se ele se lembrava do teorema de Pitágoras e ele disse que não.

Com esta entrevista, foi possível verificar que os alunos, pelo tato, foram capazes de reconhecer figuras geométricas planas representadas em relevo no papel e foram capazes de interpretar as formas da figura, identificando o objeto geométrico, o que relacionamos à apreensão perceptiva descrita por Duval (1988).

Quando perguntamos aos alunos como representariam o esquadro, que estavam manipulando e o haviam relacionado ao triângulo, um dos alunos associou a representação a uma explicação do objeto, dentro da limitação de seus conhecimentos geométricos. Em sua explicação, este aluno propôs que se imaginasse o triângulo como sendo um quadrado cortado na diagonal, portanto, decompôs, mentalmente, o quadrado em dois triângulos sem ter um objeto à mão para se apoiar. Embora não tenha construído a figura no papel, demonstrou ter criado essa representação mentalmente, o que aponta para a apreensão operatória. O nível das operações depende do aprofundamento do conhecimento geométrico, mas já temos indícios de que este aluno tem condições de realizá-las.

Observando as respostas às questões 12, 13 e 14, verificamos que os alunos conseguem decompor uma figura em outras que sejam conhecidas por eles. Constatamos que o aluno 1 não identificou o retângulo em nenhum desses exercícios, enquanto que o aluno 2 o reconheceu em todas as figuras apresentadas, o que nos faz crer que não foi a falta de visão que determinou a resposta do aluno 1 e sim sua falta de conhecimento.

Ao observar a pirâmide, não houve o reconhecimento imediato do todo e sim das partes, pois a pirâmide não era um objeto “familiar” para eles.

Na questão 16, os alunos não conseguiram reconhecer a figura e nem contar a quantidade de retas que a formavam. Neste caso acreditamos que a representação não era adequada para o aluno cego, pois as retas muito próximas dificultaram sua identificação pelo tato. Essa situação pode indicar a necessidade de critérios para criar representações para o aluno cego, principalmente em livros didáticos.

Em relação à questão 17, não foi possível concluir se o fato dos alunos não conseguirem resolver o problema apresentado está relacionado à falta da representação ou à falta de conhecimento desses alunos.

Verificamos que, quando damos um objeto para o aluno observar, se o objeto é conhecido por ele, ao pegá-lo, ele o reconhece rapidamente, sem necessidade de ficar explorando detalhadamente suas características. Foi o que aconteceu quando demos o cubo para observação. Isso já não acontece quando a representação está em relevo no papel. O triângulo já era uma figura conhecida para eles, mas, para reconhecê-la, tiveram que tatear cada um de seus lados e verificar se a figura era fechada. Portanto a ordem de percepção é diferente quando o aluno cego tem um objeto concreto em suas mãos e quando tem uma representação deste objeto em relevo no papel. Quando a representação está em relevo no papel, o aluno cego visualiza primeiro as partes para depois visualizar o todo, mas, quando o objeto cabe em suas mãos e é conhecido por ele, ele o reconhece prontamente e pode ter uma visualização que, cremos, pode ser comparada à visualização icônica de uma pessoa vidente.

Diante dessas observações, acreditamos ser necessário investigar melhor algumas situações, para isto preparamos uma segunda entrevista, em que, além de objetos geométricos, apresentaremos aos alunos cegos alguns objetos que fazem parte de seu dia-a-dia, para observarmos como ele os reconhece. Nesta segunda entrevista aprofundaremos, também, o estudo para verificar se o aluno cego reconhece representações em perspectiva em relevo no papel, pois apenas uma questão (questão 10) não foi suficiente para chegarmos a alguma conclusão.

5.5 SEGUNDA ENTREVISTA: IDENTIFICAÇÃO DE OBJETOS GEOMÉTRICOS

A segunda entrevista foi realizada, individualmente, com o aluno 3 e o aluno 4 e está dividida em cinco partes.

Na primeira parte da entrevista, apresentamos alguns objetos, que fazem parte da rotina do aluno, para que ele identifique o que é cada um deles e de que material é feito. Os objetos são uma caneca de plástico, uma colher de alumínio, uma colher de plástico, uma faca de plástico, uma bolinha de plástico (ping-pong) e um potinho de leite fermentado, que estão apresentados na foto na figura 33. Nesta parte pretendemos observar como o aluno cego reconhece objetos que fazem parte do seu dia-a-dia, como ele observa esses objetos e se o reconhecimento é imediato.

Figura 33: objetos utilizados na primeira parte da entrevista

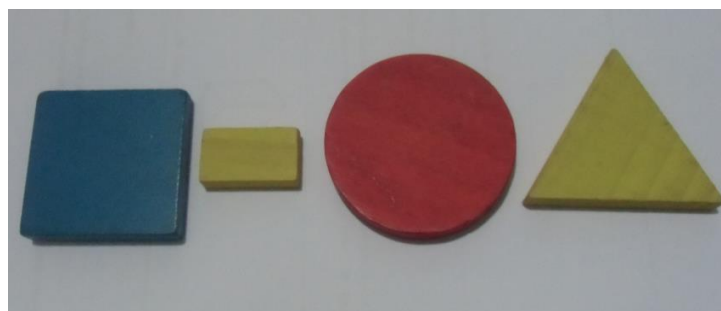


Fonte: produção do autor

O aluno 3 identificou prontamente todos os objetos que lhe foram apresentados. O reconhecimento foi rápido, sem precisar observar cada detalhe dos objetos. O aluno 4 também identificou rapidamente os seis objetos, sem ter que observá-los parte por parte.

Na segunda parte apresentamos ao aluno representações de figuras geométricas planas confeccionadas em madeira, que o aluno deveria identificar e justificar sua resposta. As figuras oferecidas são as de um quadrado, de um retângulo, de um círculo e de um triângulo, que podem ser observadas na figura 34. Pretendemos verificar como o aluno cego observa essas representações, quais características são observadas primeiro e se ele reconhece todas essas figuras geométricas.

Figura 34: figuras geométricas em madeira



Fonte: produção do autor

Ao segurar o modelo do quadrado, rapidamente o aluno 3 o identificou, mas não conseguia justificar por que representava um quadrado. Ele disse: “O quadrado tem quatro pontas, mas o retângulo também tem quatro pontas, não sei como explicar”.

Diante desta dúvida, pedimos para que o aluno 3 observasse o modelo do retângulo. Ele identificou rapidamente o objeto como sendo a figura do retângulo. Perguntamos, então, porque essa figura era de um retângulo e não de um quadrado. O aluno 3 respondeu: “porque uma das partes é maior que a outra”. A figura 35 mostra o aluno 3 observando o quadrado e depois o retângulo de madeira.

Figura 35: Aluno 3 observando a figura do quadrado e do retângulo de madeira

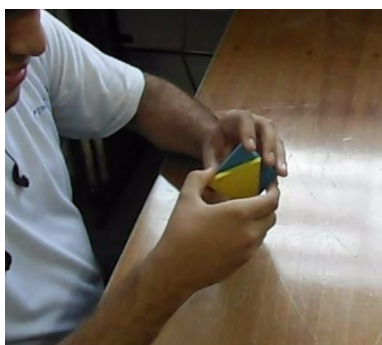


Fonte: produção do autor

Pedimos ao aluno 3 que observasse novamente a figura do quadrado e perguntamos como são os lados desta figura. Ele respondeu que sabia que era diferente do retângulo, mas não sabia explicar. Pedimos que ele observasse os lados da figura do quadrado e dissesse qual a relação entre esses lados. O aluno hesitou, mas acabou dizendo que os lados eram iguais. Ressaltamos que esta era uma das características que poderia identificar o quadrado. Optamos em não falar de ângulos neste momento.

Em seguida, entregamos ao aluno um modelo de triângulo. O aluno 3 identificou rapidamente a figura do triângulo e justificou dizendo que tinha três “pontas”. Perguntamos qual a diferença entre os “cantinhos” do triângulo e os do quadrado e o aluno disse que para ele eram iguais, a única diferença era que o quadrado tinha quatro e o triângulo apenas três. Perguntamos se ele sabia o que era ângulo e ele disse que não. Na figura 36 podemos observar o aluno comparando os ângulos do modelo de quadrado com os ângulos do modelo de triângulo.

Figura 36: Aluno 3 comparando ângulos da figura do quadrado com a do triângulo



Fonte: produção do autor

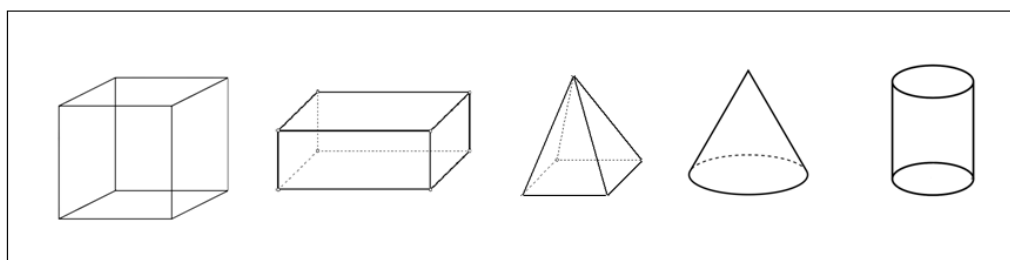
Em seguida, apresentamos ao aluno 3 o modelo de um círculo que ele identificou facilmente e justificou dizendo que não tinha pontas.

Para o aluno 4, o primeiro modelo de figura geométrica em madeira apresentado também foi o do quadrado. Ele o reconheceu rapidamente, mas não soube justificar sua resposta. Em seguida, apresentamos um modelo de retângulo e ele disse não se lembrar do nome da figura. Dissemos a ele que era a representação de um retângulo e perguntamos qual diferença entre a figura do retângulo e a do quadrado. Ele disse que a do retângulo tinha dois lados maiores e dois menores e que na do quadrado os lados eram iguais.

O modelo do círculo não foi identificado pelo aluno 4. Ao segurar o modelo do triângulo, ele disse não se lembrar do nome dessa figura geométrica. Perguntamos, então, quantos lados ela tinha, neste momento ele respondeu “três” e se lembrou do nome “triângulo”. Entregamos novamente ao aluno 4 o modelo de um círculo, ele identificou o formato redondo, mas não se lembrou do nome “círculo”.

Na terceira parte da entrevista, apresentamos a cada aluno, individualmente, as representações de alguns sólidos geométricos desenhados em relevo no papel. Os sólidos representados foram: o cubo, o paralelepípedo, a pirâmide de base quadrada, o cone e o cilindro, que podem ser observados na figura 37. As representações em perspectiva, com as medidas que foram apresentadas aos alunos, encontram-se no apêndice B.

Figura 37: representação de sólidos geométricos desenhados em perspectiva

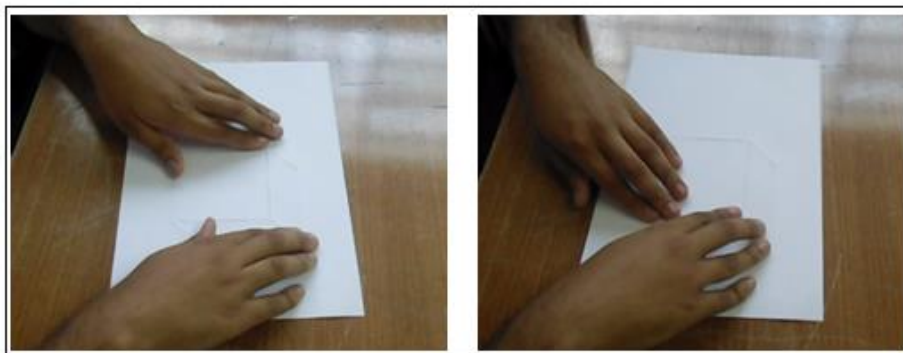


Fonte: produção do autor

A observação dos desenhos no papel pelo aluno cego é diferente da observação dos objetos em madeira, é mais cuidadosa. Pelo tato, ele observa cada traço, cada parte da figura.

O aluno 3 não identificou nenhuma das representações em perspectiva, a única observação que fez foi em relação à do cone que achou parecida com um coração. A figura 38 mostra o aluno 3 observando a figura de um cubo em relevo.

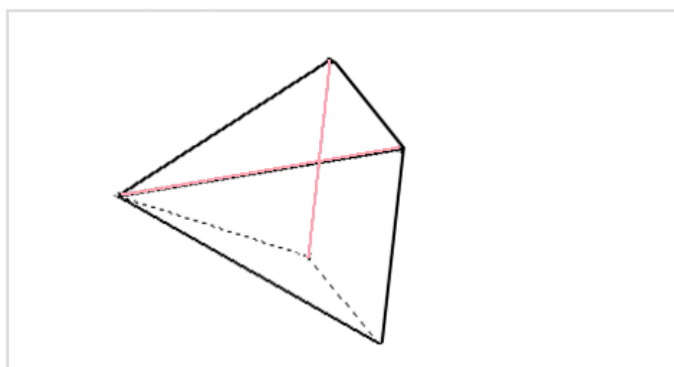
Figura 38: Aluno 3 observando a figura de um cubo em relevo no papel



Fonte: produção do autor

Ao aluno 4 apresentamos primeiro a figura do cubo e essa não foi identificada por ele. Passamos à figura do cilindro que ele também não identificou, mas achou parecida com a figura do retângulo. As figuras do cone e do paralelepípedo também não foram identificadas pelo aluno. A figura da pirâmide de base quadrada, o aluno virou em diversas posições, tentando identificá-la e respondeu: “retângulo (pausa), dentro dele tem uma cruz”, e indicou com o dedo as linhas da pirâmide. Ele relacionou a figura em perspectiva da pirâmide com a figura de um retângulo com uma cruz no meio. Isso acontece porque o aluno cego analisa a representação como sendo uma figura plana, ou seja, em duas dimensões. Na figura 39 podemos observar a posição em que o aluno 4 relacionou a figura da pirâmide em relevo à figura do retângulo com uma cruz no meio. Destacamos em vermelho as linhas que foram relacionadas à cruz.

Figura 39: Representação da pirâmide como sendo um retângulo com uma cruz no meio – aluno 4



Fonte: produção do autor

Na quarta parte da entrevista, o aluno deveria observar a representação de alguns sólidos geométricos, os mesmos apresentados na parte três desta entrevista, mas construídos em madeira, como podemos observar na figura 40:

Figura 40: representação de sólidos geométricos em madeira



Fonte: produção do autor

O primeiro modelo de sólido geométrico observado pelo aluno 3 foi o do cubo, que foi rapidamente identificado por ele, que justificou sua resposta dizendo que tinha seis faces iguais. O aluno pegou o modelo de cubo e automaticamente já o identificou, sem ter que observá-lo parte por parte.

Em relação à representação pirâmide de base quadrada, o aluno 3 disse saber que já havia estudado esse sólido no ano anterior, mas não lembrou seu nome. Observou que de uma ponta saía quatro lados que “iam crescendo”, referindo-se às faces da pirâmide. Perguntamos qual o formato de cada “lado” e ele disse que era o de um triângulo. Perguntamos qual o formato da base e ele respondeu que o formato era quadrado. Dissemos ao aluno que o nome do sólido era ‘pirâmide’ e que essa era de base quadrada. Na figura 41 podemos observar aluno 3 manipulando a representação da pirâmide.

Figura 41: Aluno 3 observando a representação da pirâmide em madeira



Fonte: produção do autor

O modelo do cone foi rapidamente reconhecido pelo aluno 3, mas ele não soube justificar porque era a representação de um cone. Já o modelo do paralelepípedo e o do cilindro não foram reconhecidos por esse aluno.

O primeiro modelo de sólido apresentado ao aluno 4 foi o de um cubo, que ele reconheceu como sendo um dado de madeira. Perguntamos se ele sabia que figura geométrica poderia ser relacionada ao dado, ele disse que não.

Em seguida, entregamos ao aluno 4 a representação da pirâmide de base quadrada, ele a observou e identificou como pirâmide. Perguntamos quantos “lados” tinha uma pirâmide e ele respondeu quatro, no formato de triângulo. Perguntamos, então, qual o formato da base dessa pirâmide e ele respondeu quadrado. Questionado sobre como ele sabia se tratar da representação de uma pirâmide, ele disse que já tinha “visto” uma de madeira antes.

O modelo do cone de madeira foi rapidamente reconhecido pelo aluno 4, identificando sua base redonda. O modelo do paralelepípedo não foi reconhecido pelo aluno 4. O do cilindro foi reconhecido como um “tubo redondo”, dissemos ao aluno que o nome do sólido representado era cilindro. Na figura 42 podemos observar o aluno 4 manipulando alguns modelos de sólidos geométricos em madeira.

Figura 42: Aluno 4 manipulando representações de sólidos geométricos em madeira



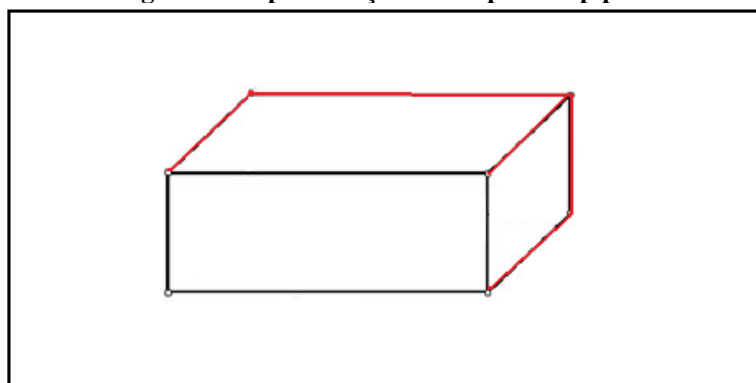
Fonte: produção do autor

Na quinta parte da entrevista, apresentamos novamente ao aluno as representações em perspectiva desenhadas em relevo no papel, para observarmos se ele as reconheceria depois de ter manipulado as representações dos mesmos sólidos geométricos em madeira.

A primeira figura em perspectiva apresentada ao aluno 3 foi a do cubo, mas ele não a identificou. Em seguida apresentamos a figura da pirâmide. Neste momento o aluno 3 disse: “*Esse aqui é o mesmo que você já me mostrou, não é?*”. Confirmei e ele disse: “*Então esses desenhos estão se baseando em alguma coisa que você já me mostrou...*”. Confirmei novamente, mas, mesmo assim, não reconheceu a pirâmide e disse ser difícil reconhecer, em perspectiva no papel, os objetos geométricos.

A próxima figura em relevo apresentada foi a do paralelepípedo, que também não foi reconhecida por ele. Pedimos para que observasse parte por parte da figura e perguntamos, se ele tivesse que a relacionar com algum dos modelos de sólidos geométricos em madeira que ele havia manipulado, com qual ele a relacionaria, o aluno 3 respondeu que, como um dos “lados” era retangular, relacionaria ao paralelepípedo, mas que, a “parte de cima” do desenho estava atrapalhando, pois não tinha nenhum significado para ele. A parte a que o aluno 3 se refere está indicada em vermelho na figura 43. Podemos observar que são exatamente os traços que indicam profundidade na perspectiva que estão atrapalhando a interpretação da figura pelo aluno.

Figura 43: representação de um paralelepípedo

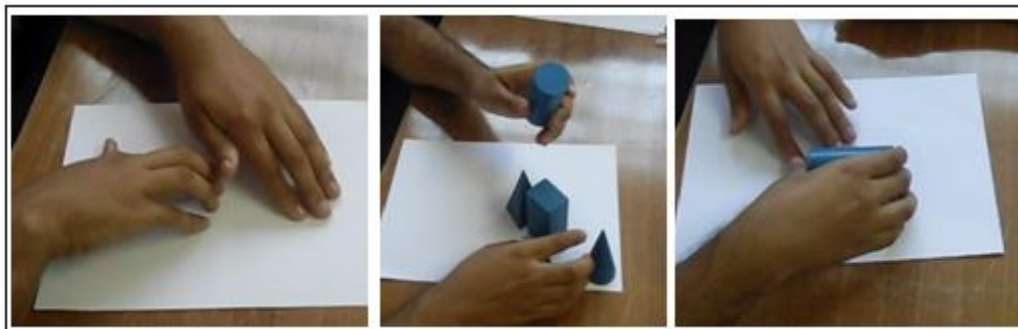


Fonte: produção do autor

Ao apresentarmos a figura do cone ao aluno 3, ele já tentou relacionar com os sólidos geométricos e disse que poderia ser a representação da pirâmide, porque tinha um triângulo, mas disse que também poderia ser a do cone.

Ao observar a figura do cilindro, o aluno 3 disse não saber o que era. Pedimos, então, para que ele observasse se a parte inferior e a superior da figura poderiam ser relacionadas a algo arredondado. O aluno 3 respondeu que sim e a relacionou ao objeto que “era todo circular”. Entregamos ao aluno 3 todos os modelos de sólidos que ele havia observado anteriormente, e pedimos para que selecionasse o que ele achava que estava representado na figura, ele selecionou o do cilindro e o colocou sobre a figura na posição correta. Observamos que uma pequena intervenção foi suficiente para que o aluno relacionasse a representação no papel ao objeto, reforçando a ideia de que é necessário ensinar o aluno a reconhecer as representações. Na figura 44 podemos observar o aluno 3 relacionando a figura em relevo do cilindro à sua representação em madeira.

Figura 44: Aluno 3 relacionando a figura em relevo do cilindro à sua representação em madeira



Fonte: produção do autor

Após esse reconhecimento, apresentamos novamente ao aluno as figuras do cubo e do paralelepípedo em relevo no papel, mas não foram reconhecidas por ele.

A primeira figura em perspectiva apresentada ao aluno 4 foi a do cone, que ele achou parecida com a figura de um retângulo. Demos ao aluno um modelo de cilindro e um de cone em madeira e perguntamos qual desses sólidos poderia ser representado pela figura em relevo que ele tinha em suas mãos. O aluno 4 escolheu o cone porque tinha ponta. Em seguida, demos ao aluno o modelo do cone e o da pirâmide e perguntamos qual deles poderia ser representado pela figura em relevo, ele disse que poderia ser qualquer um dos dois. Pedimos, então, para que observasse a base da figura em relevo e dissesse se ela se parecia mais com um quadrado ou com algo redondo. Ele disse ser redondo e concluiu que a figura representava o cone.

A próxima figura em perspectiva apresentada ao aluno 4 foi a do cubo, que ele não conseguiu reconhecer e nem relacionar a nenhum dos modelos de sólidos geométricos de madeira observados.

A figura do paralelepípedo em relevo não foi reconhecida inicialmente, mas, quando pedimos para que ele a relacionasse a um dos modelos dos sólidos em madeira, ele disse que poderia ser relacionado ao do paralelepípedo, por ter reconhecido o formato de um retângulo no desenho.

A figura da pirâmide em perspectiva, o aluno 4 achou que poderia representar o “dado”. A figura em relevo do cilindro não foi reconhecida inicialmente, mas, contornando a figura com os dedos e observando melhor, disse: “*Se for levar pelo redondo, prô, é aquele que eu tava vendo*”. Então, entregamos os modelos de sólidos de madeira em suas mãos e pedimos que selecionasse aquele ao qual estava se referindo e ele selecionou o modelo do cilindro.

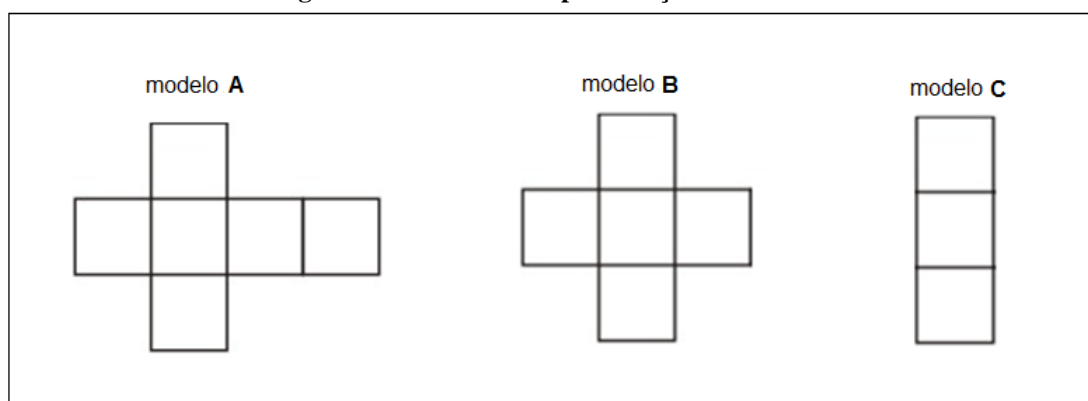
Com esta entrevista pudemos confirmar algumas observações que havíamos feito na entrevista anterior, relacionadas às formas de observar os objetos pelo tato. Assim como observado na primeira entrevista, quando os objetos são conhecidos pelo aluno e cabem em suas mãos, os alunos os reconhecem rapidamente, sem a necessidade de explorar seus contornos detalhadamente, como acontece na visualização icônica de um aluno vidente. Já com as representações apresentadas em relevo no papel, os alunos observam parte por parte para depois reconhecer o todo.

Em relação às representações em perspectiva, os alunos 2 e 3 não reconheceram a maioria delas, mas, com algumas intervenções, esses alunos conseguiram relacionar a representação em papel do cone e do cilindro aos objetos concretos. Essas duas figuras têm em comum a base redonda e o fato de serem formadas apenas pela representação das bases e de uma face, sem as representações das faces laterais, tendo assim menos linhas, o que deixa o desenho mais limpo e fácil de ser identificado. Diante disso, resolvemos preparar uma nova entrevista, na qual proporemos novas formas de representar os sólidos geométricos, em relevo no papel, para os alunos cegos.

5.6 TERCEIRA ENTREVISTA: A REPRESENTAÇÃO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Nesta entrevista, apresentaremos ao aluno cego algumas figuras em relevo no papel para que ele indique qual delas melhor poderia representar um determinado sólido geométrico. Algumas de nossas escolhas foram baseadas no modelo plano da superfície do sólido. Os sólidos geométricos escolhidos para trabalharmos nessa entrevista foram o cubo, a pirâmide de base quadrada e o paralelepípedo, pois suas representações, em perspectiva em relevo no papel, não foram reconhecidas pelos alunos cegos na entrevista anterior. Para representar um cubo, sugerimos os três modelos apresentados na figura 45.

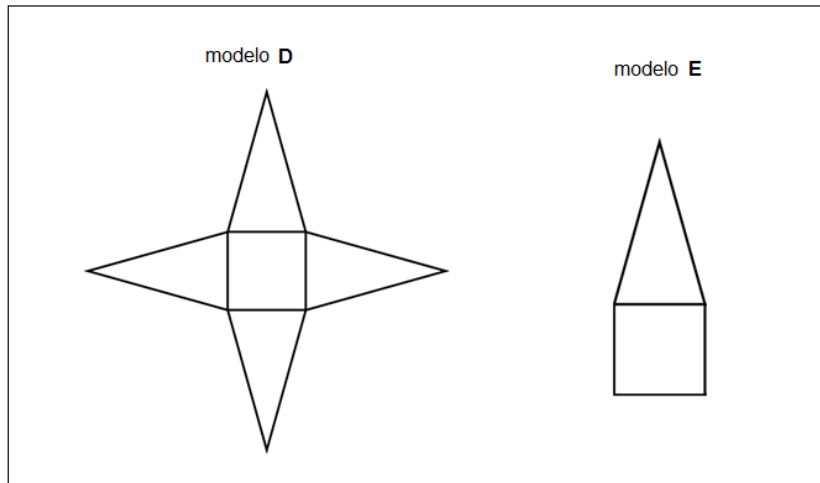
Figura 45: Modelos de representação de um cubo



Fonte: produção do autor

Para representar uma pirâmide de base quadrada, sugerimos os dois modelos apresentados na figura 46.

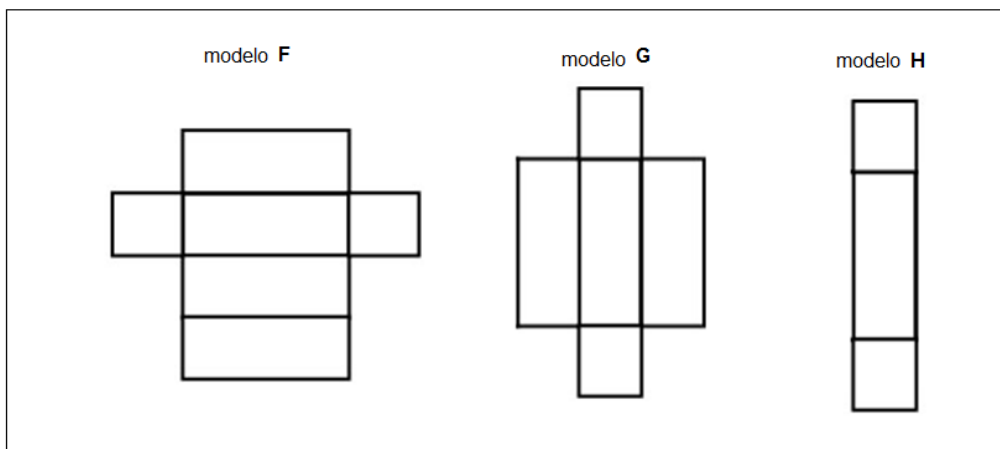
Figura 46: Modelos de representação de uma pirâmide de base quadrada



Fonte: produção do autor

Para representar um paralelepípedo, sugerimos os três modelos apresentados na figura 47.

Figura 47: Modelos de representação um paralelepípedo



Fonte: produção do autor

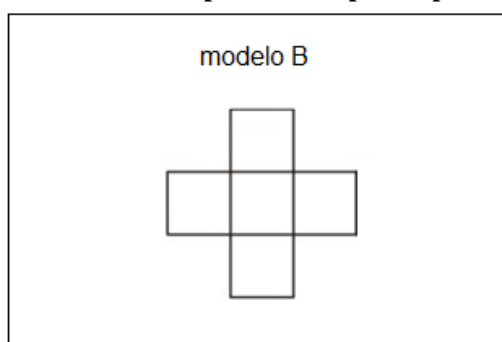
Cada um dos modelos foi impresso em relevo em uma folha de sulfite, separadamente, e as figuras na medida original que foi apresentada aos alunos encontram-se no apêndice C. Precisamos esclarecer que, no material apresentado ao aluno, as figuras não estavam identificadas como modelo A, B, C, D, E, F, G e H, essa nomenclatura foi criada para facilitar a indicação no texto, os alunos se referiam a elas simplesmente como figuras.

Esta entrevista foi realizada com o aluno 3 e o aluno 4 individualmente. Descreveremos primeiro os resultados da entrevista realizada com o aluno 3 e, posteriormente, os da entrevista com o aluno 4.

Inicialmente, entregamos ao aluno 3 o modelo A em relevo no papel. O aluno 3 observou atentamente a figura, identificou que era formada por vários quadrados, mas não a relacionou a nenhum objeto conhecido. Pedimos, então, que ele observasse os modelos B e C. Ele as observou parte por parte, mas não as relacionou a nada.

Entregamos ao aluno 3 um modelo de cubo em madeira e perguntamos a ele, se ele tivesse que representar o cubo no papel para anotar suas medidas, qual das figuras observadas ele usaria para representá-lo. O aluno observou novamente as figuras e escolheu o modelo B, conforme figura 48.

Figura 48: modelo escolhido pelo aluno 3 para representar um cubo



Fonte: produção do autor

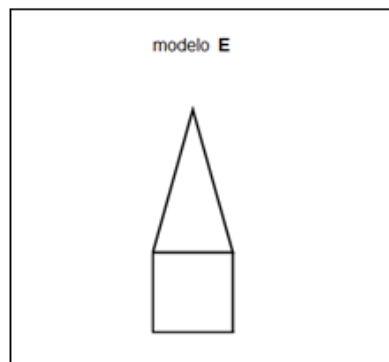
Perguntamos por que ele havia escolhido essa figura e ele respondeu: “... tipo assim, o cubo aqui no meio, por exemplo, aí desenharia uma parte aqui em cima, outro quadrado, e um aqui embaixo, e os laterais, e nesse aqui tem um a mais em baixo...”.

Quando ele diz “nesse aqui tem um a mais”, está se referindo ao modelo A. Perguntamos se essa parte a mais não poderia representar a parte de trás, ele concordou e ficou na dúvida se tinha feito a melhor escolha, mas, em seguida, concluiu que a parte de trás era igual a da frente e não precisaria estar representada no desenho. Não argumentamos com o aluno, neste momento, o fato de todas as faces do cubo serem iguais.

Em seguida, entregamos ao aluno 3 os modelos D e E e perguntamos se eles o faziam se lembrar de algo. Ao observar o modelo E, ele disse que este o fazia se lembrar de alguma coisa, mas não sabia o nome do objeto relacionado. Entregamos ao aluno 3 vários modelos de sólidos geométricos em madeira, para que ele verificasse se algum deles se referia ao modelo E, e ele escolheu o modelo da pirâmide de base quadrada. Perguntamos por que ele havia escolhido o modelo da pirâmide e ele respondeu que era porque na figura havia um quadrado em baixo que representaria a “parte de baixo” da pirâmide e, encaixando a face lateral da pirâmide de madeira sobre o triângulo da figura no papel, disse que esse

“lado” estava representado ali. Questionamos se modelo D também não poderia representar a pirâmide. Ele disse que nem havia reparado direito no outro modelo, pois, o modelo E tinha chamado mais sua atenção. Observando melhor o modelo D, disse que ele também poderia representar a pirâmide, pois tinha o quadrado para representar a “parte de baixo” e os triângulos para representar “os lados”, mas disse que, para ele, o formato do modelo E lembrava mais a pirâmide. Na figura 49 temos o modelo E que foi escolhido pelo aluno 3 para representar uma pirâmide de base quadrada.

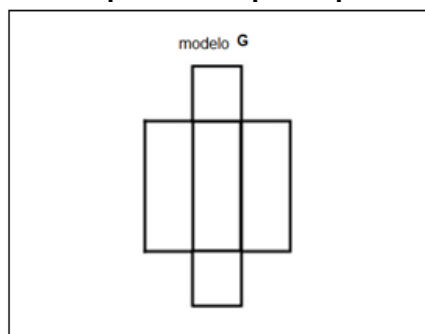
Figura 49: modelo escolhido pelo aluno 3 para representar uma pirâmide de base quadrada



Fonte: produção do autor

É importante observar que no caso do cubo, o aluno relacionou o objeto à figura, pois só fez o reconhecimento da representação após solicitarmos que ele relacionasse o objeto de madeira a uma das representações. No caso da pirâmide, antes de ter o objeto em suas mãos, a representação no papel o fez lembrar-se de algo que conhecia e que, depois, identificou como sendo a pirâmide de base quadrada. Continuamos nossa entrevista entregando ao aluno 3 as três figuras em relevo que selecionamos como possíveis representações para o paralelepípedo (modelos F, G e H). Em seguida, entregamos ao aluno 3 o modelo do paralelepípedo em madeira e pedimos para que ele escolhesse um dos modelos para representá-lo. Ele escolheu o modelo G, como indicado na figura 50.

Figura 50: modelo escolhido pelo aluno 3 para representar um paralelepípedo

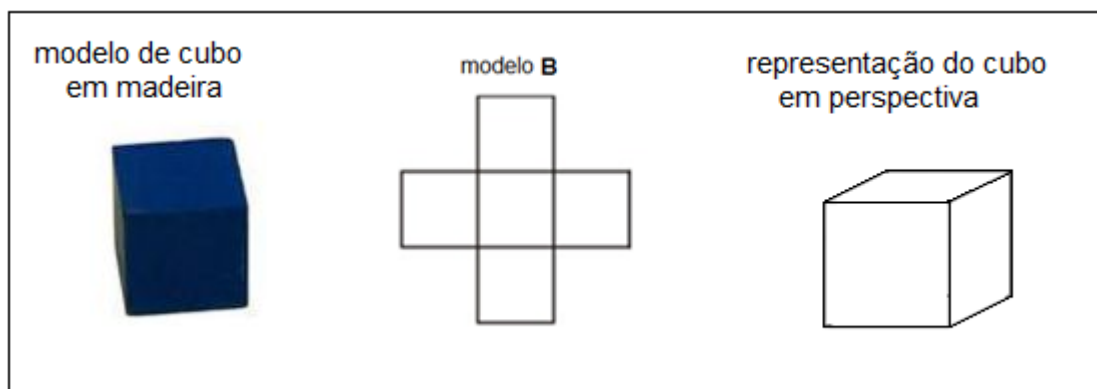


Fonte: produção do autor

Perguntamos por que esta figura havia sido escolhida, ele respondeu que nesta figura conseguia identificar as partes de cima, de baixo e as laterais abertas em torno da parte da frente, que era igual à parte de trás que não aparecia na figura. Podemos verificar que o aluno 3 utilizou o mesmo critério para escolher a representação do paralelepípedo e a do cubo, o modelo apresenta a representação da face frontal e das faces laterais.

Retomamos, então, a questão relacionada à representação do cubo e entregamos ao aluno 3 o modelo de cubo em madeira, a figura escolhida por ele para representar o cubo e uma representação do cubo em perspectiva, como mostra a figura 51, ambas em relevo no papel, e perguntamos qual das duas figuras melhor representaria esse objeto.

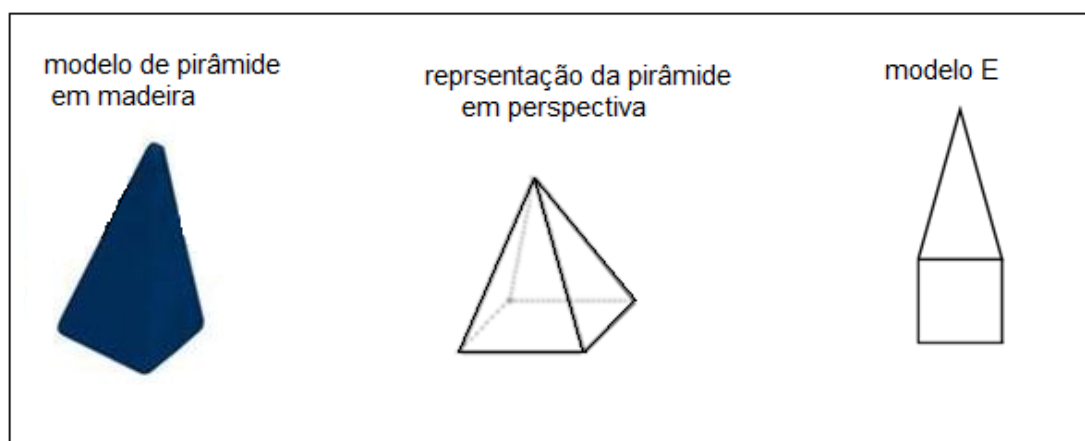
Figura 51: opções de representação do cubo para o aluno 3



Fonte: produção do autor

Novamente, o aluno 3 escolheu o modelo B, como melhor representação, no papel, para o cubo. Entregamos a ele, novamente, o modelo da pirâmide em madeira e duas figuras em relevo, a primeira uma representação em perspectiva da pirâmide de base quadrada e, a segunda, a representação escolhida por ele para representar essa pirâmide (modelo E), como podemos observar na figura 52.

Figura 52: opções de representação da pirâmide de base quadrada para o aluno 3

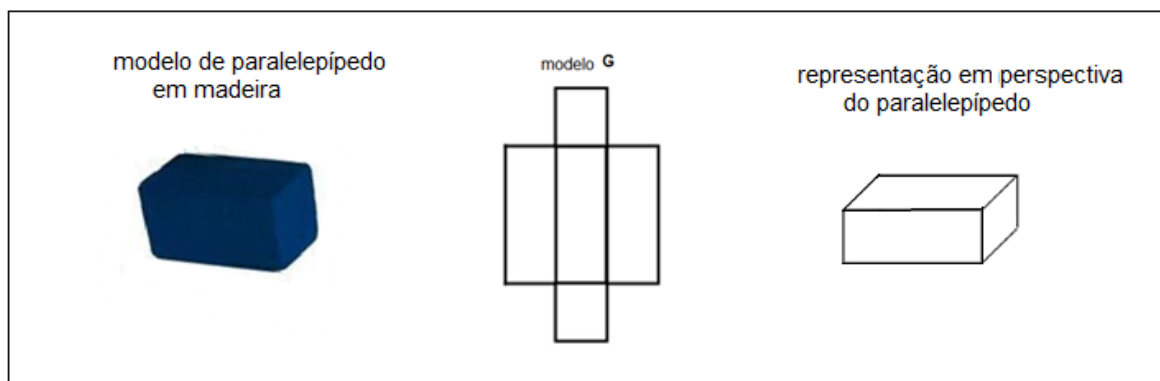


Fonte: produção do autor

Pedimos para que ele escolhesse qual delas melhor representava a pirâmide de base quadrada e ele escolheu o modelo E.

Para finalizar, entregamos ao aluno 3 o modelo de paralelepípedo de madeira e duas figuras em relevo, o modelo G, escolhido por ele para representar um paralelepípedo e uma representação desse sólido em perspectiva, como podemos observar na figura 53.

Figura 53: opções de representação de um paralelepípedo para o aluno 3



Fonte: produção do autor

Pedimos para que escolhesse uma das duas figuras em relevo para representar um paralelepípedo e ele escolheu o modelo G.

O aluno 3 explicou novamente o porquê de sua escolha. Pegando o modelo de paralelepípedo em suas mãos e encaixando no meio da figura, disse: *“Ele está aqui no meio, certo? Vamos supor que estas partes aqui do lado abrissem para o lado, aí iam completar esses retângulos e se as bases também abrissem, iam completar esses quadradinhos, é por isso que dá para imaginar nesse desenho mesmo”*. Na figura 54 podemos observar o aluno 3 fazendo sua escolha.

Figura 54 - aluno 3 escolhendo uma representação em relevo para um paralelepípedo



Fonte: produção do autor

Apresentaremos, no que segue, a entrevista realizada com o aluno 4.

Inicialmente, entregamos ao aluno 4 o modelo A e perguntamos com o que ele achava que ele se parecia. O aluno 4 observou atentamente a figura, virou-a em várias posições e disse que poderia ser um boneco. Pedimos que ele observasse cada parte separadamente e dissesse o que era cada uma. Ele respondeu que eram quadrados. Perguntamos, então, quantos quadrados formavam aquela figura, e ele respondeu 6. Questionamos se esta figura o fazia lembrar algum dos modelos de sólidos geométricos que ele havia observado na entrevista anterior, ele disse que não.

Entregamos, então, ao aluno 4 os modelos B e C. Ele identificou três quadrados no modelo B e cinco no modelo C, mas não os relacionou a nada.

Entregamos ao aluno 4 um modelo de cubo em madeira e os três modelos que ele havia observado. Perguntamos qual deles figuras melhor representaria o modelo de cubo que ele tinha nas mãos. Exemplificamos dizendo: “se tivesse que fazer uma atividade relacionada ao cubo, e precisasse de uma representação com anotação de suas medidas, qual dessas figuras seria mais fácil de ser identificada e relacionada a ele?”.

O aluno 4 pegou o modelo de cubo e tentou encaixar nos quadrados das figuras em relevo, como pode ser observado na figura 55.

Figura 55 - Aluno 4 relacionando o modelo de um cubo com figuras em relevo

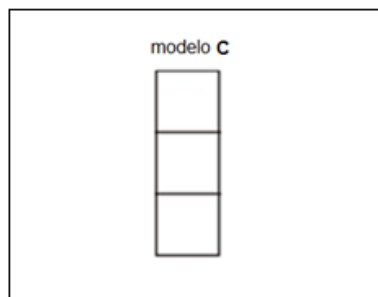


Fonte: produção do autor

Ressaltamos que ele não deveria se preocupar com as medidas das figuras e sim com seu formato. O aluno escolheu o modelo C, conforme figura 56.

E justificou dizendo que as outras tinham muitas partes e poderiam confundir.

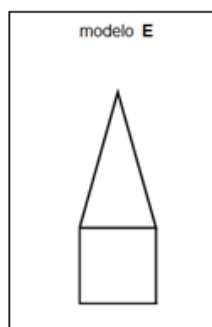
Figura 56 - modelo escolhido pelo aluno 4 para representar um cubo



Fonte: produção do autor

Entregamos ao aluno um modelo de pirâmide de base quadrada, confeccionada em madeira, e os modelos D e E em relevo. Perguntamos a ele qual dos dois modelos ele achava que poderia representar melhor aquela pirâmide. O aluno escolheu o modelo E (figura 57), encaixando uma face e a base do modelo de madeira na representação em relevo no papel.

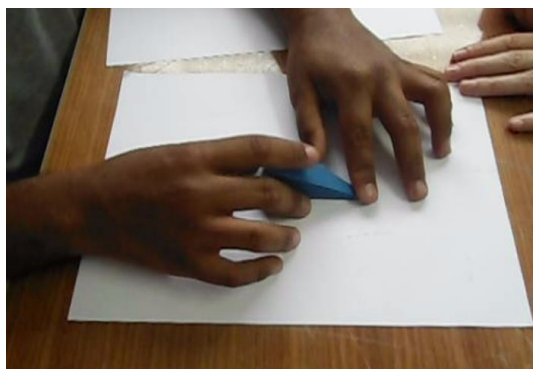
Figura 57 - Aluno 4 - modelo escolhido para representar uma pirâmide de base quadrada



Fonte: produção do autor

Justificou sua escolha dizendo que tinha o quadrado, que era a “parte de baixo” da pirâmide, e o triângulo que representava o seu “lado”. Disse que até poderia encaixar a pirâmide na outra figura, mas que, para ele, a outra figura lembrava um pássaro. A figura 58 mostra o aluno relacionando a representação da pirâmide em madeira às figuras em relevo.

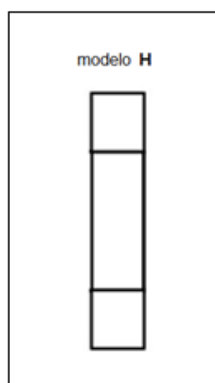
Figura 58 – Aluno 4 relacionando a representação de uma pirâmide com figuras em relevo



Fonte: produção do autor

Continuamos nossa entrevista entregando ao aluno um modelo do paralelepípedo em madeira e três figuras em relevo, o modelo F, o modelo G e o modelo H. Pedimos para que ele escolhesse um dos modelos para representar o paralelepípedo. Ele encaixou o modelo do paralelepípedo em madeira sobre o papel e escolheu o modelo H (figura 59).

Figura 59 - modelo escolhido pelo aluno 4 para representar um paralelepípedo

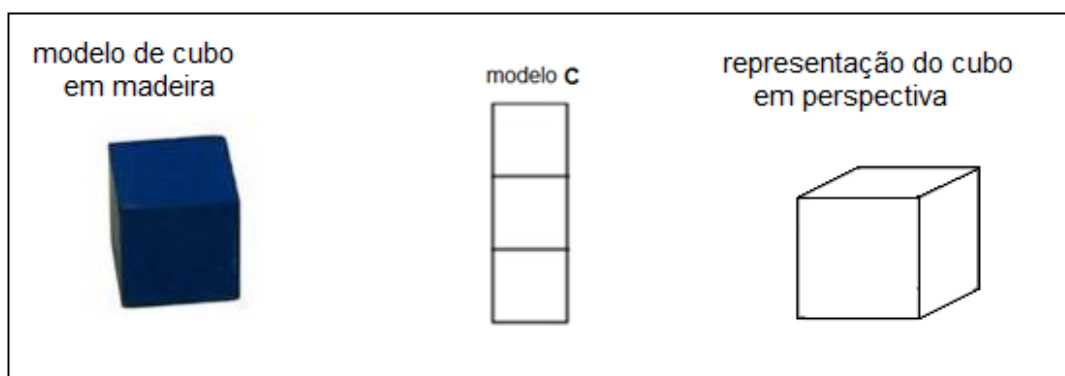


Fonte: produção do autor

É possível observar que o aluno 4 utilizou o mesmo critério na escolha da representação do cubo e da representação do paralelepípedo. As figuras escolhidas representam a face frontal, a superior e a inferior, tanto a do cubo quanto a do paralelepípedo.

Retomamos a questão relacionada à representação do cubo e entregamos ao aluno 4 o modelo de cubo em madeira, o modelo escolhido por ele para representar o cubo (modelo C) e uma representação de cubo em perspectiva, ambas em relevo no papel, como podemos observar na figura 60.

Figura 60 - opções de representação de um cubo para o aluno 4

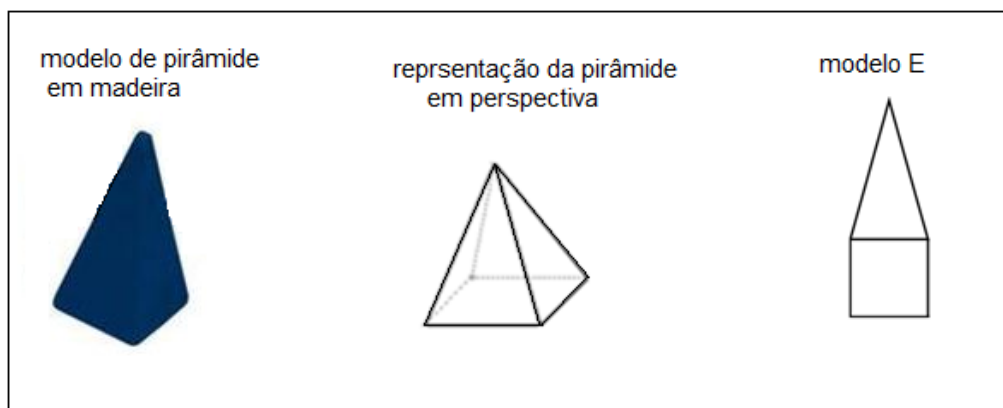


Fonte: produção do autor

Pedimos para que ele escolhesse qual delas melhor representaria o cubo e ele escolheu o modelo C.

Entregamos a ele o modelo da pirâmide em madeira e duas figuras em relevo, a primeira, uma representação em perspectiva da pirâmide de base quadrada e, a segunda, a representação escolhida por ele para representar essa pirâmide, conforme figura 61.

Figura 61 - Aluno 4 - opções de representação de uma pirâmide de base quadrada

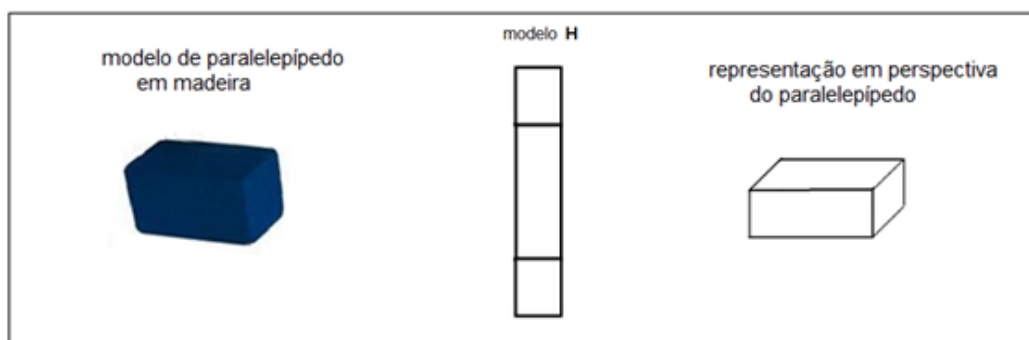


Fonte: produção do autor

Pedimos para que ele escolhesse qual melhor representava a pirâmide e ele escolheu o modelo E.

Para finalizar, entregamos ao aluno 4 o modelo de paralelepípedo de madeira e duas figuras em relevo, a figura escolhida por ele para representar um paralelepípedo (modelo H) e uma representação desse sólido em perspectiva, conforme figura 62.

Figura 62 - Aluno 4 - opções de representação de um paralelepípedo



Fonte: produção do autor

Pedimos para que escolhesse uma das duas figuras em relevo para representar o paralelepípedo e ele escolheu o modelo H.

Mesmo que as escolhas do aluno 3 e do aluno 4 para as representações do cubo e do paralelepípedo, não tenham coincidido, é possível observar que utilizaram critérios próprios para definir quais figuras poderiam representar esses sólidos geométricos, não as escolheram por acaso. De acordo com Duval (1999), o uso da visualização requer um

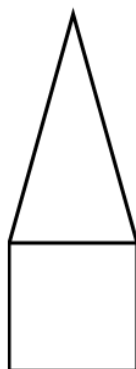
treinamento específico para cada registro, pois os objetos geométricos não estão diretamente disponíveis como as representações icônicas e para a visualização de cada registro há regras ou condições intrínsecas para produzir unidades e dar forma às suas relações. Portanto, é preciso ensinar ao aluno cego a interpretar e visualizar cada representação, mas essas representações devem ser coerentes com as possibilidades de reconhecimento deste aluno. Para isso, acreditamos que deveria haver uma padronização para as formas de representação dos objetos geométricos que fosse significativa para o aluno cego, pois, de acordo com os resultados que obtivemos, até o momento, em nossa investigação, as representações em perspectiva não têm significado para esse aluno. Sabemos que, para isso, seriam necessários estudos mais aprofundados, que verificassem a possibilidade de representação dos elementos de cada sólido (altura, diagonais, apótemas, etc.) em cada modelo de representação.

A partir dos resultados desta entrevista, resolvemos analisar se um aluno cego poderia visualizar alguns componentes de um sólido geométrico utilizando o tipo de representação que foi proposta nesta terceira entrevista. Como os dois alunos entrevistados, aluno 3 e aluno 4, escolheram a mesma representação para a pirâmide de base quadrada, esta será a representação que utilizaremos em nossa próxima entrevista.

5.7 QUARTA ENTREVISTA: RECONHECENDO ELEMENTOS DA PIRÂMIDE

Essa quarta entrevista foi realizada apenas com o aluno 3, pois ele está no terceiro ano do Ensino Médio e o conteúdo referente a sólidos geométricos faz parte da grade curricular do segundo ano do Ensino Médio. O modelo em relevo escolhido para representar a pirâmide de base quadrada nesta entrevista é o que ambos os alunos escolheram na entrevista anterior, e podemos observar na figura 63.

Figura 63 - Alunos 3 e 4 - representação de uma pirâmide de base quadrada



Fonte: produção do autor

Iniciamos esta entrevista entregando ao aluno 3 o modelo da pirâmide de base quadrada em madeira e relembrando com ele o que são as arestas da base e as arestas laterais da pirâmide, porque nosso objetivo era que ele relacionasse os elementos da pirâmide com sua representação. Pedimos para que ele localizasse essas arestas na representação em relevo no papel e ele localizou, indicando com o dedo. A figura 64 mostra o aluno localizando os elementos da pirâmide na representação em relevo no papel.

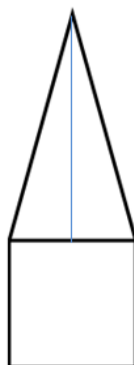
Figura 64 - Aluno 4 identificando os elementos de uma pirâmide em representação em relevo



Fonte: produção do autor

Verificamos que o aluno 3 sabia o que era a altura da pirâmide e que a imaginava passando pelo centro da pirâmide. Perguntamos, então, se tivesse que representar a altura da pirâmide na figura em relevo, como ele faria. Inicialmente, ele indicou, apontando com o dedo, uma linha partindo do vértice do triângulo até a aresta da base, como indicado na figura 65.

Figura 65 - Aluno 3 - primeira indicação para representação da altura de uma pirâmide

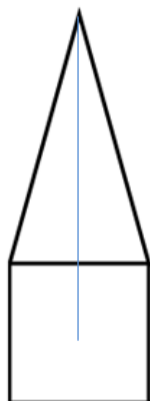


Fonte: produção do autor

Questionamos se esta representação não poderia gerar um problema, se confundindo com a representação da altura da face lateral da pirâmide. O aluno concordou, e

disse que então a “linha” deveria ir até o meio da base. Apresentamos a ele a representação indicada na figura 66.

Figura 66 - Aluno 3 - segunda indicação para a representação da altura de uma pirâmide



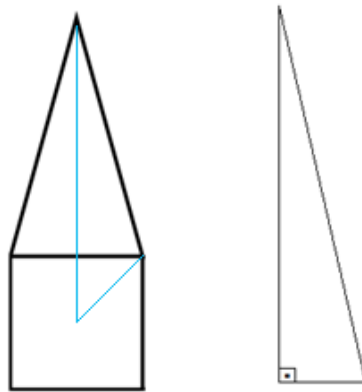
Fonte: produção do autor

Ao fazermos essa representação em relevo, para esse segmento em azul, que indica a altura da pirâmide, utilizamos um padrão de perfuração diferente do padrão utilizado para o contorno da figura, para indicar que não fazia parte do contorno do objeto. Para os contornos da pirâmide, que estão em preto, usamos pontos seguidos: , para traçar a altura, que é o segmento em azul, utilizamos alguns espaços: Perguntamos ao aluno se podia sentir a diferença entre os tipos de linhas em relevo, ele disse que sim.

Questionamos o aluno sobre esta forma de representar a altura, se não podia dar impressão de uma medida maior do que realmente era, ele concordou, mas disse que era uma questão de se acostumar com a representação.

Pedimos para que o aluno 3 imaginasse a altura da pirâmide, chegando ao centro da base, seguindo por uma das diagonais da base, encontrando a aresta lateral da pirâmide e voltando até o vértice. Perguntamos se ele conseguia imaginar que figura estaria formando. Inicialmente o aluno ficou meio confuso, disse não ter entendido, depois disse que formaria outra pirâmide. Pedimos que considerasse apenas o contorno da figura e, deslizando os dedos sobre o modelo de pirâmide em madeira, respondeu que a figura formada era um triângulo.

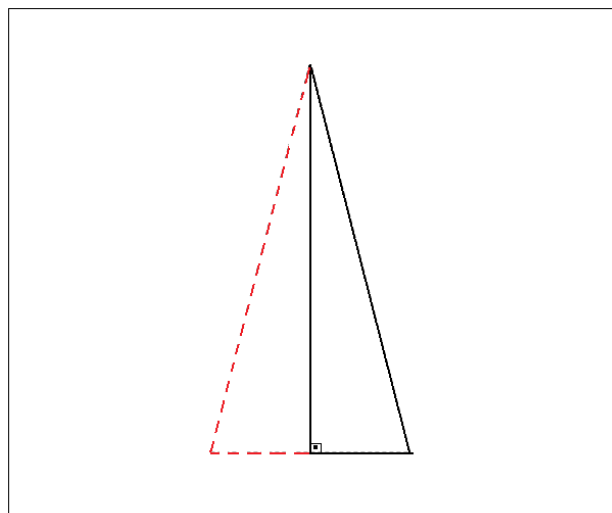
Perguntamos ao aluno 3 se as representações indicadas na figura 67, significando a pirâmide e o triângulo formado pela altura, metade da diagonal da base e a aresta lateral, ajudariam a imaginar e entender o sólido geométrico e seus elementos, ele disse que sim.

Figura 67 - representação de um triângulo na representação de uma pirâmide

Fonte: produção do autor

O aluno 3 achou que essas figuras o ajudariam a entender esses objetos geométricos. Apresentamos ao aluno um triângulo, igual ao anterior, mas em tamanho maior para que pudesse observar melhor os detalhes, e perguntamos se ele sabia o que representava o quadrado no vértice do triângulo. Ele disse que não, explicamos a ele que representava um ângulo reto, de 90 graus. O aluno contornou o triângulo com os dedos e indicou corretamente o lado que representaria a altura da pirâmide, o que representaria a parte da diagonal da base e o que representaria a aresta lateral, mostrando ter entendido a representação.

Uma observação do aluno nos chamou a atenção. Ele disse que ali só havia metade do triângulo, que precisaria de outra parte (igual àquela) para formar um triângulo inteiro, pois um dos lados não era inclinado. Na figura 68 indicamos em vermelho a parte que o aluno achou que faltava à figura para que ela representasse um triângulo.

Figura 68 - indicação da parte que falta em uma figura

Fonte: produção do autor

O aluno não reconheceu a representação do triângulo porque tinha um lado perpendicular à base. Duval (2005) aponta que, no caso da representação, a visualização icônica supõe o conhecimento de uma forma típica para cada objeto geométrico a ser identificado e que a comparação entre as formas à reconhecer e as formas típicas tolera desvios maiores ou menores e cita, justamente, o exemplo do triângulo que nem sempre é reconhecido, dependendo da forma como é representado. O aluno não reconheceu a representação do triângulo porque a estava comparando com uma forma pré-definida e conhecida por ele e não a estava relacionando com a definição de um triângulo. Explicamos ao aluno o porquê a figura era a representação de um triângulo e que este poderia assumir várias formas diferentes.

Com essa entrevista foi possível verificar que o aluno cego conseguiu passar da representação da pirâmide em madeira (dimensão 3), para a representação em relevo no papel (dimensão 2) e identificou os elementos desta pirâmide, altura, aresta lateral e aresta da base (dimensão 1), em ambas as representações.

Durante toda a entrevista, fizemos as representações em papel e as entregamos prontas para o aluno, apenas para que ele as interpretasse. Achamos que seria interessante investigar se o aluno cego conseguiria criar suas próprias representações.

Para isso, resolvemos realizar uma quinta entrevista, retomando a questão 17 apresentada na primeira entrevista, para investigar se o aluno cego consegue criar uma representação para o objeto geométrico descrito nesta questão. Essa entrevista será descrita a seguir.

5.8 QUINTA ENTREVISTA: CRIANDO SUAS PRÓPRIAS REPRESENTAÇÕES

Nesta quinta entrevista pretendemos verificar se o aluno cego pode construir a representação necessária para resolver um problema geométrico. Para isso retomamos a questão 17 da primeira entrevista. Essa entrevista foi realizada com o aluno 3. Inicialmente apresentamos ao aluno o seguinte problema, em Braille:

“Dado o triângulo isósceles ABC, cujos lados AB e AC medem 5 cm e o lado BC mede 6 cm, calcule a altura relativa a base BC e o vértice A.”

Pedimos para que o aluno lesse o problema em voz alta. Como teve dificuldade para ler a palavra “isósceles”, perguntamos se ele sabia o que era um triângulo isósceles. Ele

disse que não, portanto explicamos a ele que era um triângulo que tinha dois lados de mesma medida. Pedimos para que o aluno repetisse quais eram as medidas dos lados do triângulo referenciado no problema dado e lesse as questões que vinham após o problema:

- a) *Como é a figura que pode se relacionar a esse problema?*
- b) *Você pode construí-la? Como?*

O aluno respondeu que a figura era um triângulo, mas não sabia como representá-la. Perguntamos, então, se ele já havia desenhado um triângulo, ele disse que já havia feito isso na aula de artes utilizando giz. Argumentamos dizendo que, se ele havia desenhado com giz ele não conseguia observar o que tinha feito, ele concordou, mas disse ter sido a única vez que tinha feito isso. Perguntamos se ele não queria tentar desenhar usando uma carretilha, que deixaria marcas no papel que poderiam ser sentidas por ele, o aluno aceitou a proposta. Fornecemos ao aluno a carretilha, uma prancheta revestida de um tipo de borracha e uma folha de sulfite grossa, como mostra a figura 69:

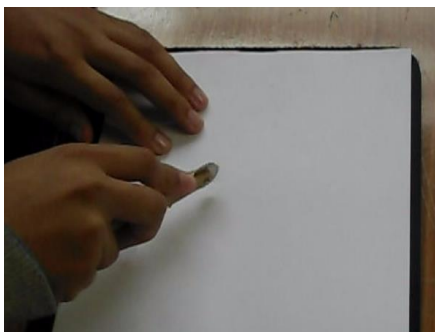
Figura 69: Prancheta, carretilha e sulfite



Fonte: produção do autor

O problema do uso da carretilha é que ela marca o papel deixando o relevo na parte de traz, quer dizer, o aluno risca de um lado, mas o desenho aparece do outro lado, apesar do aluno ter conseguido sentir, com os dedos, os furinhos feitos no papel. Na figura 70 podemos observar o aluno 3 tentando desenhar usando a carretilha.

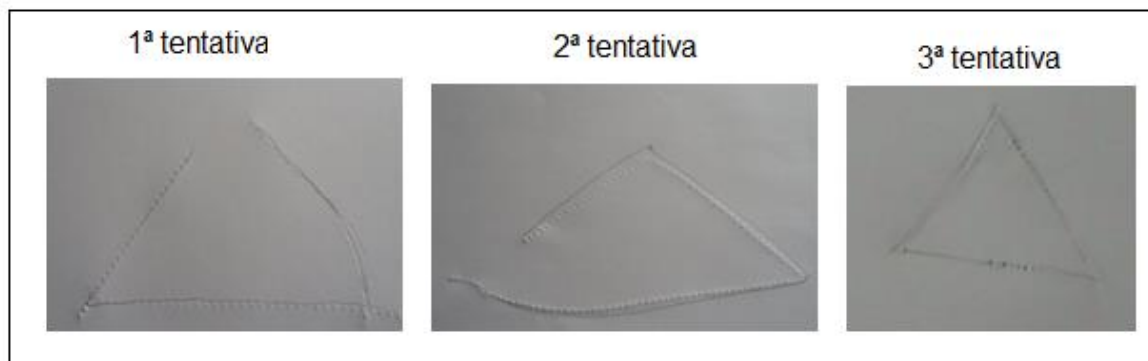
Figura 70 - Aluno 3 desenhando com carretilha



Fonte: produção do autor

Na primeira e na segunda tentativas, o aluno não fechou o triângulo, na terceira ele conseguiu, como é possível acompanhar pela figura 71.

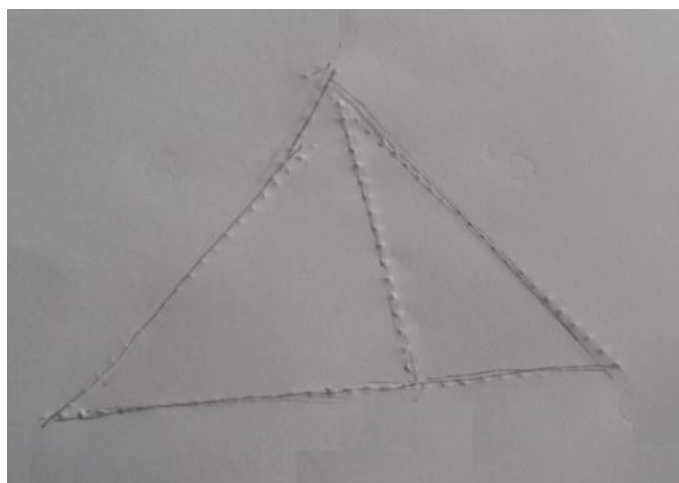
Figura 71 - Desenhos do aluno 3



Fonte: produção do autor

Pedimos, então, que o aluno relesse o problema e indicasse quais deveriam ser as medidas dos lados do triângulo esboçado por ele. Ele disse que a base do triângulo media 6 cm e os outros dois lados mediam 5 cm. Perguntamos, então, qual deveria ser o vértice A, qual deveria ser o vértice B e qual deveria ser o C. Precisamos esclarecer ao aluno que cada “cantinho” do triângulo correspondia a um vértice. O aluno precisou reler o problema para lembrar a medida de cada lado e definiu que os vértices da base deveriam ser o B e o C e o vértice oposto (o de cima do triângulo) o A. Pedimos para que o aluno indicasse onde ficava a altura deste triângulo, ele indicou o vértice A e deslizou o dedo até a base do triângulo, pedimos, então, que utilizando a carretilha, traçasse essa altura, e ele traçou. Explicamos ao aluno que a altura do triângulo é perpendicular à sua base e que existe uma marcação para indicar que esse ângulo é reto. Na figura 72 podemos observar o desenho do aluno (riscamos com lápis o contorno da figura para ficar visível na foto).

Figura 72 - representação de um triângulo do aluno 3



Fonte: produção do autor

Perguntamos quantos novos triângulos poderíamos observar nessa figura, o aluno respondeu 2. Para podermos identificar os triângulos, perguntamos a ele como poderíamos chamar o ponto onde a altura encontrava a base, ele disse “D”.

Pedimos para que o aluno 3 indicasse quais os dois triângulos formados a partir da construção da altura e ele indicou os triângulos ABD e ADC.

Perguntamos ao aluno, se o problema inicial trouxesse a figura do triângulo facilitaria sua resolução, ele afirmou que sim. Perguntamos, também, se ele tivesse uma carretilha e uma prancheta, como acabara de utilizar, conseguiria fazer um esboço para ajudar na resolução do problema, ele disse que conseguiria.

Entregamos ao aluno 3 o geoplano e um elástico para que ele tentasse construir um triângulo utilizando esse material. O geoplano é uma madeira com pinos como pode ser observado na figura 73.

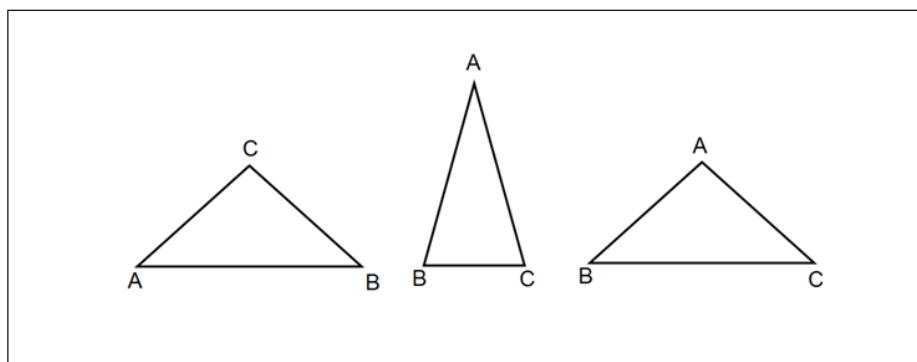
Figura 73 - Aluno 3 utilizando o geoplano



Fonte: produção do autor

Pedimos para que ele começasse pela base, e contasse seis espaços, pois a medida da base era 6 cm. O aluno colocou o elástico, mas ao invés de considerar seis espaços ele contou seis pinos. Pedimos para que conferisse, então ele corrigiu e disse não ser possível contar a medida dos lados na diagonal, concordamos e pedimos para que ele marcasse um triângulo isósceles qualquer. Perguntamos a ele se achava mais fácil trabalhar com o triângulo no papel ou utilizando o geoplano, ele disse que construir o triângulo no geoplano era mais fácil do que desenhar no papel.

Entregamos ao aluno 3 uma folha contendo três figuras de triângulos em relevo, como indicado na figura 74 e perguntamos qual delas melhor representaria o triângulo referenciado no problema trabalhado anteriormente (as letras referentes aos vértices estavam em Braille).

Figura 74 - representação de triângulos

Fonte: produção do autor

O aluno observou atentamente cada figura e descartou o triângulo do meio. Perguntamos por que este não poderia ser, ele justificou dizendo que a base era menor que os outros lados e no triângulo do problema a base deveria ser maior. Ele continuou observando e disse que poderia ser qualquer um dos outros dois. Pedimos para que ele ficasse atento à identificação dos vértices, então o aluno escolheu o terceiro triângulo dizendo que a base deveria ser BC.

Pedimos, então para que o aluno traçasse a altura do terceiro triângulo em relevo e ele traçou uma linha partindo do vértice A e chegando à base BC.

Os desenhos feitos pelo aluno cego não podem ser considerados construções geométricas, mas são esboços que o ajudam a organizar seu raciocínio e criar estratégias para resolver problemas.

Convencidos da importância do aluno cego poder fazer seus próprios desenhos, fomos à procura de materiais que facilitassem este trabalho, pois com a prancheta de borracha e a carretilha o desenho sai em relevo no verso do papel. Em nossas pesquisas encontramos uma caneta para desenho em relevo chamada M/H 1.0, que faz pontos em relevo no papel. Lima (1998) desenvolveu esta caneta para que o cego pudesse desenhar e observar o desenho sem ter que virar o papel. Para o nosso caso, o problema dessa caneta é que o aluno tem que desenhar ponto por ponto, o que dificultaria a construção de figuras geométricas. Em uma busca pela internet encontramos um site³ que citava um professor francês que inventou uma caneta que a tinta deixa um traço no papel com 1 mm de relevo, mas, para ganhar relevo é necessário aproximar o desenho de uma lâmpada, portanto não é possível sentir o desenho enquanto se está fazendo. Tanto uma caneta quanto a outra,

³ Disponível em: <<http://www.tintas.net.br/2010/01/19/professores-inventam-caneta-de-desenho-para-cegos>>. Acesso em: 05/02/2015.

obtivemos apenas informações, pois não as encontramos no mercado, mas acreditamos que não resolveriam o nosso problema.

Não tendo encontrado um material adequado às nossas necessidades, resolvemos desenvolver algo que fosse simples e pudesse ajudar o aluno a criar suas representações. Começamos analisando o material que tínhamos: uma prancheta de borracha e uma carretilha. Qual o problema desse material? O problema é que o desenho aparece no verso da folha. Sendo assim, o que fazer para inverter isso?

Pensamos o seguinte: se a prancheta é de borracha e a carretilha marcava o relevo, se queremos inverter o resultado, deveríamos ter uma prancheta em relevo e uma carretilha de borracha. O primeiro passo foi procurar algo parecido pelo mercado. Procuramos em lojas físicas e virtuais, mas não encontramos. Como não encontramos, resolvemos construir um protótipo artesanal. O objeto que o aluno cego usa para escrever em Braille é a reglete, que gera a escrita no verso da folha, como a nova reglete, que escreve na frente da folha, é chamada de *reglete positiva*, resolvemos chamar nossa prancheta de “*Prancheta de Desenho em Relevo Positiva*”. Em seguida, descreveremos o caminho percorrido para construir esta prancheta artesanalmente.

5.9 DESENVOLVIMENTO DA PRANCHETA DE DESENHO EM RELEVO POSITIVA

Partindo da ideia inicial, uma prancheta em relevo e uma carretilha de borracha, nossa primeira preocupação era como conseguir a prancheta em relevo. Um objeto que parecia tão simples, mas, como fazer isso manualmente? Após algumas suposições, resolvemos utilizar uma chapa de alumínio.

Para marcá-la, inicialmente pensamos em usar uma ponta de prego presa em uma madeira, mas, marcando ponto por ponto não tínhamos o mínimo de uniformidade entre os pontos, sem contar que, se apertássemos demais, poderíamos furar a chapa de alumínio e o trabalho estaria perdido. Essa primeira opção pode ser observada na figura 75, a flecha vermelha mostra um furo inutilizando a chapa de alumínio:

Figura 75 - primeira opção de marcação em chapa de alumínio



Fonte: produção do autor

Outra opção foi marcar a chapa de alumínio utilizando uma ferramenta redonda e dentada, como mostra a figura 76, mas o resultado não foi satisfatório, pois o relevo não era suficiente para marcar o papel.

Figura 76 - segunda opção de marcação em chapa de alumínio



Fonte: produção do autor

Resolvemos marcar a chapa de alumínio usando a carretilha dentada, foi a melhor opção. As marcas ficaram mais salientes, e marcavam melhor o papel. Com essa chapa de alumínio marcada encapamos uma prancheta de madeira, como é possível observar na figura 77.

Figura 77 - Prancheta em relevo



Fonte: produção do autor

Agora, precisávamos construir o objeto que serviria para pressionar o papel contra a prancheta e marcá-lo em relevo. Como esse objeto deveria ser de borracha, pensamos em usar um lápis borracha, mas, com o atrito a ponta não resistia e se quebrava. Resolvemos utilizar uma carretilha do mesmo tipo que utilizamos para marcar a chapa de alumínio, substituindo sua roldana de ferro por uma de borracha. Nossa primeira tentativa foi recortar uma borracha escolar e adaptá-la à carretilha. O problema foi que, manualmente é muito difícil recortar um círculo perfeito, o resultado não foi muito bom. Na figura 78 podemos observar o lápis borracha e a tentativa de moldar a rodinha de borracha para a carretilha.

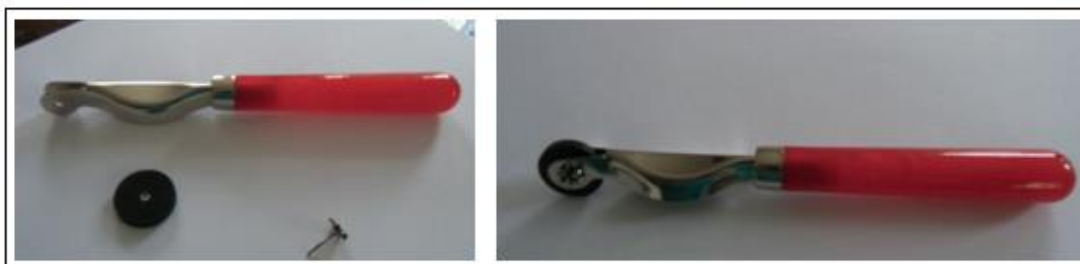
Figura 78 - adaptação da borracha para pressionar o papel contra a prancheta



Fonte: produção do autor

Resolvemos procurar algum objeto circular de borracha que se adaptasse na carretilha que tínhamos. Encontramos um vedante de torneira que conseguimos adaptar à carretilha. O resultado pode ser observado na figura 79.

Figura 79 - carretilha com rodinha de borracha



Fonte: produção do autor

Portanto, o conjunto final de prancheta em relevo e carretilha de borracha ficou assim como podemos observar na figura 80.

Figura 80 - prancheta em relevo e carretilha de borracha



Fonte: produção do autor

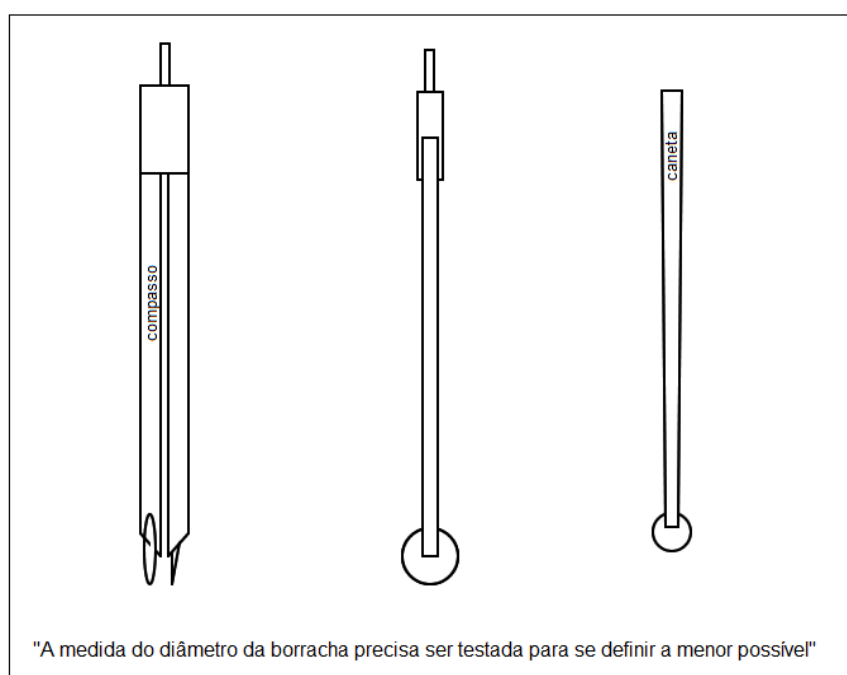
Nosso próximo passo foi testar a qualidade do relevo projetado no papel. Colocamos uma folha de sulfite de 90mg sobre a prancheta e passamos a carretilha sobre ela fazendo uma leve pressão. Por onde a carretilha passou ficou um traço em relevo, como era esperado. Levamos a prancheta à escola para que alunos cegos a utilizassem. Antes de

mostrar aos alunos, perguntamos às professoras especialistas se já tinham visto ou utilizado uma prancheta como esta. Elas disseram que não conheciam nenhum material como este. Entregamos a prancheta aos alunos cegos, eles fizeram riscos sobre a folha e disseram ser fácil utilizar e conseguiram sentir os relevos formados sobre o papel. Decidimos fazer alguns riscos em relevo utilizando a prancheta e pedir para os alunos reconhecerem os desenhos. Eles conseguiram sentir o relevo e identificar as figuras formadas.

Como o objeto foi construído artesanalmente, a qualidade do traço não é muito boa. O fato da rodinha da carretilha ter uma espessura de aproximadamente 3 mm, faz com que o traço saia mais grosso do que desejávamos, e também o fato do relevo da prancheta ter sido feito manualmente não tem um padrão perfeito, o que prejudica as linhas traçadas na diagonal. Acreditamos que esses problemas seriam sanados por uma produção profissional.

Em uma produção em série, o material que utilizamos, a chapa de alumínio, poderia ser substituído por uma moldagem em plástico, que resultaria em um material mais leve e de melhor qualidade. A carretilha poderia ser substituída por uma caneta de ponta rolante que poderia ser de borracha ou de silicone. Se a ponta de borracha fosse colorida e, além de marcar o papel com o relevo, marcasse com a cor, facilitaria a identificação do desenho por uma pessoa vidente. Esse tipo de ponta poderia ser adaptado em um compasso, o que poderia possibilitar que o aluno cego fizesse construções geométricas. A figura 81 traz o esboço do compasso e da caneta com ponta de borracha rolante.

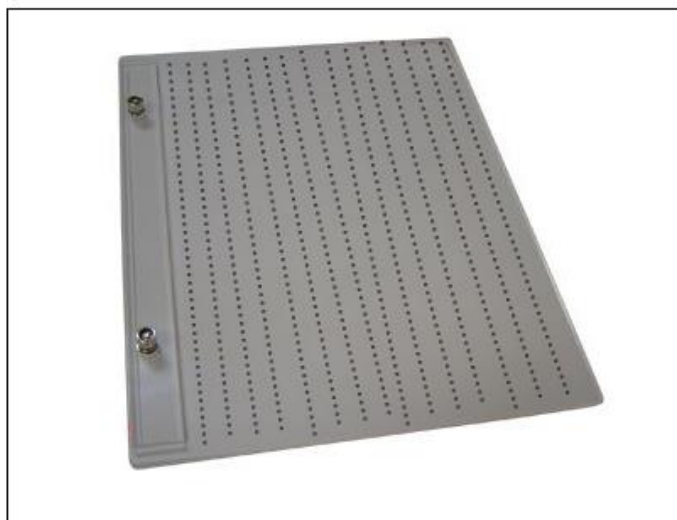
Figura 81 - esboço do compasso e da caneta com ponta de borracha rolante



Fonte: produção do autor

Para essas construções a prancheta poderia ter uma lateral ressaltada para o apoio dos esquadros, como uma prancheta de desenho comum, como esboçamos na figura 82.

Figura 82 - prancheta de desenho geométrico em relevo



Fonte: produção do autor

Poder fazer e compreender as construções geométricas seria um grande ganho para o aluno cego, pois, de acordo com Duval (2005), é por meio da utilização de um instrumento que os alunos podem verdadeiramente tomar consciência de que as propriedades geométricas não são somente características perceptivas, a utilização de um instrumento dá a possibilidade de experimentar as propriedades geométricas como as limitações de construção. Esperamos que a Prancheta de Desenho em Relevo Positiva possa criar essa possibilidade.

5.10 RETOMANDO OS OBJETIVOS DA PESQUISA

Segundo Duval (2011), as figuras geométricas apresentam três características que lhes conferem um poder cognitivo particular. Primeiro elas têm um valor intuitivo que permite “ver” sobre a figura, sem exigir nenhuma explicação complementar. Segundo, elas permitem um reconhecimento imediato do objeto que apresentam como imagens e, terceiro, podem ser construídas com o uso de instrumentos, como régua e compasso. De acordo com o autor, a análise cognitiva das figuras geométricas diz respeito à maneira de “ver” que elas necessitam para que sejamos capazes de utilizá-las na resolução de um problema ou no reconhecimento de uma aplicação de propriedades geométricas em uma situação real.

Se a maneira de “ver” é fundamental no trabalho com figuras geométricas, como se pode “ver” quando não se conta com o sentido da visão? Investigar como o cego pode “ver” figuras e objetos geométricos foi o grande desafio que assumimos ao iniciar esse trabalho.

Retomaremos os objetivos específicos que delineamos no início de nosso trabalho e confrontaremos com os resultados obtidos nas entrevistas, a fim de analisar se atingimos nossas metas. O primeiro objetivo específico de nossa pesquisa era:

- Verificar se o aluno cego reconhece objetos geométricos representados em relevo no papel (inclusive representações em perspectiva).

Nas entrevistas, foi possível constatar que, por meio do tato, os alunos entrevistados identificaram figuras geométricas planas, reconhecendo suas formas. Na primeira entrevista, verificamos que eles reconheceram as figuras geométricas representadas em relevo no papel (apreensão perceptiva), mas, para reconhecer é preciso conhecer. Observamos que a defasagem no conhecimento geométrico dos alunos cegos que entrevistamos, em determinados momentos, limitou suas interpretações. De acordo com Duval (2011), ver matematicamente uma figura geométrica exige um longo treinamento, pois vai contra o funcionamento automático do reconhecimento perceptual das formas.

As representações de sólidos geométricos em perspectiva, desenhadas em relevo no papel, não foram reconhecidas pelos alunos cegos que entrevistamos. Representações em perspectivas são ilusões de ótica e, de acordo com Gardner (1985), essas ilusões “enganam” o sistema visual humano fazendo-nos ver algo que não está presente ou nos faz enxergar de um modo errôneo, e acrescenta que essas ilusões de ótica são de grande valia para a exploração de conceitos geométricos, pois permite o reconhecimento de figuras geométricas e de suas propriedades. Mas isso não se aplica a indivíduos cegos. Para o cego seria necessário uma forma de representar sólidos geométricos que tivesse relação com o formato observado por ele por meio do tato e não da visão, que é o caso da perspectiva. Na terceira entrevista, fizemos uma proposta de representação de sólidos geométricos baseada em partes de sua planificação. Observamos que o aluno 3 conseguiu relacionar o objeto que tinha em suas mãos com uma representação em relevo no papel, fazendo uma identificação parte a parte do objeto com sua representação.

O segundo objetivo específico da pesquisa era:

- Investigar o que seria a visualização icônica para alunos cegos.

Verificamos que quando o aluno cego segura um objeto em suas mãos, e este é conhecido por ele, ele o reconhece prontamente, sem precisar observar parte por parte deste objeto. Foi o que aconteceu na segunda entrevista quando apresentamos aos alunos cegos objetos que faziam parte de seu dia-a-dia. Quando pegaram a caneca plástica em suas mãos, a identificaram rapidamente, o mesmo aconteceu com os outros objetos e com alguns modelos de figuras geométricas confeccionados em madeira. Este ato de identificar prontamente, sem a necessidade de observar detalhes do objeto, acreditamos que possa corresponder à visualização icônica que, segundo Duval (1999), é quando há uma relação entre a representação e o objeto representado de modo que o reconheça imediatamente, sem informações adicionais. Como já citamos anteriormente, Duval (2005) afirma que, no caso da representação, a visualização icônica supõe o conhecimento de uma forma típica para cada objeto geométrico a ser identificado, e isso foi o que observamos na quarta entrevista, quando o aluno 3 não reconheceu um triângulo retângulo como sendo um triângulo porque, segundo ele, “faltava uma parte”.

O terceiro objetivo específico de nossa pesquisa era:

- Verificar se o aluno cego é capaz de obter, por meio do tato, as operações específicas que permitem mudar uma figura geométrica inicial em outra conservando suas propriedades (apreensão operatória).

Para Duval (1988) a apreensão operatória apresenta as modificações que podem ser feitas na figura inicial por uma reorganização perceptiva, transformando uma figura em outra por um processo denominado reconfiguração. Na questão 12 da primeira entrevista, o aluno 2 reconheceu que a figura apresentada a ele, um retângulo dividido ao meio por uma das diagonais, era formada por dois triângulos. Nas questões 13 e 14 o aluno 2 também foi capaz de reconhecer as figuras apresentadas como formadas por outras figuras geométricas. Na questão 7, em que o aluno deveria representar um triângulo, a descrição oral feita pelo aluno 2, descrevia um triângulo como sendo a metade de um quadrado dividido por uma diagonal. Na quinta entrevista, quando o aluno 3 esboça um triângulo, utilizando a carretilha, ele identificou que a altura do triângulo o dividia em outros dois triângulos. De acordo com Duval (1993), os tratamentos figurais são operações que podem ser efetuadas *materialmente ou mentalmente* sobre as unidades figurais em uma figura geométrica, para obter uma modificação desta figura. Portanto, mesmo sem ter feito as reconfigurações no papel, apenas por meio do discurso, as respostas desses alunos nos levam a acreditar que

eles podem realizar atividades de reconfiguração de figuras geométricas, sendo capazes de alcançar a apreensão operatória.

O quarto objetivo específico dessa pesquisa era:

- Investigar qual a ordem de percepção de objetos geométricos pelo tato, ou seja, se o aluno cego identifica primeiro o todo e depois as suas partes ou se identifica primeiro as partes para depois reconhecer o todo.

Foi possível observar que a ordem de percepção pelo tato é diferente quando o aluno cego tem um objeto concreto em suas mãos e quando tem uma representação deste objeto em relevo no papel. Quando o aluno cego tem um objeto concreto em suas mãos, e este objeto lhe é familiar, ele reconhece o todo, sem necessidade de observar as partes, mas, quando a representação está em relevo no papel, mesmo que o aluno conheça o objeto representado, ele visualiza primeiro as partes para depois visualizar o todo. Quando o objeto não é familiar ao aluno, ele sempre precisa observar as partes para reconhecer o todo. Isso pode ser comprovado pelos resultados observados na segunda entrevista. Os objetos que faziam parte do dia-a-dia dos alunos foram reconhecidos prontamente por eles, assim como a representação de um quadrado em madeira. Já a representação em madeira do triângulo, precisou ser observada parte por parte para que o aluno 4 a reconhecesse.

O quinto objetivo específico dessa pesquisa era:

- Verificar se o aluno cego consegue articular visualização e discurso em geometria.

Na primeira entrevista, nas duas primeiras questões, o aluno 1 e o aluno 2 descreveram um retângulo e uma circunferência. Suas descrições continham poucos termos geométricos, utilizaram a linguagem natural, e não descreveram características importantes das figuras. Na questão cinco, o aluno 2 relacionou a definição de paralelogramo à sua representação figural, justificando de forma satisfatória sua escolha, o que podemos relacionar com a apreensão discursiva. Na quinta entrevista, o aluno 3 conseguiu esboçar o triângulo descrito no enunciado do problema, denominando os vértices corretamente. Esses resultados mostram que esses alunos conseguiram, dentro do limite de seus conhecimentos, articular visualização e discurso, apesar de terem revelado conhecer poucos termos geométricos. De acordo com Duval (2005), a geometria requer a utilização de um vocabulário técnico relativamente pesado. Os alunos que entrevistamos revelaram não ter domínio desse vocabulário, pelo contrário, revelaram ter um repertório de termos geométricos muito limitado. Isso pode ser verificado pelos termos que utilizaram em suas

descrições e pela necessidade de explicação, durante as atividades, do significado de palavras como “isósceles”, “quadrilátero” e “congruente”. Enfatizamos o fato dos alunos terem pouco conhecimento geométrico, o que ficou claro pelo fato de, nenhum deles, reconhecer a indicação de ângulo reto em uma figura geométrica.

Após analisar nossos objetivos específicos, podemos retomar a questão de pesquisa, o que faremos a seguir, em nossas considerações finais.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Antoine de Saint-Exupéry inicia sua obra prima “O Pequeno Príncipe” falando da dificuldade de se fazer entender por meio de uma representação. Seu personagem faz um desenho que deveria ser uma cobra engolindo um elefante, mas as pessoas o interpretam como sendo um chapéu, fato esse que faz com que ele desista da carreira de pintor ainda na infância. Vivemos em um mundo repleto de representações e, para Vigotsky (1987), a relação homem-mundo é mediada por um sistema de símbolos. E quando não se enxerga as representações, como é essa relação? A relação entre o aluno cego e as representações matemáticas foi o tema estudado nesta tese.

Realizamos um estudo de caso em que investigamos como o aluno cego reconhece e trabalha com as representações de objetos geométricos. Consideramos que a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, Visão e Visualização de Duval (1999) nos ofereceu elementos para compreender como alunos cegos congênitos, utilizando o tato, visualizam objetos geométricos por meio de suas representações. Investigar como esse aluno observa e identifica representações em relevo no papel, e se ele atinge as apreensões descritas por Duval (1988) foi determinante para atingirmos nossos objetivos.

O aluno cego tem acesso às representações por meio do tato, portanto ele não tem a imagem visual de referência para guiar a construção de sua imagem mental. Sendo assim, ele se guiará pelo contorno do objeto e não pela sua imagem, que dispõe de cores e sombras. Muitas vezes, o contorno do desenho que representa o objeto é muito diferente do contorno do objeto em si, esse fato faz com que muitas ilustrações em livros ou revistas, mesmo estando em relevo e com texturas diferenciadas, não façam nenhum sentido para o indivíduo cego. No decorrer de nossas entrevistas, presenciamos alunos cegos se referindo a algumas representações, apresentadas em relevo no papel, com expressões como estas: “*parece um coração*”, “*parece uma casinha*”. O desenho do coração ou da casinha não tem o mesmo contorno do coração ou da casa real, mesmo assim foram reconhecidos por eles. Isso porque, em algum momento essas representações foram apresentadas a eles e eles aprenderam a reconhecê-las e a relacioná-las com o objeto real. Isso reforça o fato de que é necessário ensinar esse aluno a reconhecer as representações.

Em nossa investigação, os alunos entrevistados não reconheceram as representações em perspectiva e até apresentamos algumas alternativas de representações, que julgamos

mais adequadas para esses alunos, mas, independente disso, devemos considerar que, se eles tivessem sido ensinados a reconhecer essas representações em perspectiva, provavelmente eles as identificariam. Em alguns momentos das entrevistas, pequenas intervenções foram suficientes para que um aluno relacionasse uma determinada representação em perspectiva a um modelo de sólido geométrico em madeira. Por exemplo, na segunda entrevista, quando o aluno 3 relacionou a representação de um cilindro, em relevo no papel, ao modelo de cilindro em madeira.

O indivíduo cego depende das representações para ter acesso a muitas coisas do mundo a que pertence e, muitas vezes, isso passa despercebido. Foi o que observamos quando conversamos com um aluno que não conhecia o formato do ônibus em que viajava todos os dias. Não podemos garantir que no dia-a-dia de um aluno cego esse tipo de coisa não aconteça, pois não existe um “currículo da vida” que defina tudo que ele deve conhecer, mas na escola é preciso garantir que esse aluno tenha acesso aos conhecimentos que fazem parte do currículo escolar. Não foi isso que observamos em nossa pesquisa, pois, os alunos que entrevistamos demonstraram ter um conhecimento geométrico muito limitado e, pela fala de alguns, constatamos que tiveram poucas aulas de geometria. Sabemos que isso não acontece só com alunos cegos, mas esse é o foco do nosso estudo.

Para Duval (2005) a geometria é um domínio de conhecimento que exige a articulação cognitiva de dois registros de representação muito diferentes: a visualização de formas para representar o espaço e a linguagem para enunciar propriedades e para deduzir novas. Em sua distinção entre visão e visualização, Duval (1999) afirma que a visualização é baseada na produção de uma representação semiótica e que torna visível tudo que não é acessível à visão. Em outro ponto, o autor declara que, em matemática, olhar uma representação não é o bastante para ver, isto é, para observar e compreender o que está representado realmente. Portanto, no contexto de Duval (1999), “ver” uma representação vai além de enxergar, é entender o que está implícito na representação, é visualizar. Acreditamos ser uma forma de “ver” que não necessariamente precisa ser com os olhos. Sendo assim, mesmo sem o recurso visual, um aluno cego poderia visualizar objetos geométricos se, por meio do tato, esse aluno conseguisse reconhecer suas representações.

Duval (1988) evidencia três maneiras diferentes de ver as figuras: a apreensão perceptiva, a apreensão operatória e a apreensão discursiva, portanto, em nossas entrevistas, investigamos se, pelo tato, o aluno cego poderia atingir essas três apreensões. Na retomada de nossos objetivos específicos já relatamos os momentos das entrevistas nos quais os

alunos deram indícios de terem atingido essas apreensões. Quando um aluno pode perceber e interpretar as formas de uma figura geométrica e operar modificações sobre seu registro de representação, significa que esse aluno observou e compreendeu essa figura, ou seja, ele a visualizou.

Para Duval (1999), a visualização consiste em apreender diretamente a configuração inteira das relações e em discriminar o que é relevante nela. Na matemática a visualização é necessária porque apresenta a organização de relações, mas ela não é primitiva, porque não é mera percepção visual. O uso da visualização requer um treinamento longo e específico para visualizar cada objeto.

Observamos que os alunos que entrevistamos não conheciam a forma de representação do ângulo reto. Esse tipo de indicação (medidas de ângulos, lados congruentes, segmentos paralelos) é essencial para a interpretação de figuras geométricas e resolução de problemas envolvendo essas figuras. A falta desse conhecimento pode inviabilizar o entendimento de uma representação e, por consequência, a visualização do objeto geométrico por qualquer pessoa, não só pelo o aluno cego, mas, para o cego, que não conta com o estímulo visual, que tem que reconhecer as representações pelo tato, a falta desse conhecimento pode ser ainda mais prejudicial.

Segundo Duval (2011), ver geometricamente uma figura é operar uma desconstrução dimensional das formas que reconhecemos imediatamente em outras formas que não enxergamos à primeira vista, e isso sem que nada mude na figura inicial. E afirma que a maneira matemática de ver as figuras geométricas exige que possamos passar espontaneamente de uma para outra. Na quarta entrevista, o aluno 3 identificou as arestas e a altura da pirâmide tanto no objeto concreto como na representação em relevo no papel, portanto o aluno identificou o objeto por inteiro (3 dimensões) e suas partes: faces (2 dimensões) e arestas (1 dimensão). Na quinta entrevista, o aluno 3 interpretou o enunciado do problema dado, identificou que a figura relacionada ao problema era um triângulo (2D), identificou cada lado do triângulo (1D) e nomeou corretamente seus vértices (0D). Em seguida, esboçou a altura do triângulo indicada no enunciado do problema (1D). Esses resultados indicam que, por meio do tato, o aluno operou a desconstrução dimensional das formas e pôde “ver” matematicamente, como mencionado por Duval (2011). Verificamos que, passando por essas etapas, o aluno 3 foi capaz de visualizar objetos geométricos utilizando o tato.

Os alunos que entrevistamos, cada um em um nível de conhecimento diferente, perceberam e interpretaram as formas de figuras geométricas e alguns se mostraram capazes de operar modificações sobre elas. Ressaltamos que a falta de conhecimento, em vários momentos, impediu que o aluno visualizasse o objeto geométrico em questão.

Acreditamos, assim, ter respondido nossa questão de pesquisa: “Como o aluno cego visualiza objetos geométricos?”. Enfatizamos a necessidade de ensinar a visualizar, é preciso que o aluno cego aprenda a identificar em cada representação o objeto representado, reconhecendo seus contornos, conhecendo suas características e relacionando, parte por parte, a representação ao objeto representado. Esse reconhecimento não é automático, mas pode ser aprendido. Precisamos reafirmar que a falta de conhecimento geométrico do aluno pode prejudicar e até inviabilizar a visualização.

Nenhum dos alunos que entrevistamos já havia construído ou desenhado figuras geométricas de forma que pudesse reconhecê-las. Um dos alunos disse ter desenhado usando giz, mas, dessa forma, não conseguia perceber o que desenhava. Portanto, a apreensão sequencial, que tem por objetivo a construção de figuras geométricas, não foi observada durante nossa investigação. Procurando preencher essa lacuna, propomos a criação da Prancheta de Desenho em Relevo Positiva, com a qual o aluno tem a possibilidade de desenhar e sentir o desenho em relevo no papel. Acreditamos que o aperfeiçoamento dessa prancheta pode permitir ao aluno cego fazer suas próprias construções geométricas. Para Duval (1993), as atividades de construção de figuras são atividades que privilegiam a formação de representação de um objeto matemático ou de uma situação matemática no registro figurativo, elas não respeitam a significação perceptiva das diferentes unidades figurais, mas a subordinam aos elementos conceituais presentes na definição dos objetos.

O fato do aluno reconhecer representações em relevo no papel viabiliza a utilização do livro didático em Braille para esse fim. O livro didático em Braille, se bem adaptado ao aluno cego, pode ser um material muito útil nas aulas de matemática, tanto para o aluno quanto para o professor, pois é de fácil acesso e está disponível nas escolas. Pode ser útil para o aluno, que terá acesso ao conteúdo e às representações matemáticas, sem depender que alguém dite para ele, e útil para o professor, que não precisará preparar material em Braille para todas as aulas. Mas, para isso, o livro do aluno cego deve ser o mesmo dos demais alunos da classe (o que nem sempre acontece) e as representações devem estar adaptadas a ele.

Falar em melhorias no ensino implica em falar da formação do professor. É preciso discutir e definir quando e como os profissionais da educação devem ser instruídos a como trabalhar com alunos cegos nas salas de aula inclusivas, pois, agir pela intuição, criando situações de tentativa e erro, muito pode prejudicar esses alunos. Os PCN (BRASIL, 1998a) destacam que o que se afigura de maneira mais expressiva, ao se pensar na viabilidade do modelo de escola inclusiva para todo o país no momento, é a situação dos recursos humanos, especificamente dos professores das classes regulares, que precisam ser efetivamente capacitados para transformar sua prática educativa. A formação e a capacitação docente impõem-se como meta principal a ser alcançada na concretização do sistema educacional que inclua a todos. Desejamos que isso realmente se concretize.

Esperamos que nossa pesquisa possa contribuir positivamente com a Educação Matemática e estimular novas pesquisas a respeito do ensino de matemática a alunos cegos, especialmente em relação ao uso de registros de representação semiótica por esses alunos. Focamos nosso estudo nas representações de objetos geométricos, mas, como vimos no decorrer do trabalho, há vários outros conteúdos matemáticos que necessitam de um estudo aprofundado para serem melhor trabalhados com alunos cegos.

Acreditamos que a extensão desse trabalho deva ser uma investigação, utilizando a Prancheta de Desenho em Relevo Positiva, para verificar as possibilidades de seu uso viabilizar construções geométricas por alunos cegos, e analisar os benefícios decorrentes desse processo.

Além disso, pensamos que seria importante uma investigação sobre a possibilidade de padronização de algumas representações de objetos geométricos para alunos cegos e também a criação de uma sequência didática, com o objetivo de trabalhar a visualização de sólidos geométricos com esses alunos, utilizando uma impressora 3D para auxiliar na visualização dos cortes desses sólidos.

A construção de uma sociedade inclusiva, que estabelece direitos iguais a todas as pessoas, com deficiência ou não, requer atitudes que nem sempre são fáceis. Na educação, os professores estão na linha de frente dessa mudança, e na ponta de um processo que está apenas começando. É um desafio para uma geração formada numa época em que esses assuntos pouco eram discutidos. Mas é preciso organizar o aprendizado e a formação de uma nova geração de professores, que podem ter convivido com colegas de classe com alguma deficiência, e saberão muito melhor como lidar com essa situação.

REFERÊNCIAS

ABREU, E. M. A. C. et al. **Braille!?! O que é isso?** São Paulo: Fundação Dorina Nowill para Cegos, 2008.

ADREZZO, K. I. **Um estudo do uso de padrões figurativos na aprendizagem de álgebra por alunos sem acuidade visual.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC/SP, 2005.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática.** Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

ANDRÉ, M. E. D. A. **Estudo de caso em pesquisa e avaliação educacional.** Brasília: Liberlivros, 2005.

ARAUJO, U. F. **A quarta revolução educacional: a mudança de tempos, espaços e relações na escola a partir do uso de tecnologias e da inclusão social.** In: ETD – Educação Temática Digital, Campinas, v.12, n.esp., p.31-48, mar. 2011 – ISSN: 1676-2592.

BOGDAN, R. e BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto Editora, 1982.

BRASIL, Lei Federal n. 8069, de 13 de julho de 1990. **ECA-Estatuto da criança e do Adolescente.**

BRASIL, Ministério da Justiça. **Convenção Internacional sobre os Direitos da Criança.** Acesso em 08/0(1989): promulgada pelo decreto nº 99.710, 21/11/90. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/1990-1994/D99710.htm1/2014.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Adaptações curriculares: Estratégias para a educação de alunos com necessidades educacionais especiais.** Brasília: MEC/SEF, 1998a. 62p.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1998b.

BRASIL, Secretaria Especial dos Direitos Humanos. **Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência.** Protocolo facultativo à convenção sobre os direitos das pessoas com deficiência. Brasília, 2007. 48p.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). **Módulo Programas do Livro - PLi / Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação.** Secretaria de Educação a Distância – 2.ed., atual. – Brasília : MEC, FNDE, SEED, 2008.

BRASIL. Portal Brasil. **Dados do Censo Escolar indicam aumento de matrícula de alunos com deficiência.** Brasília: 2015. Disponível em: <http://www.brasil.gov.br/educacao/2015/03/dados-do-censo-escolar-indicam-aumento-de-matriculadas-de-alunos-com-deficiencia>: Acesso em 12/07/2015.

CAMARGO, E. P. **Saberes docentes para a inclusão do aluno com deficiência visual em aulas de Física**. Editora Unesp, 2012.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 3a. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

DUVAL R. **Approche cognitive des problèmes de géométrie em termes de congruence**. Annales de Didactiques et de sciences cognitives. IREM de Strarsbourg v.1, p.57-74, 1988.

_____. **Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Berne: Peter Lang, 1995.

_____. **Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée**. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. p. 37- 64. Strasbourg: IREM - ULP, 1993.

_____. **Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking**. Basic issues for learning. In f. Hitt and M. Santos (Eds.), Proceedings of the 21st Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, p.311-335. Columbus, OH: Eric. 1999.

_____. **Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: Développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements**. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, vol. 10, p. 5–53, 2005.

_____. **Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Trad. de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

_____. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. Organização de Tânia M. M. Campos. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

FERNANDES, S. H. A. A. **Uma análise vygotskiana da apropriação do conceito de simetria por aprendizes sem acuidade visual**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC/SP, 2004.

FERNANDES, S. H. A. A. **Das Experiências Sensoriais aos Conhecimentos Matemáticos: Uma análise das práticas associadas ao ensino e aprendizagem de alunos cegos e com visão subnormal numa escola inclusiva**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). PUC/SP, 2008.

FERREIRA, G.L. **O design colaborativo de uma ferramenta para representação de gráficos por aprendizes sem acuidade visual**. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC, 2006.

FERREIRA, G.L. E MANRIQUE, A. L. **Mediadores e mediação: a inclusão em aulas de matemática**. *Revista Contrapontos – versão eletrônica*, vol. 10 – n.1, p. 09/ janeiro a abril 2010.

FERREIRA, G.L. **A Relação das Professoras da Sala de Recursos/Apoio e da Sala Regular para o Ensino de Matemática de Alunos com Deficiência do Ensino Fundamental 1**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). PUC/SP, 2014.

FERRONATO, R. **A construção de instrumento de inclusão no ensino de matemática**. Dissertação (mestrado em Engenharia de Produção). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis: UFSC, 2002.

GARDNER, M. **Circo matemático**. 2ª Ed. Madrid: Alianza Editorial, 1985.

GEERTZ, C. **A Interpretação das Culturas** - 1.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008. 323p.

GIL, M. **Deficiência Visual**. Brasília: MEC. Secretaria de Educação à Distância, 2000.

GIOVANNI, J. R., CASTRUCCI, B. e GIOVANNI Jr. **A Conquista da Matemática**. São Paulo: FTD, 1998.

GRIFFIN, H. C.; GERBER, P. J. Desenvolvimento tátil e suas implicações na educação de crianças cegas. Revista Benjamin Constant, São Paulo, n.5, Dez 1996. Online. Disponível em: <http://www.ibc.gov.br/index.php?query=1996&Buscar=Buscar&amount=0&blogid=2>

KOHANOVÁ, I. **Teaching mathematics to non-sighted students: with specialization in solid geometry**. Doctoral thesis (Department of Algebra, Geometry and Didactics of Mathematics). Comenius University Bratislava Faculty Of Mathematics, Physics And Informatics. Bratislava, 2006

LDB - **Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. LEI Nº. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Diário Oficial da União de 23 de dezembro de 1996.

LIMA, F. J. **Representação Mental de Estímulos Táteis**. Dissertação de mestrado. USP-Ribeirão Preto, 1998.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E.D.A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

MANTOAN, T. E.; PRIETO, R. G. **Inclusão Escolar: pontos e contrapontos**. Organização: Valéria Amorim. São Paulo: Summus, 2006.

MARCELLY, L. **As Histórias em Quadrinhos Adaptadas como Recurso para Ensinar Matemática para Alunos Cegos e Videntes**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). UNESP / Rio Claro, 2010.

MOREIRA, G. E. **Representações sociais de professoras e professores que ensinam Matemática sobre o fenômeno da deficiência**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). PUC/SP, 2012.

NUNES, S.; LOMÔNACO, J. F. B. **O aluno cego preceitos e potencialidades**. Revista Semestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional. São Paulo, v.14, n.1, p. 55-64, jan/jun. 2010.

PIMENTEL, L. **A Dança das Cores**. São Paulo: Fundação Dorina Nowill para cegos: 2011.

SANTOS, N.; VENTURA, C.; CÉSAR, M. **Alunos cegos na aula de matemática**. In APM (Ed.), Atas do ProfMat 2008. Elvas: APM. [CdRom], 2008.

SÃO PAULO, Secretaria de Estado da Educação. **Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa**. São Paulo: SEE/CENP/CAPE-SP, 2003. 83p.

SILVA, C. X.; BARRETO, B. **Matemática Aula por Aula: 3ª série**. São Paulo: FTD, 2005.

SILVA, M. J. F. **Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série**. Tese de Doutorado, PUC/SP, 2005.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Atlas, 1987.

UNESCO, Declaração Mundial Sobre Educação Para Todos. **Plano de Ação para Satisfazer as Necessidades Básicas de Aprendizagem**. Jomtien, Tailândia, 1990. Disponível em: <http://unesdoc.unesco.org/images/0008/000862/086291por.pdf>. Acesso em 08/01/2014.

VENTURA, C.; SANTOS, N.; CÉSAR, M. Comunicar sem ver: um estudo sobre formas de comunicação com alunos cegos em aulas de matemática. In: **Investigação em Educação Matemática: Comunicação no Ensino e na Aprendizagem da Matemática**. Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática. Portugal: Editora: Leonor Santos, 2010. p.114-127.

VIGOTSKY, L. S. **Formação Social da Mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

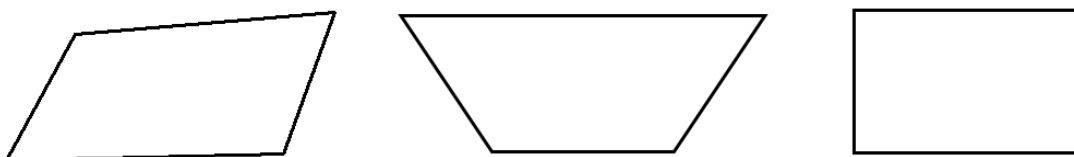
VIGOTSKY, L. S. **Fundamentos da Defectologia**. Obras Escogidas – Tomo V. Madrid: Visor, 1997.

VITA, A. C. **Análise instrumental de uma maquete tátil para a aprendizagem de probabilidade por alunos cegos**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). PUC/SP, 2012.

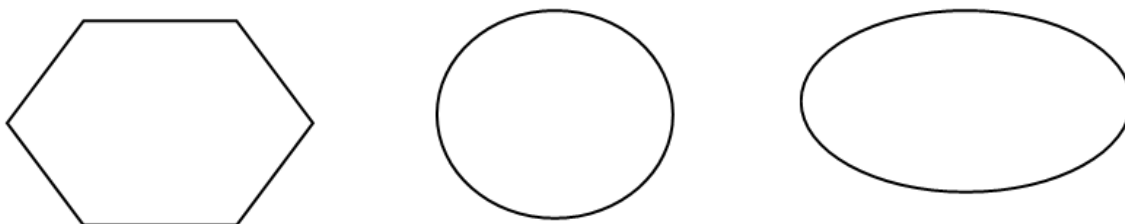
ZATZ, L. **Adélia Sonhadora**. São Paulo: WG produto: 2012.

APÊNDICE A: QUESTÕES DA PRIMEIRA ENTREVISTA

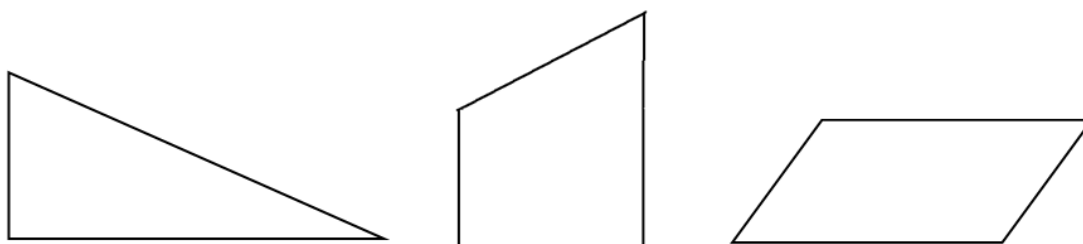
- 1) *Como você descreveria um retângulo?*
- 2) *Como você descreveria uma circunferência?*
- 3) *Qual das figuras abaixo poderia representar um retângulo?*



- 4) *Qual das figuras abaixo poderia representar uma circunferência?*



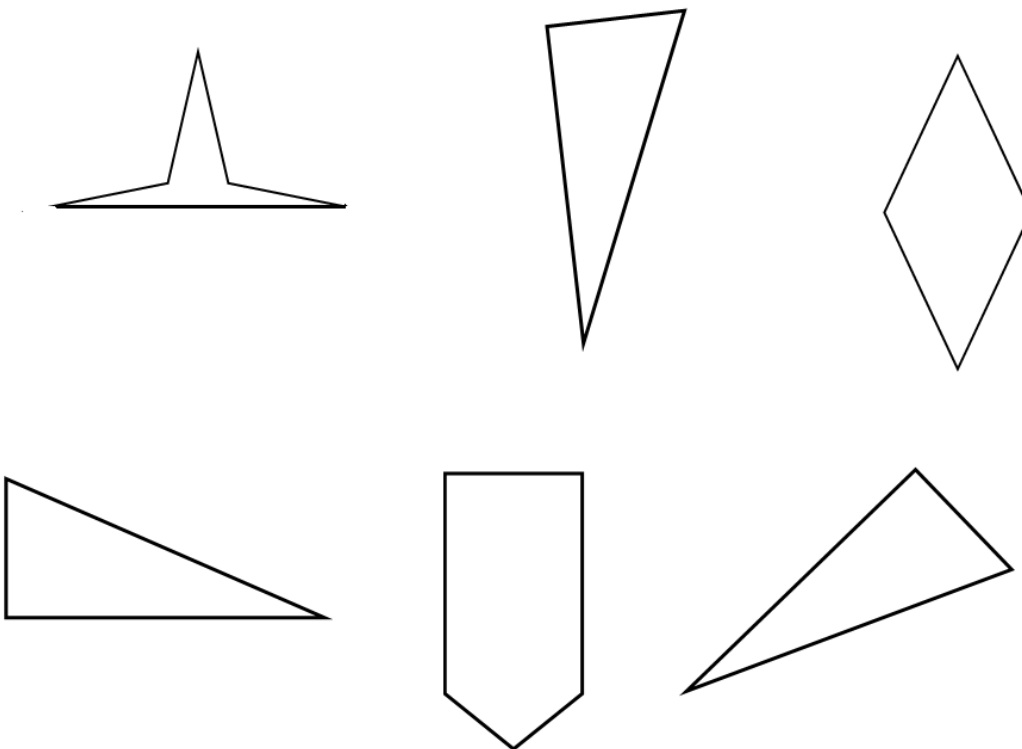
- 5) *Dada a definição: “quadrilátero que tem lados opostos congruentes e paralelos”. Qual das figuras abaixo você acha que corresponde a essa definição?*



- 6) *Observe e descreva esse objeto.*

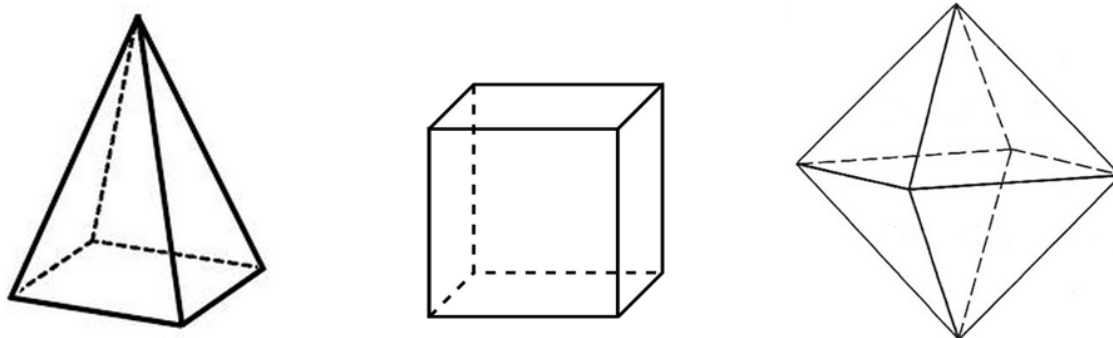
7) *Como você representaria este objeto?*

8) *Quais das figuras abaixo poderiam representar esse objeto que você está manipulando?*

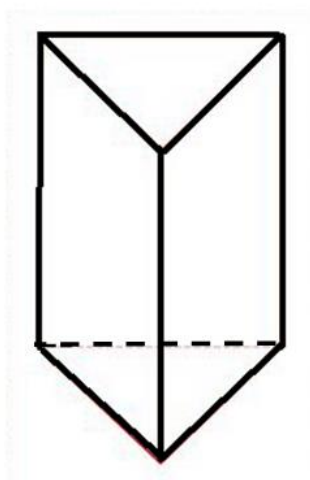


9) *Observe e descreva este objeto.*

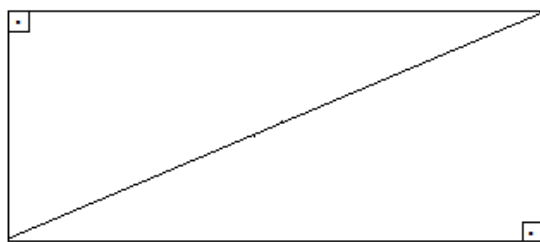
10) *Quais das figuras abaixo poderiam representar esse objeto?*



11) O que você acha que esta figura representa?

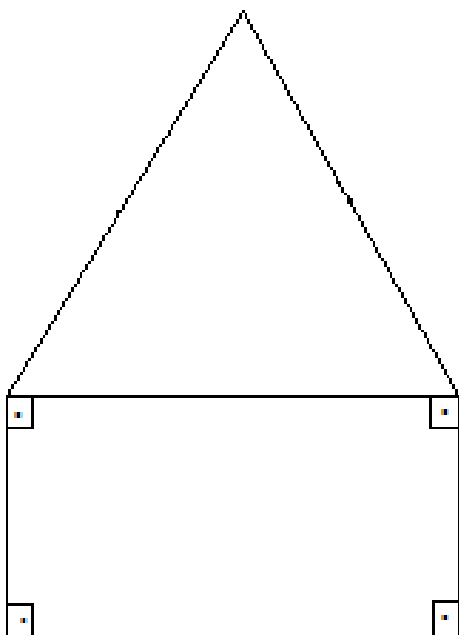


12) O que você observa nesta figura?



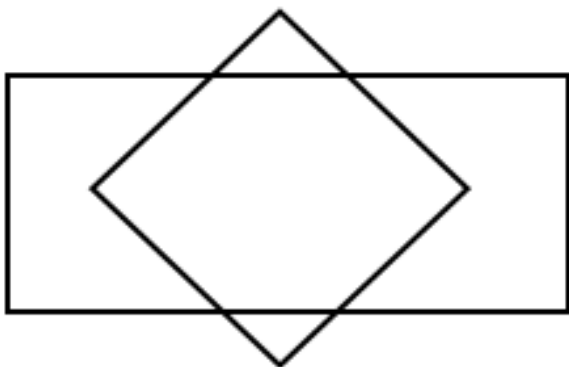
i. Ela poderia ser decomposta em outras figuras? Quais?

13) O que você observa nesta figura?



i. Ela poderia ser decomposta em outras figuras? Quais?

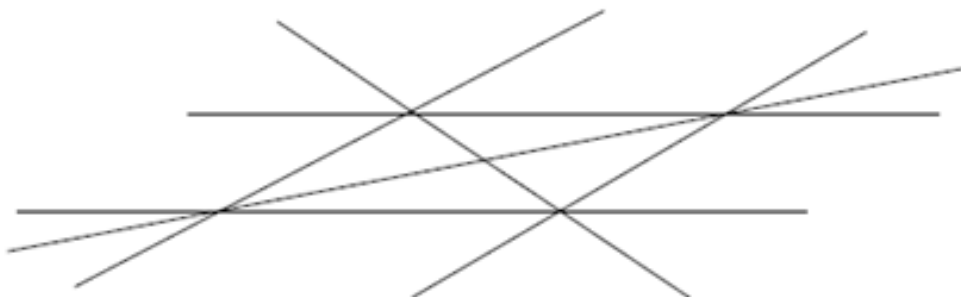
14) Como você descreveria essa figura?



i. Ela poderia ser decomposta em outras figuras? Quais?

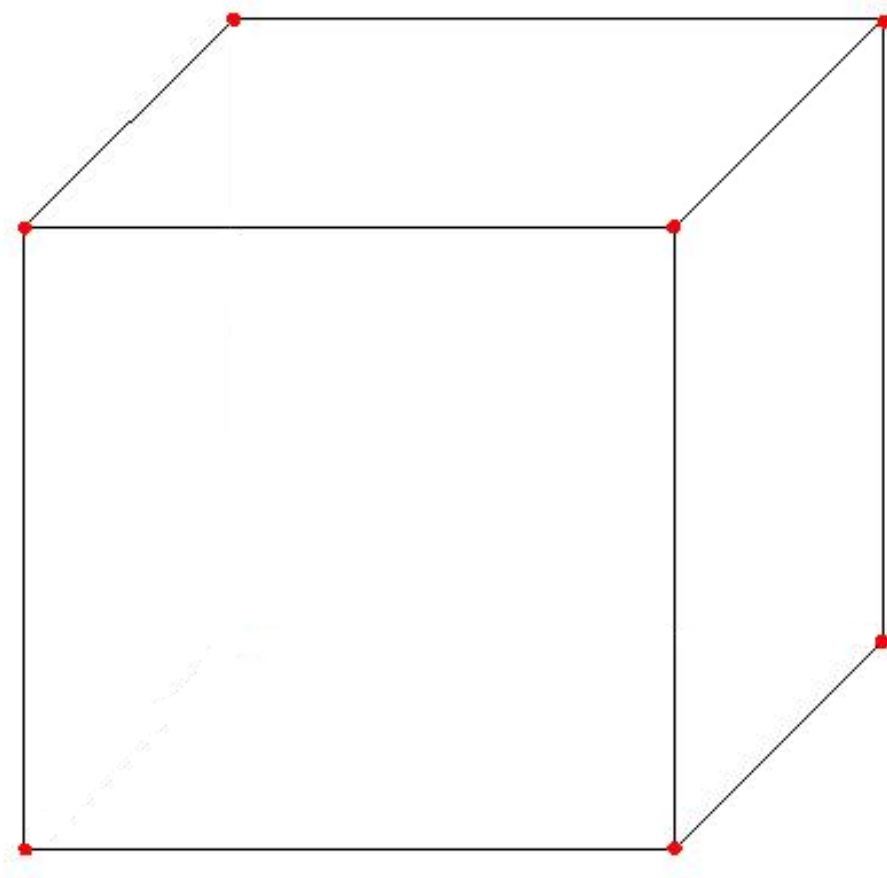
15) Observe e descreva este objeto.

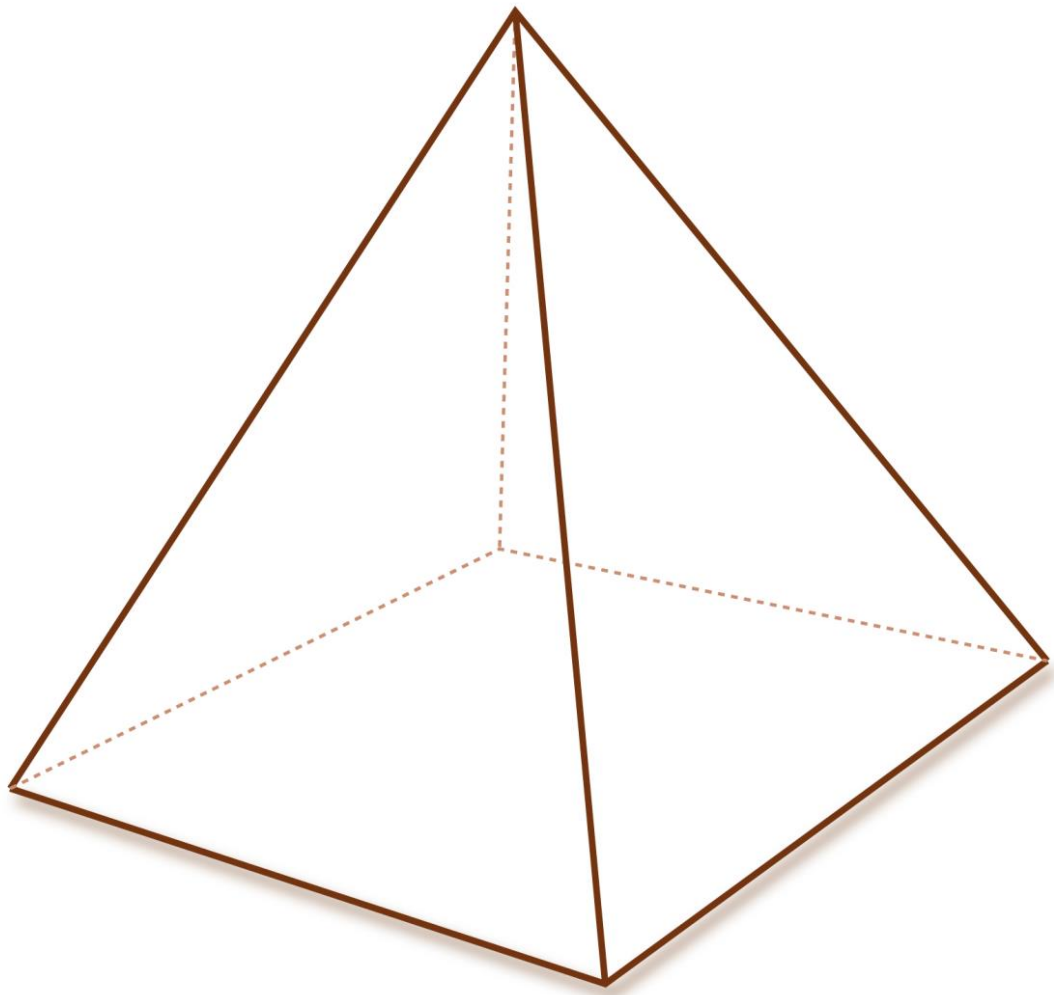
16) Descreva o que você observa nessa figura

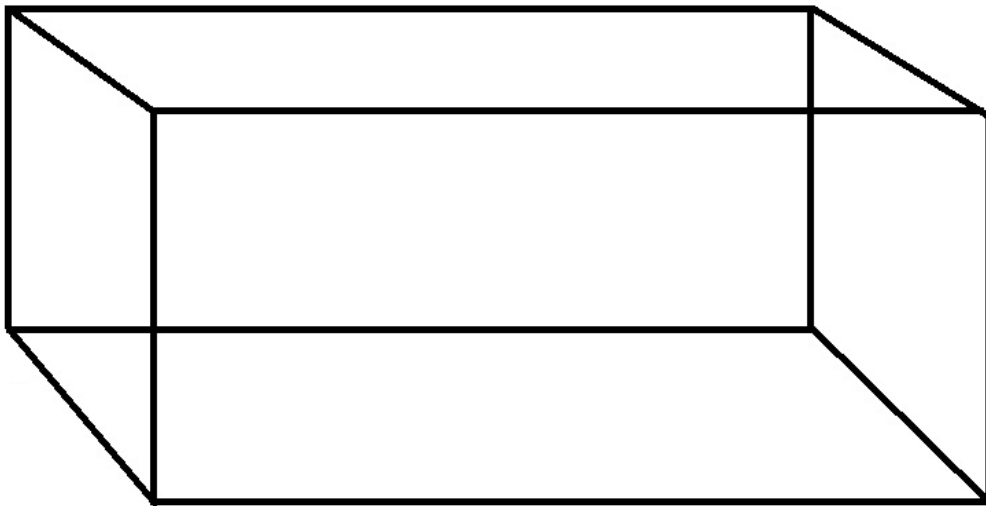


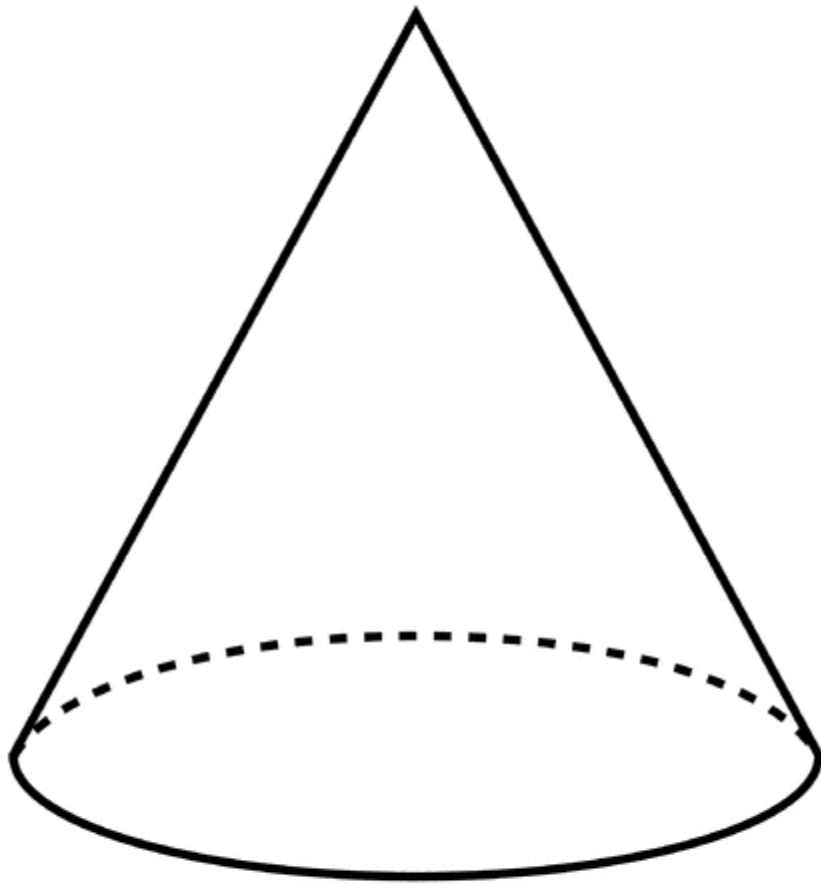
17) Dado o triângulo isósceles ABC , cujos lados AB e AC medem 5 cm e o lado BC mede 6 cm , calcule a altura relativa a base BC e o vértice A .

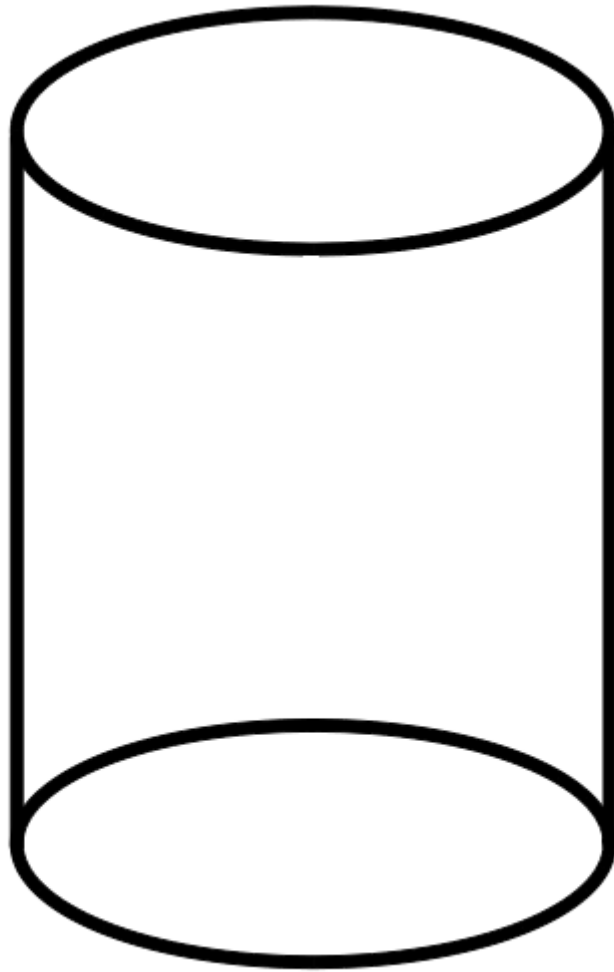
APÊNDICE B: FIGURAS GEOMÉTRICAS EM PERSPECTIVA



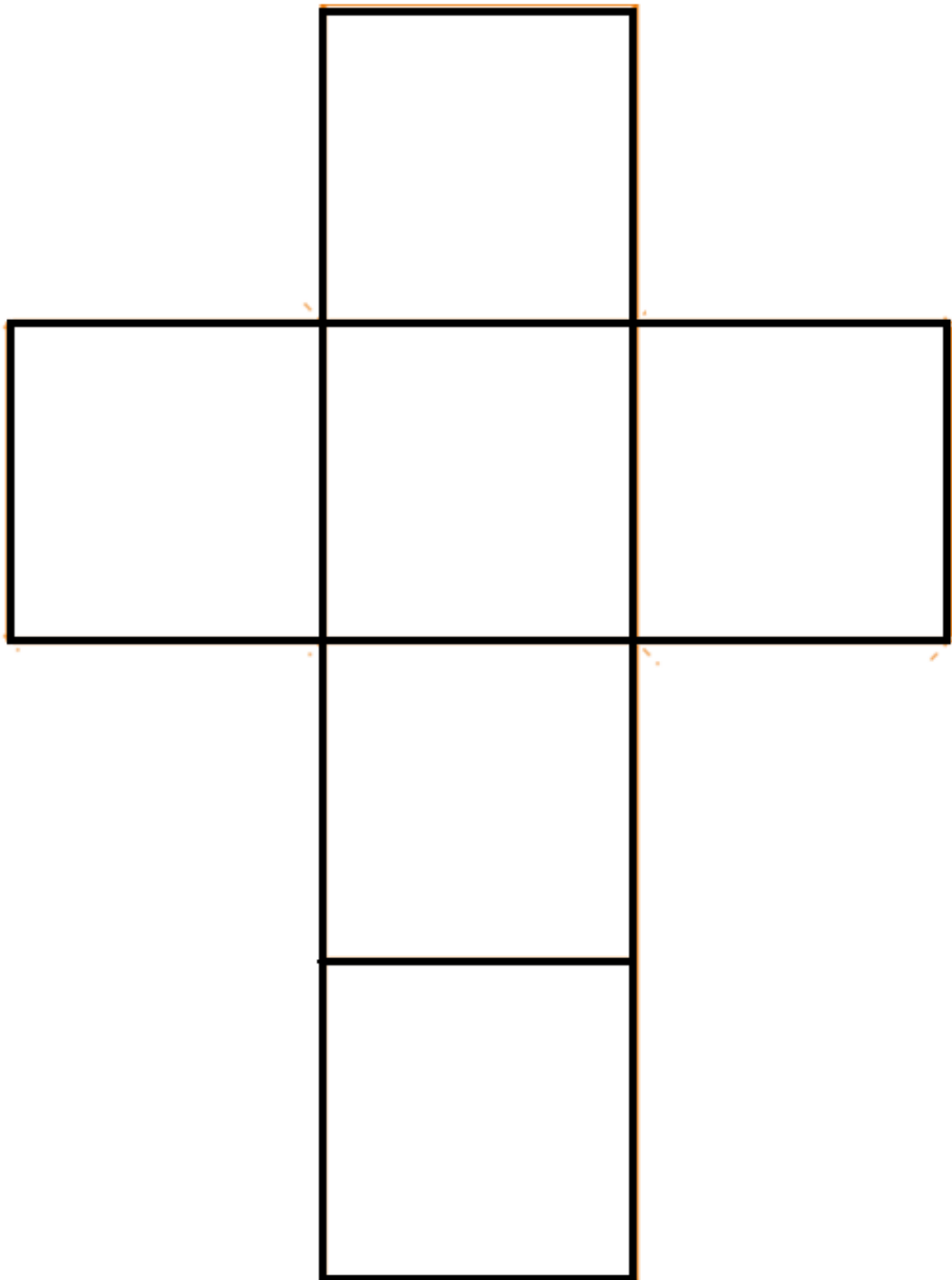


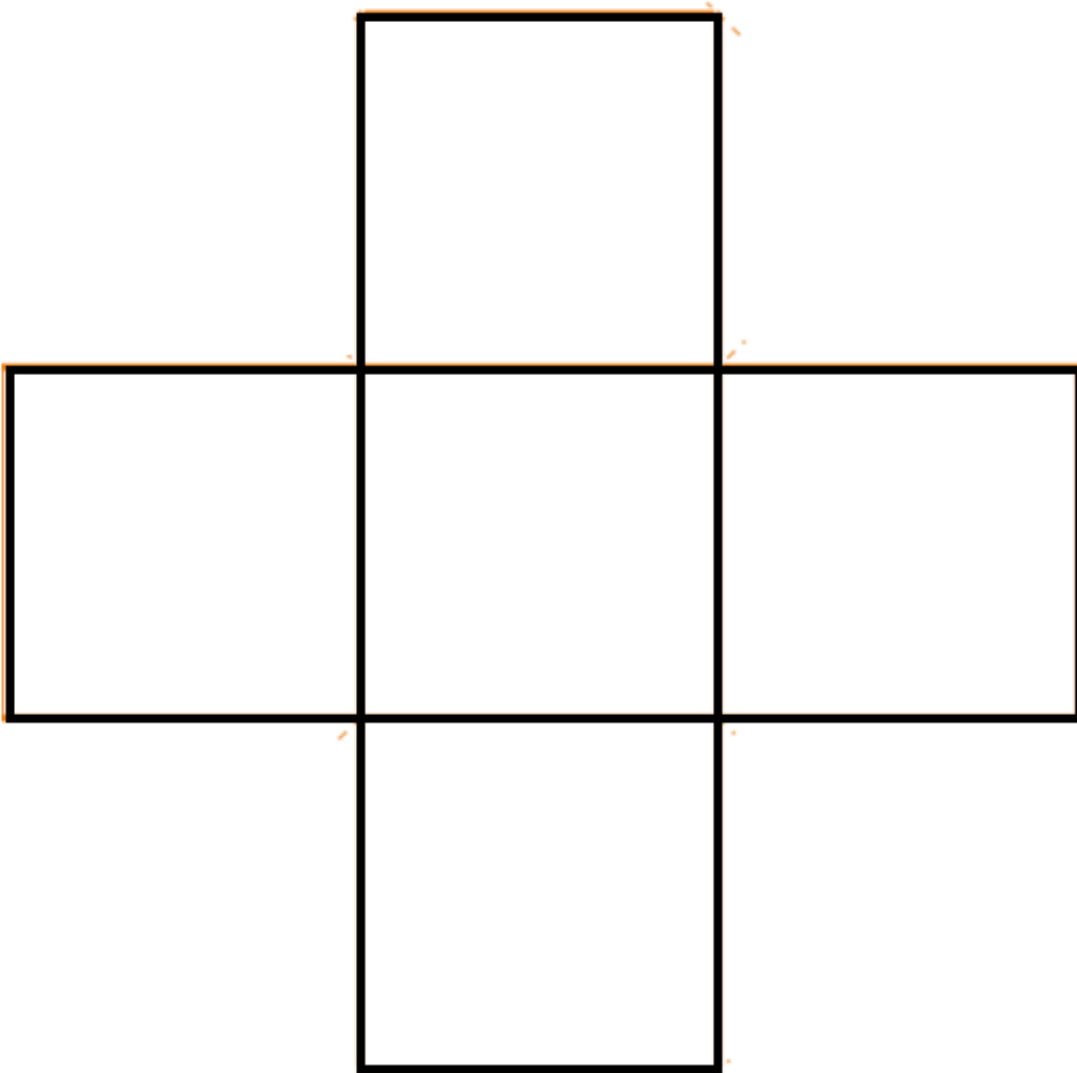


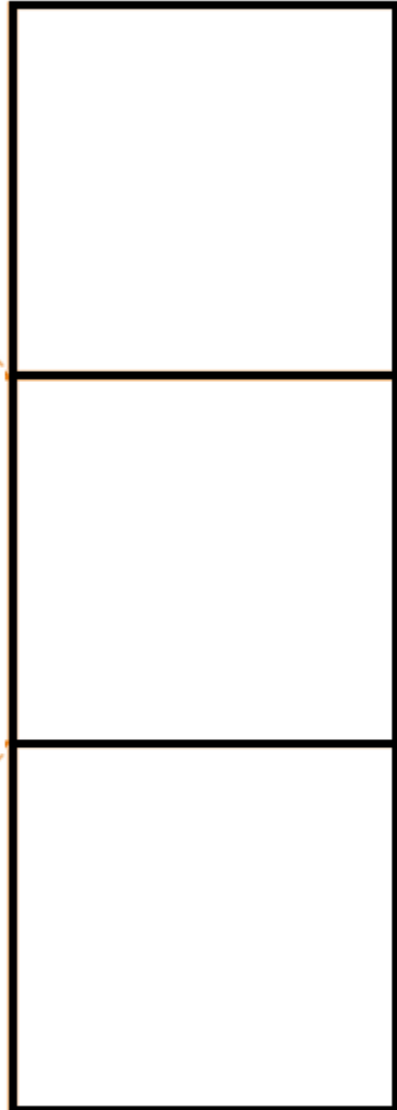


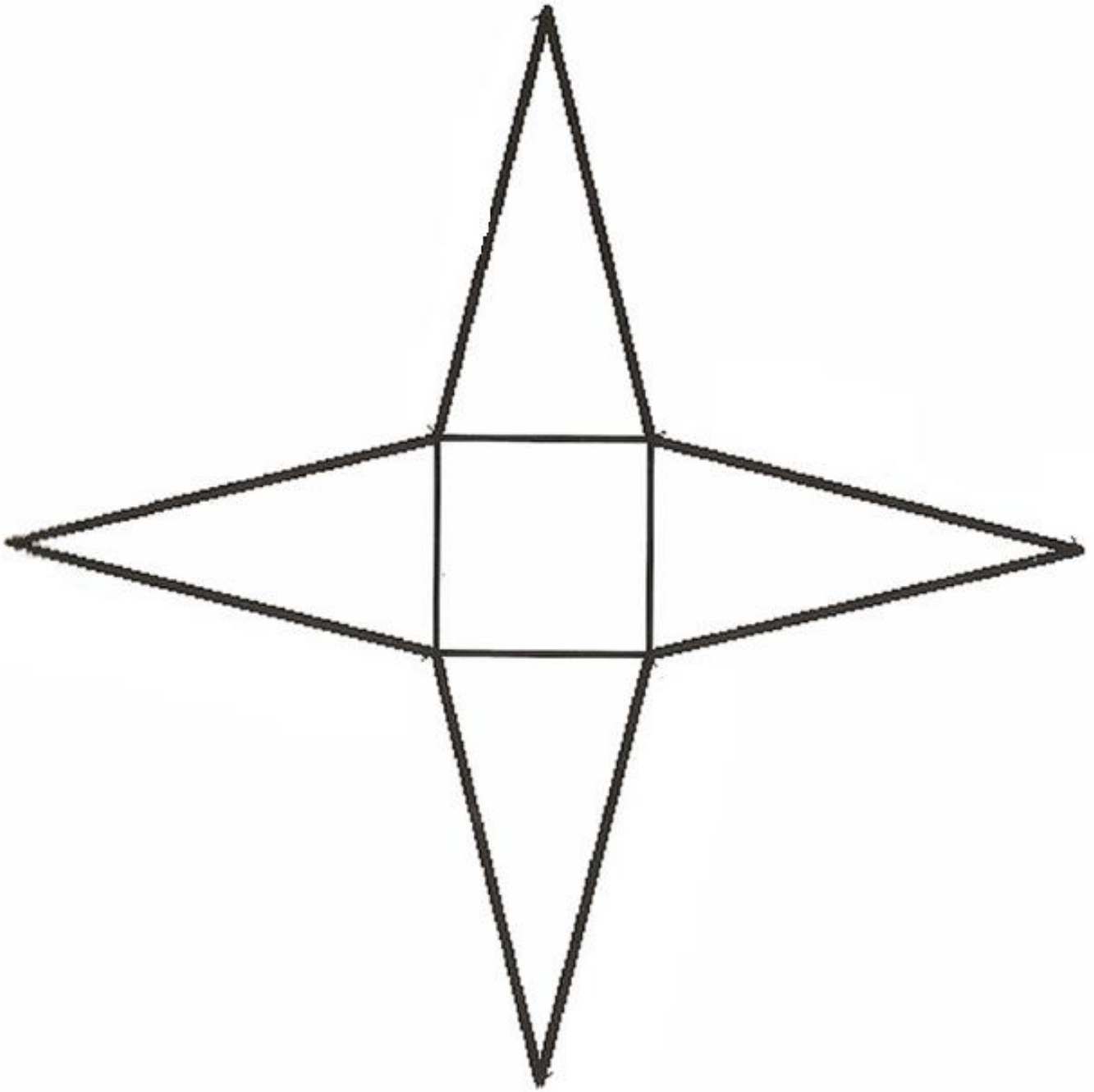


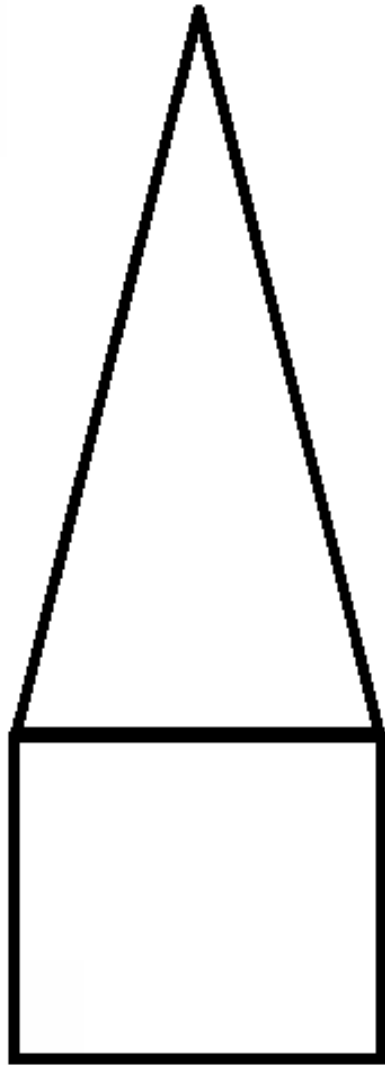
APÊNDICE C: FIGURAS APRESENTADAS NA TERCEIRA ENTREVISTA

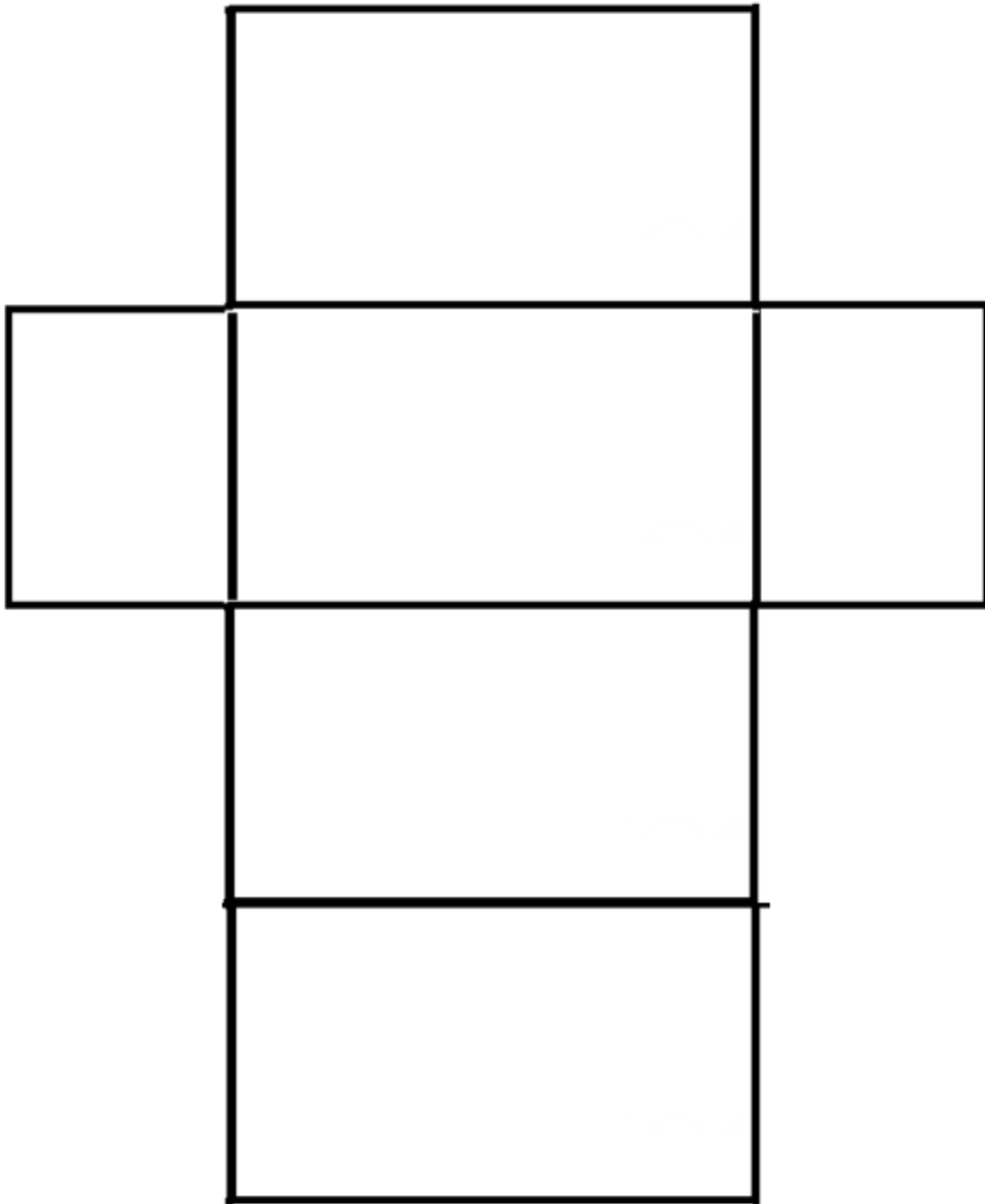


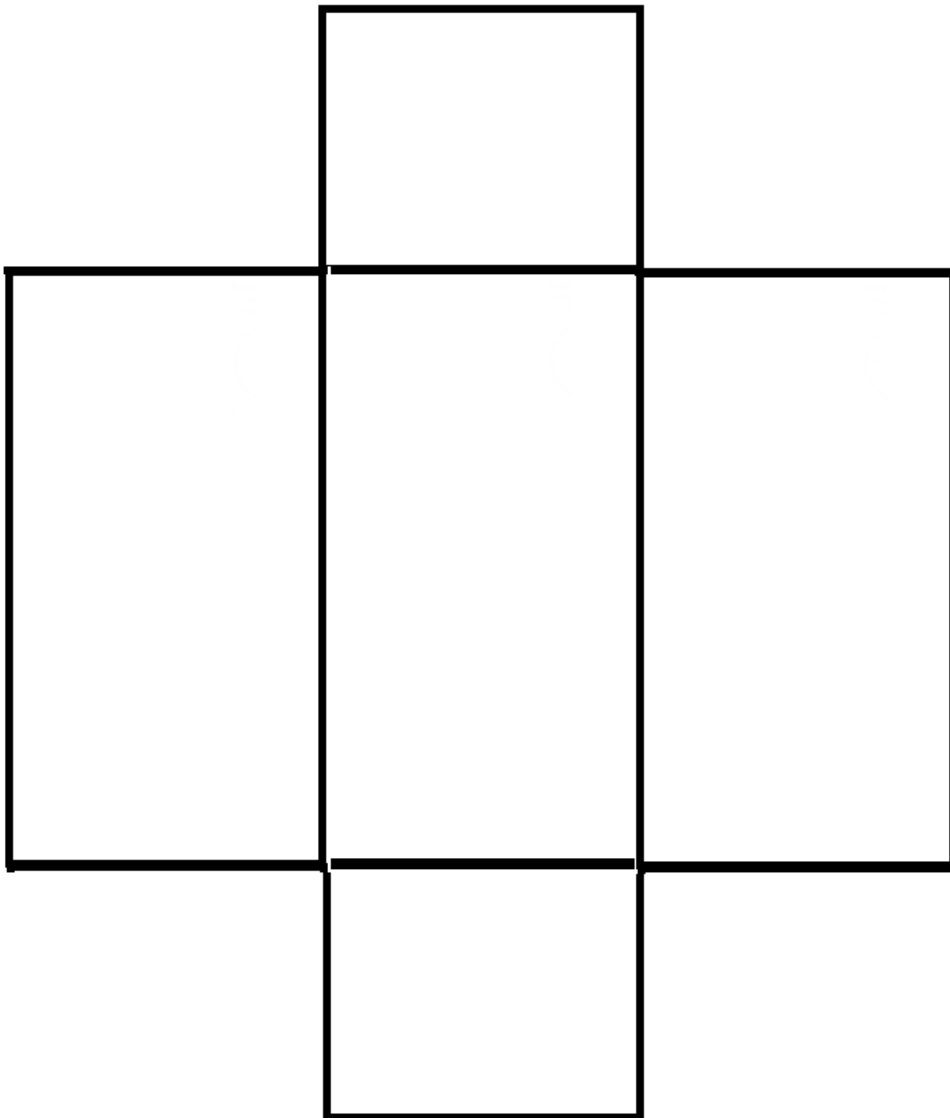






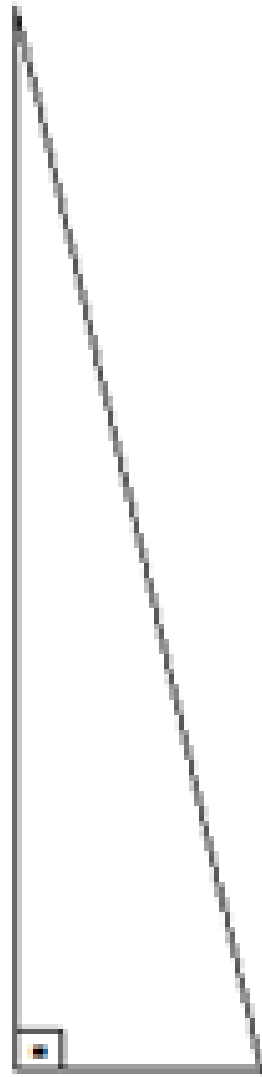
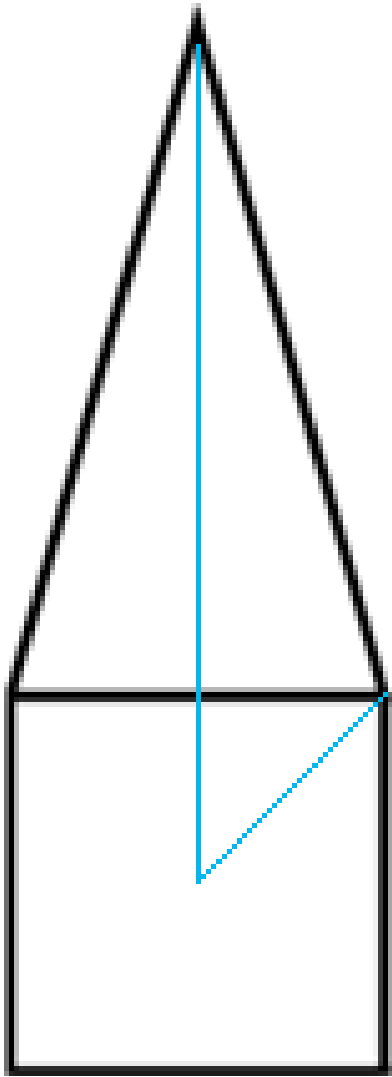




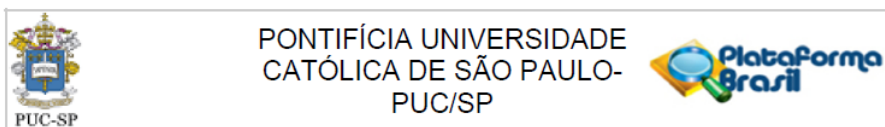




APÊNDICE D: FIGURAS APRESENTADAS NA QUARTA ENTREVISTA



ANEXOS



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: O ALUNO CEGO E OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES MATEMÁTICAS

Pesquisador: Elisabete Marcon Mello

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 39255214.4.0000.5482

Instituição Proponente: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo-PUC/SP

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 930.737

Data da Relatoria: 30/11/2014

Apresentação do Projeto:

Trata-se de protocolo de pesquisa de Elisabete Marcon Mello sob orientação da professora Dra. Maria José Ferreira da Silva, para elaboração de Tese de Doutorado no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática (PEPG em EDM), vinculado à Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia (FCET) da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP).

Projeto de pesquisa de autoria de , sob a orientação do Prof. Dr. ou da Profa. Dra.

Objetivo da Pesquisa:

objetivo primário: Verificar como o aluno cego constrói as representações matemáticas, como as transforma através de tratamentos e conversões e se ele se apropria dos objetos matemáticos representados. Verificar como o aluno cego visualiza os objetos geométricos.

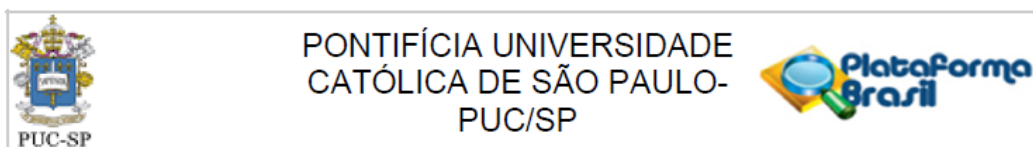
objetivo secundário: verificar como o aluno cego faz o tratamento dos registros de representação matemáticos em Braille, como converte a linguagem natural para o Braille.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Riscos: poucos

Benefícios: auxiliar a detectar e resolver problemas relacionados ao ensino e a aprendizagem da matemática por deficientes visuais.

Endereço: Rua Ministro Godói, 969 - sala 63 C
 Bairro: Perdizes CEP: 05.015-001
 UF: SP Município: SAO PAULO
 Telefone: (11)3670-8466 Fax: (11)3670-8466 E-mail: cometica@puensp.br



Continuação do Parecer: 930.737

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Trata-se de proposta de pesquisa qualitativa, cujos sujeitos são alunos deficientes visuais e seus professores, com foco na aprendizagem e no ensino de geometria e seus registros de representação. A metodologia e a base teórica são pertinentes ao objetivo da pesquisa.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

O termo de consentimento livre e esclarecido tanto do diretor da unidade em que será realizada a pesquisa, quanto dos alunos e professores estão de acordo com as normas.

Recomendações:

Nada há a acrescentar.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Sugerimos a aprovação do projeto de pesquisa.

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

Considerações Finais a critério do CEP:

SAO PAULO, 09 de Janeiro de 2015

Assinado por:
Edgard de Assis Carvalho
(Coordenador)

Endereço: Rua Ministro Godói, 969 - sala 63 C
Bairro: Perdizes CEP: 05.015-001
UF: SP Município: SAO PAULO
Telefone: (11)3670-8466 Fax: (11)3670-8466 E-mail: cometica@pucsp.br