

**MARCELO DE MELO**

**O ENSINO DE DESIGUALDADES E INEQUAÇÕES EM  
UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**PUC/SP  
SÃO PAULO  
2007**

**MARCELO DE MELO**

**O ENSINO DE DESIGUALDADES E INEQUAÇÕES EM UM  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, sob orientação da Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão.

**PUC/SP  
SÃO PAULO  
2007**

**BANCA EXAMINADORA**

---

---

---

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação por processos de foto copiadoras ou eletrônicos.

**ASSINATURA:** \_\_\_\_\_ **LOCAL E DATA:** \_\_\_\_\_

## **DEDICATÓRIA**

**Ao Professor Mestre  
Carlos Roberto Rodrigues,  
o grande incentivador para a minha  
pretensão ao Mestrado e que tanto colaborou  
para a minha formação pessoal e profissional.**

## **AGRADECIMENTOS**

À DEUS, a razão de todas as minhas conquistas.

Aos meus pais: Valdomiro de Melo e Maria de Lourdes Melo, os meus grandes amigos.

À Elisângela Guedes de Melo, por suportar minhas sucessivas ausências durante a elaboração desta pesquisa.

À Profa. Dra. Maria Cristina de Souza Albuquerque Maranhão, pela paciência e a amizade. Tê-la como professora orientadora foi um privilégio.

À Profa. Dra. Janete Bolite Frant, por ter aceitado fazer parte da banca e pelas valiosas sugestões e contribuições que auxiliaram no desenvolvimento deste trabalho.

À Profa. Dra. Iole de Freitas Druck, pelos ensinamentos, sugestões e contribuições que auxiliaram no desenvolvimento deste trabalho.

Ao Professor Carlos Roberto da Silva, pela colaboração e incentivo que permitiram chegar ao término deste trabalho.

À Secretaria Estadual da Educação, pelo auxílio financeiro na realização deste trabalho.

À Universidade IMES de São Caetano do Sul, pelo suporte técnico e financeiro.

À Instituição de Ensino investigada, por permitir a realização desta pesquisa. Aos professores que participaram deste estudo, por sua cooperação.

À direção e professores da EE Padre Aristides Greve por me ensinar a cada dia.

À Mario e Eliane, pela ajuda imprescindível no final do trabalho.

***“Ninguém ignora tudo. Ninguém sabe tudo. Todos nós sabemos alguma coisa. Todos nós ignoramos alguma coisa. Por isso aprendemos sempre.”***

***Paulo Freire***

## RESUMO

Este trabalho teve o objetivo de detectar como professores de um curso de Licenciatura em Matemática desenvolvem desigualdades e inequações com suas classes e quais as fontes orientadoras de seu trabalho a respeito desses assuntos.

Para realizar tal investigação escolhemos como referencial teórico central a teoria de Raymond Duval que trata dos registros de representação semiótica. Segundo esta teoria a coordenação de diversos registros de representação semiótica viabiliza a apreensão conceitual de um objeto matemático.

Nesta perspectiva, coletamos e analisamos dados de: documentos institucionais; entrevistas com quatro professores do curso investigado; de material didático utilizado e recomendado por eles e de cadernos de alguns de seus alunos.

Palavras-chaves: desigualdades e inequações, registros de representação semiótica, ensino na Licenciatura em Matemática.

## **ABSTRACT**

The present study aims to detect how pre-service mathematic teachers develop inequalities among their students and what are the sources of their work in this subject.

In order to accomplish that, we chose Raymond Duval theoretical framework about semiotic registers of representation. According to this theory the coordination among several semiotic representational registers promote the conceptualization of a mathematical object.

In this perspective, we collected and analyzed data from: institutional documents; interviews with four teachers of the investigated course; didactical materials recommended and used by them. Besides that, we used data from student's exercise books.

Key words: inequalities, semiotic representational registers, teaching in pre-service mathematical course.

# SUMÁRIO

## **CAPÍTULO I – APRESENTAÇÃO**

1.1. Problema de Pesquisa .....	01
1.2. Fundamentação Teórica.....	11
1.3. Metodologia.....	15
1.3.1. Modalidade de Pesquisa:Estudo de Caso.....	15
1.3.2. Procedimentos Metodológicos.....	17
1.3.3. Coleta de Dados.....	20

## **CAPÍTULO II – ANÁLISE DOS DADOS**

2.1. Perfil dos professores.....	26
2.1.1. Cursos de Graduação e Pós-Graduação dos professores .....	26
2.1.2. Experiência profissional dos professores .....	28
2.1.3. A licenciatura e as motivações da prática docente.....	29
2.1.4. Análise dos dados sobre o perfil dos professores.....	30
2.2. Utilização dos registros de representação semiótica.....	37
2.3. Focalizando os recursos e as formas de avaliação empregados.....	40
2.4. Principais dificuldades dos alunos no trato com desigualdades e inequações..	45
2.5. Opções fornecidas pelos professores para sanar as dificuldades dos alunos....	46
2.6. Resultados de exame de livros didáticos ou apostilas e cadernos de alunos....	49

## **CAPÍTULO III – CONCLUSÕES.....**

## **BIBLIOGRAFIA.....**

## **ANEXOS**

## ÍNDICE DE QUADROS

QUADRO 1: Formação acadêmica dos entrevistados.....	27
QUADRO 2: Experiência Profissional dos professores.....	28
QUADRO 3: Motivação para a prática docente dos entrevistados.....	29
QUADRO 4: Registros de Representação.....	38
QUADRO 5: Recursos .....	40
QUADRO 6: Instrumentos de Avaliação.....	41
QUADRO 7: Dificuldades dos alunos: o que diz o professor.....	45
QUADRO 8: Soluções para sanar as dificuldades dos alunos.....	46
QUADRO 9: Transformação de representação semiótica.....	51
FIGURA 1: Representação gráfica de exercício de Álgebra I.....	53

# CAPÍTULO I

## APRESENTAÇÃO

Neste capítulo apresentamos o objetivo desta pesquisa, a fundamentação teórica e a metodologia utilizada.

### 1.1 PROBLEMA DE PESQUISA

Por ser professor do Ensino Fundamental e do Ensino Médio há 14 anos, e professor do Ensino Superior há 5 anos, fui questionado muitas vezes pelos alunos sobre o porquê e para quê servem certos conteúdos matemáticos e, além disso, durante esses anos, muitos professores, colegas de profissão, disseram-me que sentiam dificuldades, assim como eu, para ensinar certos conteúdos, incluindo o de inequações.

Na medida em que senti necessidade de aperfeiçoamento profissional e com o intuito de encontrar respostas para tais questionamentos em relação ao processo ensino-aprendizagem de Matemática, matriculei-me no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, no curso Mestrado Acadêmico.

Ao ter contato com os projetos em andamento, interessou-me o grupo de pesquisa em Educação Algébrica do mesmo Programa. Nesse grupo se realiza um projeto, que tem as seguintes questões principais: “O que se entende por

Álgebra?"; "Como se configuram as "lacunas" entre os diversos segmentos de ensino e, em particular entre o Ensino Básico e Ensino Superior? "1.

Dentre os estudos que envolvem esse projeto, está o estudo no plano do professor, relativo a conhecimentos e modos de pensar de professores com relação aos assuntos que ensina, suas escolhas e suas formas de avaliação. Portanto, a idéia de desenvolver a presente pesquisa surgiu após ter tido contato com o projeto que pôde contemplar nosso interesse, focalizando em nosso estudo o ensino de desigualdades e inequações<sup>2</sup> em um curso de Licenciatura em Matemática.

O Parecer do Conselho Nacional de Educação / Câmara de Educação Superior do MEC, intitulado Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura, veiculado em universidades no ano de 2001 indica os conteúdos comuns a todos os cursos de Licenciatura que são "Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Linear; Fundamentos de Análise; Fundamentos de Álgebra; Fundamentos de Geometria, Geometria Analítica" e acrescenta que: "A parte comum deve incluir conteúdos matemáticos presentes na Educação Básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise."<sup>3</sup> Assim, em princípio, supomos ao menos que entre esses conteúdos presentes na Educação Básica, estejam as desigualdades e inequações, visto que em 1998 foram publicados os Parâmetros Curriculares de Matemática (PCN e PCNEM) para o

---

<sup>1</sup> MARANHÃO, M. C. S. A.. Projeto: O que se entende por Álgebra. In: ENEM, 2004, Recife. Anais do ENEM. São Paulo: SBEM, 2004. V. 1. P. 1-16.

<sup>2</sup> É necessário considerar aqui que, de início, nossa questão de pesquisa se voltou para o tema das inequações. Mais tarde, por exigência dos resultados encontrados - e tendo em vista o escopo deste trabalho - decidimos alterar essa questão, incluindo as desigualdades, conforme é explicado no capítulo da metodologia, sem no entanto, ampliar a revisão de literatura.

<sup>3</sup> Parâmetros Curriculares Nacionais para os cursos de Matemática, p.5. Parecer nº CNE/CESW 1.203/200. Disponível em: <[www.mec.gov.br/sne/Diretrizes](http://www.mec.gov.br/sne/Diretrizes)>. Acessado em abril de 2005.

Ensino Fundamental e Médio, que enfatizam o ensino e a aprendizagem de uma Matemática que contribua para o desenvolvimento intelectual e das capacidades exigidas na vida social sendo que os de Ensino Fundamental apresentam propostas de ensino contemplando diversas dimensões da Álgebra e sugerindo explicitamente o ensino de desigualdades e inequações. Também, esse último documento sugere que estudantes devem compreender o significado de formas equivalentes de equações e inequações, resolvendo as equações e as inequações fluentemente.

Um dos projetos ligados ao anteriormente mencionado é Expressões, Equações e Inequações: Pesquisa, Ensino e Aprendizagem<sup>4</sup> que também imprime relevância ao presente estudo, pois, este último, contribui com o anterior. Este projeto afirma que as inequações têm um papel importante no desenvolvimento de vários tópicos da matemática, entre eles a Álgebra, a Trigonometria, a Geometria e o Cálculo Diferencial e Integral e também no desenvolvimento de outras áreas do conhecimento humano.

Ressaltamos a seguir o trecho do texto do problema de pesquisa desse projeto, acima citado, que também diz respeito ao presente estudo:

Na última década houve crescente interesse de pesquisadores no ensino e aprendizagem de inequações. Trabalhos divulgados na realização dos seminários SFIDA<sup>5</sup> – 1997 a 1999 e dos grupos de discussão do PME<sup>6</sup> – 1998 a 1999, fizeram aumentar o interesse acerca do tema. Com base nesses trabalhos, o grupo do PME em 1999 chegou ao consenso de que se deveriam investir mais esforços no tema e apresentou uma agenda de pesquisas. Desde então, e até 2004, desenvolveram-se novas investigações no

---

<sup>4</sup> MARANHÃO, M. C. A. Projeto Expressões, Equações e Inequações: Pesquisa, Ensino e Aprendizagem. [mensagem de orientação]. Mensagem recebida por: <endereço de e-mail recebida pelo orientando> de: [maranhao@pucsp.br](mailto:maranhao@pucsp.br) em: 03 jun. 2006.

<sup>5</sup> Sèminaire Franco-Italien de Didactique de l-àlgèbre

<sup>6</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education

assunto, sendo que o grupo do PME considerou que apesar dos diversos resultados importantes no tema eles foram insuficientes e em síntese esse encontro ampliou a agenda do grupo clamando por pesquisas relativas às crenças e às habilidades dos estudantes e de professores a respeito das inequações, além de estudos sobre intervenções no ensino, incluindo aí, o impacto das abordagens propostas nessas intervenções sobre os estudantes e as razões das decisões tomadas pelos professores enquanto ensinam. (Maranhão 2006, p.1)

Assim decidimos realizar a presente investigação com a questão:

“Como professores de uma instituição de Ensino Superior desenvolvem as desigualdades e as inequações com suas classes e quais as fontes orientadoras de seu trabalho a respeito desses assuntos?”

No ano de 2004 foi realizado um fórum – PME 28 - que reuniu diversos pesquisadores para um debate sobre Equações e Inequações Algébricas. Isto representa que alguns de especialistas já se mobilizam em prol de novas pesquisas sobre inequações.

Dentre os trabalhos apresentados no PME em 2004, está o de Boero e Bazzini, que consideram inequações um assunto importante do ponto de vista da matemática, um assunto difícil para os alunos do Ensino Médio e pouco considerado até então (2004) por pesquisadores no ensino da matemática. Esses autores afirmam que em vários países, inequações são ensinadas na escola como um assunto subordinado (em relação às equações) e, também, que em alguns países ainda existem professores que exigem dos alunos apenas a aprendizagem através de memorização tornando-os despreparados para lidar com inequações

de outra forma. Os mesmos autores sugerem o ensino de inequações baseado no conceito de funções como alternativa para evitar este procedimento.

Bazzini & Tsamir (2001) elaboraram uma pesquisa que descreve a forma como estudantes da Itália e de Israel, com idade apropriada para ingressar na universidade, trabalham com inequações. As autoras indicam que: “esses estudantes, ao resolverem problemas que envolvem inequações, usualmente trabalham *“de forma memorizada”, formando intuitivamente analogias com soluções de equações*” e afirmam que os alunos resolvem inequações como se fossem equações, não sabendo diferenciar esses dois tópicos da Matemática.

Um outro trabalho apresentado no PME de 2004 é o de Sackur, que indica que a maioria dos professores vê uso de gráficos como algo que deveria ajudar os alunos do Ensino Médio a resolverem inequações, mas considera que isto nem sempre é o caso e que há necessidade de se estudar alguns problemas que surgem quando os alunos resolvem graficamente inequações dadas na forma algébrica. Utilizando a teoria de Duval sobre os registros de representação semiótica, sugere que essa mudança deva ocorrer através da coordenação de pelo menos dois registros de representação distintos.

Outro aspecto observado na síntese de pesquisa do fórum PME é que dificuldades que alunos têm com inequações possuem várias origens e a forma de lidar com cada dificuldade dependerá do profissional, da sua linha de estudo e até mesmo do aluno. Em suma, não é possível universalizar as dificuldades com as inequações, é preciso abordá-las a partir do contexto e histórico do aluno. É fato, que neste fórum, diversas soluções entraram em discussão, entretanto todas as

abordagens “se dirigiam – de uma forma ou de outra – para a variedade de dificuldades que existem dos alunos com equações e inequações e as diferentes razões para cada dificuldade”. As apresentações visavam destacar as dificuldades dos alunos com inequações e as possíveis soluções. Com isto, o educando e sua relação com as inequações esteve em destaque reacendendo o interesse de atuais e futuros pesquisadores.

Outro trecho do projeto Expressões, Equações e Inequações: Pesquisa, Ensino e Aprendizagem<sup>7</sup> interessa ao presente estudo:

Em busca<sup>8</sup> sobre títulos de dissertações e teses brasileiras (entre 1998 e 2004), a fração de trabalhos que se pode encontrar no ensino e aprendizagem de inequações sobre a totalidade dos trabalhos em inequações matemáticas é 2/52.

Esses trabalhos voltam-se principalmente para os domínios: Engenharia, Ciências da Computação, Física, Matemática, Economia, Educação e Sociologia. Esse resultado atesta a importância das inequações em diversas áreas e a escassez de pesquisas brasileiras sobre o ensino de inequações. (Maranhão 2006, p.1)

Outra apuração realizada foi na lista de teses e dissertações produzidas no Brasil entre 1971 e 2001<sup>9</sup>. A partir desta listagem constatamos que existem – no Brasil - apenas três trabalhos concluídos cujo foco são as Inequações. São eles: “Sistemas de inequações do 1º grau”, da autoria de Armando Traldi Jr ; “Um estudo sobre Inequações entre alunos do Ensino Médio” de Gérson Martins Fontalva e “Inequação: a construção de seu significado” de Alzir Fourny Marinho.

---

<sup>7</sup> MARANHÃO, M. C A. Projeto Expressões, Equações e Inequações: Pesquisa, Ensino e Aprendizagem. [mensagem de orientação]. Mensagem recebida por: <professormarmelo@yahoo.com.br> de: < maranhão@pucsp.br > em: 03 jun. 2006.

<sup>8</sup> Disponível em: [www.capes.gov.br](http://www.capes.gov.br). Acessado em março de 2006.

<sup>9</sup> FIORENTINI.D.Relação de Teses e Dissertações de Mestrado e Doutorado em Educação Matemática produzidas no Brasil de 1971 a 2001.Revista Zetétiké, n.º 9/2001.

Em nenhuma das fontes consultadas havia um trabalho com temática semelhante à deste trabalho, ou seja, “Como os professores de licenciatura vêm e tratam as dificuldades e saberes de seus alunos com relação às desigualdades e Inequações”.

A pesquisa de Júnior (2002) tem como suporte teórico os “Registros de representação semiótica” de Raymond Duval e foi realizada com alunos do 3º ano do ensino médio. O autor, por meio de teste diagnóstico, checkou se os alunos desta mesma série estavam preparados para resolver problemas de programação linear e detalha esta fase embrionária do trabalho:

[...] começamos nossa pesquisa observando que existe uma classe de problemas que são estudados na disciplina pesquisa operacional, as de otimização (ou programação linear), que são resolvidas com conceitos e procedimentos no ensino fundamental e médio. Assim traçamos nosso primeiro objetivo: observar se os alunos da 3º série do ensino médio – chamados por nós turma A -, que já estudaram o conteúdo sistemas de inequações do 1º grau, resolvem alguns problemas de otimização. (Junior 2002, p.1)

Após detectar – através de um teste diagnóstico - que os alunos tinham dificuldades na resolução dos problemas lineares (ou de otimização) o pesquisador tentou encontrar na teoria de Duval elementos suficientes para desenvolver uma seqüência didática com outra turma da 3º série do Ensino Médio e verificou se:

[...] as atividades que consideram o tratamento, a conversão e a coordenação entre registros proporcionam condições favoráveis para a apreensão do objeto sistema de inequações do primeiro grau e se os alunos utilizam esses conhecimentos para resolver problemas de otimização. (JÚNIOR, 2002: p.2)

Há coerência nesta sondagem e de fato existia esta nova possibilidade de agilizar a resolução dos problemas lineares porque de acordo com Duval (2003 :p.18) *“a passagem de um enunciado em língua natural a uma representação em um outro registro toca um conjunto complexo de operações para designar os objetos”*. Júnior (2002, p.5) incrementa a afirmação de Duval: “as atividades de conversão são pouco consideradas no processo ensino-aprendizagem, portanto, ocasionam dificuldades para os alunos”.

O método utilizado no trabalho foi alicerçado com as idéias de M. Artigue (apud Junior 2002, p. 7) que divide em quatro fases o processo de pesquisa: análises preliminares; concepção e análise a priori da seqüência didática a experimentação; e análise posteriori e validação.

Com isto a pesquisa pretendia desvelar se:

[...] após inserir no processo ensino aprendizagem atividades que focalizassem o tratamento, a conversão e a coordenação dos registros de representação do objeto matemático sistemas de inequações do 1º grau, o aluno teria condições mais favoráveis para a apreensão do objeto matemático problemas de otimização (Junior 2002, p.2)

Fontalva aproveitou algumas constatações do trabalho de Traldi para reforçar algumas de suas impressões sobre o assunto: inequações de 1º e 2º graus.

O trecho que Fontalva citou foi o seguinte:

Pudemos constatar a partir dos resultados encontrados, que os alunos [...] Buscaram transferir os procedimentos de resolução de um sistema de equações para resolver um sistema de inequações, porém não consideraram as diferenças entre eles, formulando a resposta como se fosse um sistema de equações, não considerando outros pontos possíveis para resposta (Junior 2002 *apud* Fontalva 2006, p.4).

Tsamir e Bazzini (2001) enfocam soluções dadas, por estudantes de Israel e Itália, para inequações algébricas. Além disto, destacam a importância das inequações no ensino da matemática:

Inequalities play an important role in mathematics. They are part of various mathematical topics including algebra, trigonometry, linear planning and the investigation of functions. They also provide a complementary perspective to equations. Accordingly, the American Standards documents specify that all students in Grades 9-12 should learn to represent situations that involve equations, inequalities and matrices (Tsamir & Bazzini 2001, p.58).

As pesquisadoras observam a maneira com que os professores lidam com inequações em sala de aula:

Discussions are usually limited, emphasizing the “practical” algorithmic perspective of algebraic manipulations. Attention is usually paid mainly to providing students with rules for solving, with no relation to “Why solve it this way?” “Are there additional ways to solve it?” or “How can I be sure that the solution I have reached is the correct solution?” Moreover, in both countries, the two researchers witnessed students’ and teachers’ frustration with the difficulties encountered when dealing with inequalities. (Tsamir & Bazzini 2001, p 59).

Os resultados da pesquisa indicaram que de uma forma, ainda que intuitiva, os alunos tendem a confundir as estruturas das equações e das inequações, de acordo com as autoras:

[...] the findings showing students’ difficulties in responding to the standard “solve” task. In both countries only about half of the participating students identified  $x=0$  as the solution of the inequality  $5x^4 \geq 0$ . (Tsamir; Bazzini 2001, p.65).

O trabalho de Fontalva (2006) detalha todos os aspectos da pesquisa de Tsamir e Bazzini, destacando e explicando a lista de dificuldades encontradas no trato com as inequações.

Fontalva (2006) desenvolveu uma pesquisa com o objetivo de apurar as dificuldades de alguns alunos do Ensino Médio com as inequações. Tendo o intuito não só de constatar as dificuldades, mas de relacionar quais são e que procedimentos podem ser utilizados nas resoluções de algumas. O autor justifica que a escolha do tema foi em função da carência de pesquisas nacionais, a importância dos estudos das inequações e as dificuldades dos alunos.

Observando as pesquisas realizadas percebemos que há um ponto de semelhança entre elas: todas partiram do pressuposto – seja através da experiência em sala de aula ou outros recursos – de que os alunos têm dificuldades em lidar com inequações. Com isto, é prudente ressaltar que o “educando” é ponto de partida, mas não o único foco, pois, no decorrer da experiência a figura do professor se revela.

Nosso trabalho com inequações tem como impulso inicial o professor, ou seja, faz um percurso inverso: do educador para o educando. Provavelmente existe em todas as pesquisas a finalidade de viabilizar - para o aluno - o conhecimento das inequações. Contudo estas pesquisas se diferenciam no problema, na hipótese, no método e, salvo o trabalho de Armando Traldi Júnior, no suporte teórico.

## 1.2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para elaborar as questões de entrevista e analisar os dados obtidos nesta pesquisa, norteamos-nos pela teoria de Raymond Duval sobre registros de representação semiótica.

Raymond Duval é psicólogo de formação. Trabalhou no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) de Estrasburgo na França, de 1970 a 1995. Seus estudos de psicologia cognitiva geraram a importante obra “Semiótica e Pensamento Humano”.

Duval toma o funcionamento cognitivo como base para abordar as dificuldades na aprendizagem de Matemática.

Utilizar a teoria de Duval é uma forma de questionar como a matemática tem sido ensinada, pois não há dúvida de que o autor nos apresenta novas possibilidades para a compreensão de objetos matemáticos por parte de estudantes.

De acordo com Almouloud (2003, p.125) falar de registro de representação semiótica, da conversão e da coordenação entre registros significa colocar em jogo o problema da aprendizagem e disponibilizar ao professor instrumentos que deverão ajudá-lo a tornar mais acessível a compreensão da matemática.

Essencialmente, para Duval (2003), o aprendizado de Matemática difere da aprendizagem de outras disciplinas porque demanda uma dinâmica cognitiva peculiar; o autor também esclarece que:

[...] há o fato de que os objetos matemáticos, começando pelos números, não são objetos diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos. O acesso aos números está ligado à utilização de um sistema de representação que os permite designar. (Duval 2003, p. 14)

Deste ponto surge uma reflexão em torno da importância da “grande variedade das representações semióticas utilizadas em matemática (DUVAL, 2003, p.14)” já que o objeto matemático só seria acessível ao conhecimento a partir de suas representações semióticas. Damm (2002, p.137) reafirma esse pensamento de Duval ao dizer que:

A matemática trabalha com objetos abstratos. Ou seja, os objetos matemáticos que não são diretamente acessíveis à percepção, necessitando para uma apreensão o uso de uma representação. Neste caso as representações através de símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos, algoritmos, desenhos são bastante significativas, pois, permitem a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas do pensamento, permitindo registros de representação diferentes de um mesmo objeto matemático. Por exemplo, a função pode ser representada através da expressão algébrica, tabelas e/ou gráficos que são diferentes registros de representação.

Para Duval a palavra representação é muito usada em Matemática e pode ser uma notação, uma escrita, um símbolo ou mesmo traçados e figuras como representantes de objetos matemáticos.

Essas representações podem ser mentais ou semióticas. Segundo Duval (1993 *apud* Júnior 2002, p.19), “*as representações mentais, ocultam o conjunto de imagens e, mais globalmente, as concepções que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhes está associado*”.

Já as representações semióticas, Segundo Duval (1993 *apud* Damm 2002, p.143), “são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento.”.

São exemplos de representações semióticas as figuras geométricas, as escritas em linguagem natural, as escritas algébricas, os gráficos, entre outras.

Os registros são os diferentes tipos de representações semióticas utilizadas em Matemática (Duval 2003, p.14). São exemplos de registros de representação semiótica: o registro algébrico, registro numérico, registro gráfico, registro da língua natural. Um mesmo registro pode conter diferentes representações.

Eis um exemplo:

No registro simbólico temos como representação simbólico-algébrica a inequação  $3x+2>6$  e como representação simbólico-numérica a inequação  $3.2+2>6$ .

No ensino, ou nas resoluções de tarefas por parte de estudantes, Duval (2003, p.16), diferencia os tratamentos das conversões, considerando as conversões mais complexas, pois “*os tratamentos são as transformações de representações dentro de um mesmo registro*”.

Um exemplo de tratamento de um registro é a transformação da sentença “ $x + 5 > 7$ ” para a sentença “ $x > 2$ ” (no mesmo registro simbólico algébrico)

*“As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados”.* (Duval 2003, p.16).

Um exemplo de conversão de registros se dá pela transformação do enunciado “certo número somado a cinco é maior que sete” (escrito no registro da língua natural), na sentença “ $x + 5 > 7$ ” (escrita simbolicamente, ou, mais precisamente, no registro simbólico algébrico).

Duval (2003, p.14), sobre a importância das transformações de representações destaca:

“A originalidade da atividade matemática está na mobilização de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação”. Ou seja, quanto maior for a mobilidade com registros de representações diferentes do mesmo objeto matemático, maior será a possibilidade de apreensão deste objeto.

Ainda segundo Duval (1993 *apud* Moretti 2003, p.150):

“A compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação, e essa coordenação manifesta-se pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão”.

No tocante à conversão de registros de representação semiótica Duval (1993 *apud* Júnior 2002, p.25) ainda considera que:

[...] não pode haver um verdadeiro aprendizado quando as situações e tarefas propostas não levam em conta a necessidade de diversos registros de representação, para o funcionamento cognitivo do pensamento e o caráter central de conversão.

Neste quadro teórico, a questão desta pesquisa se especifica assim: Os professores da instituição investigada promovem a coordenação de registros de representação semiótica, quando desenvolvem desigualdades e inequações com suas classes? E os livros didáticos ou apostilas mais utilizados por eles?

### **1.3. METODOLOGIA**

Para a realização desta pesquisa, consideramos importante considerar uma das modalidades de pesquisa qualitativa que é o estudo de caso, focalizando o ensino de desigualdades e inequações em um curso de Licenciatura em Matemática.

#### **1.3.1 Modalidade da pesquisa qualitativa: estudo de caso**

O estudo de caso é uma modalidade da pesquisa qualitativa de grande valia para os processos de investigação. Não é possível antever quais os tipos de investigação que o estudo de caso seja mais ou menos adequado, pois, do mais simples ao mais complexo, este tipo de estudo se encaixa numa diversidade de processos de pesquisa, conforme podemos observar na declaração da autora.

O estudo de caso é o estudo de um caso, seja ele simples e específico, como o de uma professora competente de uma escola pública, ou complexo e abstrato, como o das classes de alfabetização (CA) ou o do ensino noturno. O caso pode ser similar a outros, mas é ao mesmo tempo distinto, pois tem um interesse próprio, singular. Segundo Goode e Hatt, o caso se destaca pode se constituir numa unidade dentro de um sistema mais amplo. O interesse, portanto, incide naquilo que ele tem de único, de particular, mesmo que posteriormente venham a ficar evidentes certas semelhanças com outros casos ou situações. Quando

queremos estudar algo singular, que tenha um valor em si mesmo, devemos escolher o estudo de caso. (Ludke & André 1986, p.17)

Os estudos de caso permitem ao pesquisador certa liberdade no curso de suas descobertas e produções científicas. Algumas características indicadas por Ludke & André (1986, p.18) comprovam este aspecto:

*Os estudos de caso buscam a descoberta. Mesmo que o pesquisador parta de alguns pressupostos teóricos iniciais, ele procurará se manter constantemente atento a novos elementos que podem emergir como importantes durante o estudo, podendo assim acrescentar novos aspectos ou novos elementos que poderão ser detectados, à medida que o estudo avança.*

Outra característica importante dos estudos de caso refere-se ao contexto, ou seja, através deste o pesquisador pode detalhar melhor desde a estrutura do espaço até o perfil e a atuação das pessoas que dele fazem parte, como podemos observar na afirmação das autoras Ludke & André (1986, p. 18)

*Os estudos de caso enfatizam a “interpretação em contexto”. Para compreender melhor a manifestação geral de um problema, as ações, percepções, comportamentos e interações das pessoas, devem estar relacionadas à situação específica onde ocorrem ou à problemática determinada a que está ligada, levando-se em conta, por exemplo, a situação geral da escola no momento da pesquisa: recursos materiais e humanos, por exemplo.*

É comum o pesquisador se deparar com situações conflitantes, seja no tocante ao objeto de estudo, como das pessoas envolvidas na situação de pesquisa. Nestas circunstâncias este tipo de estudo contribui para o confronto

positivo destas divergências permitindo ao pesquisador intervir , de modo favorável com suas perspectivas em torno do problema em discussão.

Os estudos de caso procuram representar os diferentes e às vezes conflitantes pontos de vista presentes numa situação social. Quando o objeto ou a situação estudada pode suscitar opiniões divergentes, o pesquisador vai procurar trazer para o estudo essa divergência de opiniões, revelando ainda o seu próprio ponto de vista. (Ludke & André, 1986 p. 20)

Se compararmos o estudo de caso com os outros relatórios de pesquisa, será possível percebermos que o primeiro possui uma linguagem de maior alcance, pois fornece uma linguagem mais direta produzindo um tom de maior familiaridade.

Os relatos do estudo de caso utilizam uma linguagem e uma forma mais acessível do que os outros relatórios de pesquisa. A preocupação é com uma transmissão direta, clara e bem articulada do caso e num estilo que se aproxime da experiência pessoal do leitor. (Ludke & André, 1986: p. 20)

### **1.3.2 Procedimentos Metodológicos.**

Escolhemos uma instituição que se localiza no estado de São Paulo, pela facilidade de acesso na coleta de dados (pelo fato de o pesquisador ter contactos nessa instituição) e pela seguinte singularidade: dentre as instituições de Ensino Superior da cidade em que se encontra, essa é a que oferece o curso de Licenciatura Plena em Matemática há mais tempo, ou seja, 35 anos. Além

disso, contou em nossa decisão o fato de seus alunos serem provenientes tanto de escolas públicas como de particulares.

A fim de verificar se poderíamos realizar a pesquisa nessa instituição, procuramos, num primeiro momento, o Diretor da Instituição que prontamente nos atendeu. Apresentamos a proposta da pesquisa e ele disponibilizou o tempo necessário para a realização da pesquisa, autorizando-nos a falar diretamente com o coordenador do curso de Licenciatura em Matemática e com os professores quando necessário. Num segundo momento procuramos o coordenador do curso que concordou com a pesquisa e nos encaminhou aos professores. Dirigimo-nos então aos professores do curso apresentando a proposta da pesquisa e questionando-os se trabalhavam com desigualdades e inequações em sua disciplina e se estavam dispostos a participar da pesquisa.

Passamos então a realizar levantamento referente a aspectos do curso, tais como: estrutura curricular, objetivo do curso, examinando documentos que contenham esses dados e, também, ementas e bibliografia, carga horária das disciplinas, com a finalidade de selecionar alguns professores como sujeitos desta pesquisa e de dar corpo ao estudo de caso segundo os pressupostos metodológicos.

A intenção de entrevistarmos professores é concordante com o objetivo da investigação e só poderia ser levada a cabo no presente trabalho se tivéssemos professores dispostos a cooperar conosco.

Entre os professores que se dispuseram a participar da investigação, priorizamos os que lecionam no primeiro ano, pelo fato de que recebem alunos de procedências bastante diferentes. Dentre eles, priorizamos um que dava aula de

Álgebra no 1º e 2º ano do curso, dado o projeto a que este estudo se vincula, pois um de seus objetivos é configurar lacunas entre o ensino Básico e Superior. Selecionamos outros dois que lecionam Complementos de Matemática, disciplina que trata de temas relacionados ao Ensino Básico, podendo assim estabelecer relações entre os saberes desses professores. Interessante notar que um deles se dedica também às disciplinas de Análise Matemática no 4º ano do curso e uma disciplina designada de Laboratório no 2º ano. Dispôs-se também a cooperar conosco um outro professor que leciona a disciplina Cálculo Diferencial e Integral I. Pareceu-nos interessante entrevistá-lo, por serem centrais as desigualdades, e as inequações, em particular, para a aprendizagem dos conteúdos mencionados na ementa dessa disciplina.

A fim de perseguir o objetivo proposto nesta pesquisa, gravamos entrevistas semi-estruturadas aos professores selecionados da instituição escolhida.

Após apresentação da proposta, consulta feita oralmente aos professores e realização das gravações das entrevistas, com anuência dos participantes, cada professor assinou um termo de compromisso, incluído nos anexos deste trabalho, autorizando a gravação e transcrição da entrevista, por escrito, tendo garantido o sigilo de seu nome e instituição pesquisada.

### **1.3.3 Coleta de Dados**

A grande vantagem da entrevista sobre outras técnicas é que ela permite a captação imediata e corrente da informação desejada, sobre os mais variados tópicos

Uma entrevista pode permitir o tratamento de temas de natureza complexa. Pode permitir o aprofundamento de pontos levantados por outras técnicas de coleta de alcance mais superficial, como o questionário.

De início, é importante atentar para o caráter de interação que permeia a entrevista. Mais do que outros instrumentos de pesquisa, que, em geral estabelecem uma relação hierárquica entre o pesquisador e o pesquisado, como na observação unidirecional, por exemplo, ou na aplicação de questionários, na entrevista a relação que se cria é de interação, havendo uma atmosfera de influência recíproca entre quem pergunta e quem responde.

A entrevista representa instrumento básico para a coleta de dados; esta é, aliás, uma das principais técnicas de trabalho em pesquisas no campo das ciências sociais.

É preferível e mesmo aconselhável o uso de um roteiro que guie a entrevista através dos tópicos principais a serem cobertos. Esse roteiro seguirá naturalmente uma ordem lógica e também psicológica, isto é, cuidará para que haja uma seqüência lógica entre os assuntos, dos mais simples aos mais complexos, respeitando o sentido do seu encadeamento. Mas atentar também para as exigências psicológicas do processo, evitando saltos bruscos entre as questões, permitindo que elas se aprofundem no assunto gradativamente e

impedindo que questões complexas e de maior envolvimento pessoal, colocadas prematuramente, acabem por bloquear as respostas às questões seguintes.

Nas entrevistas, seguimos um roteiro de questões com justificativas sobre o que pretendíamos em cada uma das questões.

Por sugestão da banca de qualificação deste trabalho, dentre as diversas perguntas feitas aos professores, na conversa com eles, incluímos aqui apenas as que traziam respostas importantes para as análises deste estudo, como forma de tratamento de dados. Nenhuma das respostas às questões excluídas nesse tratamento de dados foi considerada nas análises.

É necessário considerar aqui que, de início, nossa questão de pesquisa se voltou para o tema das inequações e, por isso, as questões feitas aos entrevistados voltaram-se para esse tema. No entanto, à época de nossas análises percebemos que alguns deles discorriam sobre desigualdades, quando questionados sobre inequações. Desta forma, junto à banca de qualificação deste trabalho, decidimos que discutir as concepções de inequações dos participantes da pesquisa, ultrapassaria o escopo do presente trabalho, visto que em nosso grupo de pesquisa desenvolve-se uma tese de doutoramento sobre o tema. Assim, alteramos o título e objetivo deste trabalho, contemplando as afirmações dos professores entrevistados a partir das questões feitas a eles.

Seguem-se as perguntas cujas respostas foram analisadas.

## 1) Como você trabalha inequações em sua disciplina?

Aqui procuramos verificar de que maneira as desigualdades e inequações seriam abordadas em classe; se o professor trabalha os diferentes registros de representação; se faz tratamentos e conversões.

Poderia ocorrer que o professor não mencionasse o uso de tratamentos e conversões, apesar de empregá-los, conforme discutimos no grupo de orientandos da professora Cristina Maranhão. De outro lado, se usássemos termos próximos dos empregados por Duval, poderíamos influenciar fortemente as respostas.

Levando em consideração que qualquer pergunta pudesse influenciar a resposta do professor e, além disso, que a coleta de dados não se restringiria às entrevistas, decidimos empregar na pergunta seguinte termos próximos aos usados por Duval. Desta forma, no caso de não podermos perceber se o professor utiliza diversos registros de representações, por esta questão, passaríamos à seguinte, que foi elaborada para emprego apenas neste caso. A decisão de formulá-la só poderia ser tomada na interação com o professor entrevistado.

2) Você aborda as inequações de modo que o aluno seja levado a usar representações algébricas e gráficas, no mesmo exercício ou problema? Poderia dar exemplos de exercícios ou problemas que propõe?

Conforme já mencionado esta questão seria feita no caso de não atingirmos plenamente o objetivo da anterior. Neste caso, nesta questão, explicitaríamos ao professor que queríamos saber se ele utiliza situações que envolvem ao menos dois registros de representação. Novamente pedimos exemplos.

3) Há alunos provenientes de várias instituições e, possivelmente, com conhecimentos diversos que revelam ou facilidade, ou dificuldades no trato com inequações. Você poderia fornecer exemplos de respostas de seus alunos que evidenciem dificuldades com relação às suas propostas?

Com esta questão, nossa intenção foi procurar verificar, quais os tipos de dificuldades o professor diz que seus alunos apresentam . Explicitamos também aqui que queríamos exemplos.

4) O que o você considera que deveria ser feito para sanar essas dificuldades no trato com inequações?

Com esta questão, nosso propósito foi procurar detectar quais ações o professor considera importantes para ajudar os seus alunos em suas dificuldades. Na interação com o professor, o pesquisador decidiria se dirigiria a pergunta mais diretamente às ações do professor entrevistado..

5) Descreva como prepara e como desenvolve suas aulas. Utiliza materiais? Quais?

Verificamos nesta questão quais as fontes norteadoras do trabalho do professor, buscando delinear técnicas e recursos empregados; quais aspectos ele julga necessários para o desenvolvimento de suas aulas.

6) Qual sua trajetória até chegar a lecionar no Ensino Superior?

Procuramos com esta questão obter o perfil de cada professor entrevistado, para melhor compreendermos os dados coletados.

A coleta de dados realizada por meio de uma entrevista com professores do curso de licenciatura em Matemática não seria suficientemente satisfatória para responder nossa questão de pesquisa, especificada na teoria de Duval, que tem o intuito de esclarecer se estes educadores promovem a coordenação de registros de representação semiótica quando desenvolvem desigualdades e inequações

com suas classes. Assim recorreremos também a livros ou apostilas utilizados pelos profissionais e cadernos de seus alunos.

Para a escolha dos livros ou apostilas foi necessária a seleção de uma amostragem dada a grande quantidade de títulos indicados pelos professores, nas ementas das disciplinas que lecionam, onde, ao todo, constam nomes de 42 livros ou apostilas.

O passo seguinte foi escolher, deste montante, um livro de cada disciplina. Recorreremos à ajuda dos quatro professores entrevistados que nos indicaram o título mais usado dentre os existentes na ementa de cada disciplina.

A partir da escolha do livro foram selecionados capítulos e tópicos que explicitassem os termos *desigualdades* e *inequações*; quando não encontramos esses termos, buscamos o termo *ordem*, para examinarmos à luz do quadro teórico de Duval.

Recolhemos, ainda, com o devido consentimento do professor, cinco cadernos – um de cada disciplina - a fim de cruzarmos os dados.

## **CAPÍTULO II**

# **DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS**

Neste capítulo iniciamos apresentando a descrição e seguimos com a análise das entrevistas, divididas nos seguintes tópicos: (2.1) o perfil dos professores; (2.2) o uso dos registros de representação semiótica; (2.3) a utilização de recursos e as formas de avaliação; (2.4) as principais dificuldades dos alunos no trato com inequações; (2.5) as opções fornecidas pelos entrevistados para sanar as dificuldades dos seus alunos. Logo depois apresentamos no item (2.6) resultados de exame de livros didáticos ou apostilas e de cadernos de alunos.

### **2.1 Perfil dos professores**

Nas respostas dadas pelos professores pudemos identificar certos cursos feitos por eles, aspectos de sua experiência profissional e algumas motivações para a prática docente em Matemática.

#### **2.1.1 – Cursos de Graduação e de Pós-Graduação dos professores**

O quadro 1 a seguir exibe os trechos em que cada professor entrevistado indica os cursos de Graduação e de Pós-Graduação realizados. Os conteúdos do quadro referem-se a trechos de gravação com as falas *ipsis litteris* dos

professores, coletadas durante a entrevista. A exposição destas respostas oferece uma visão apenas parcial da qualificação destes profissionais. A importância de exibir este quadro está em expor, de forma sintética, organizada e direta, apenas os trechos das respostas que realmente interessam a este trabalho.

<b>Professor/ Disciplina</b>	<b>Graduação (em que instituição e qual a sua natureza)</b>	<b>Pós-graduação (qual curso e em qual instituição )</b>
<b>P1</b>  <b>Cálculo Diferencial e Integral I</b>	<i>...fui fazer o curso de Licenciatura em Matemática... Terminada a faculdade, em escola privada...</i>	<i>...fui para a USP fazer cursos de Pós- Graduação(Lato Sensu)... ...continuei a fazer cursos para mestrado(Stricto Sensu) na PUC, mas não terminei.</i>
<b>P2</b>  <b>Álgebra I e Álgebra II</b>	<i>Minha formação é de escola pública...Estudei Matemática na USP...</i>	<i>Estudei pós-graduação(Lato Sensu) na PUC e mestrado(Stricto Sensu) em Matemática aplicada à Física durante 3 anos e meio no ITA...</i>
<b>P3</b>  <b>Comple- mentos de Matemática</b>	<i>...na hora que eu tive que fazer opção por: Bacharelado ou Licenciatura, optei pela Licenciatura...  Então, vim fazer curso de Matemática ... em escola privada.</i>	<i>...fiz Especialização (lato sensu) em Educação Matemática em instituição particular... ...fui fazendo cursos na área de Geometria, Estatística, curso de Metodologia de Ensino...</i>
<b>P4</b>  <b>Análise Matemática</b>	<i>...fiz Licenciatura em Ciências e Licenciatura Plena em Matemática em escola privada...</i>	<i>... fiz uma complementação pedagógica.... e fiz Administração Escolar e Supervisão Escolar. ...fiz todos os créditos do Mestrado em Matemática Pura na USP e não cheguei a concluir ...fiz um Segundo mestrado na USP, em Educação. Agora, estou fazendo quase no final do Doutorado em Educação Matemática na PUC...</i>

QUADRO 1: Formação acadêmica dos entrevistados

Apesar da maior parte das menções serem relativa a instituições privadas, podemos afirmar que, a maioria desses professores freqüentou também cursos de instituições filantrópicas (PUC) ou públicas (do Estado de São Paulo – USP – Universidade de São Paulo e da federação: Ministério da Defesa – ITA – Instituto Tecnológico da Aeronáutica ).

### 2.1.2 – Experiência profissional dos professores

O quadro 2 a seguir indica as respostas dadas pelos professores entrevistados quanto a própria experiência profissional.

<b>Professor/ Disciplina</b>	<b>Experiência no Ensino Superior Em que ano começou e quais matérias já lecionou</b>	<b>Experiência em outros níveis de Ensino</b>
<b>P1 Cálculo Diferencial e Integral I</b>	<i>No Ensino Superior já ministrei aulas de Fundamentos da Matemática, Cálculo I, Cálculo II, Equações Diferenciais Ordinárias, Álgebra, Geometria Analítica, Cálculo Numérico e Matemática para o curso de Ciências Físicas Biológicas.</i>	<i>...comecei a dar aula assim que entrei na faculdade. Comecei a dar aulas no 1º e 2º graus, aulas de Matemática, Desenho Geométrico no 1º grau e Física no 2º grau.</i>
<b>P2 Álgebra I e Álgebra II</b>	<i>...fui trabalhar na escola Superior desde 1975.</i>	<i>Comecei a lecionar no Estado...</i>
<b>P3 Complemen- tos de Matemática</b>	<i>No Ensino Superior já ministrei as Seguintes disciplinas: Geometria, Estatística, Complementos de Matemática, Cálculo Numérico e Matemática para Física, Biologia e Química.</i>	<i>...foram aulas de 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental, depois Ensino Médio.</i>
<b>P4 Análise Matemática</b>	<i>...tanto em Análise Matemática, quanto numa outra disciplina que eu leciono que é Laboratório de Matemática, e também uma Terceira disciplina que é Complementos de Matemática ... ...no Ensino Superior onde estou até hoje (19 anos).</i>	<i>...já fui efetivo da escola pública, trabalhei muitos anos em escola pública (12 anos) e também, concomitantemente, em escolas particulares. Além disso, fui diretor numa escola particular de Ensino Médio durante seis anos...</i>

QUADRO 2: Experiência profissional dos entrevistados

Em síntese, o quadro 2 indica a experiência profissional de cada professor entrevistado, tanto no Ensino Superior quanto em outros níveis de ensino. A experiência profissional dos professores se reflete diretamente em seu modo de ensinar.

### 2.1.3 A licenciatura e as motivações da prática docente.

O quadro 3 a seguir apresenta as respostas dadas pelos professores no tocante à licenciatura e as motivações pela prática docente.

<b>Professor/ Disciplina</b>	<b>O que o levou a fazer Licenciatura</b>	<b>O que o levou a ensinar</b>
<b>P1</b> <b>Cálculo Diferencial e Integral I</b>	<i>...queria fazer Engenharia...</i>	<i>...gostava muito de Matemática... ... os colegas da classe vinham tirar dúvidas comigo... Como eu também gostava de gente, não gostava de máquina... ...gosto mesmo é de conversar com pessoas...</i>
<b>P2</b> <b>Álgebra I e Álgebra II</b>	<i>...na Engenharia... dentro do curso de Matemática tive a plena identificação com o curso...</i>	<i>...meu perfil de caráter e personalidade... ...além disso, em razão de influências decisivas, no caso de bons professores de Matemática durante minha formação acadêmica no Ensino Fundamental e Médio...</i>
<b>P3</b> <b>Complementos de Matemática</b>	<i>...curso de Matemática com ênfase em processamento de dados...</i>	<i>...eu apresentava certa facilidade para ajudar minhas colegas, na área de Matemática principalmente ...</i>
<b>P4</b> <b>Análise Matemática</b>	<i>... então eu fiz mecânica com ênfase em projetos de máquina... ... eu já dava aulas no final do curso de Mecânica. Comecei a gostar mais de dar aulas do que de trabalhar na indústria, foi Quando fui fazer Matemática...</i>	<i>...por gosto mesmo, talvez vocação.</i>

QUADRO 3: Motivação para prática docente dos entrevistados

Parece-nos vago afirmar que se está numa carreira ou profissão por vocação. Provavelmente este termo sintetiza – ou dissimula – vários tipos de determinações que condicionam a opção profissional. Torna-se deste modo relevante analisar quais determinantes o professor reconhece de sua escolha profissional.

#### **2.1.4 Análise dos dados sobre o perfil dos professores**

O professor P3 estudou Pós-Graduação lato sensu em Educação Matemática e fez ainda três cursos: Geometria, Estatística e Metodologia do Ensino, enquanto que o professor P1 estudou até a Pós-Graduação lato sensu. O professor P2 , além da Pós-Graduação lato sensu, estudou Mestrado stricto sensu. Dentre os professores entrevistados, o professor P4 foi o que mais fez cursos de Pós-Graduação (todas as disciplinas do Mestrado em Matemática Pura sem defesa de tese, Mestrado em Educação com defesa de tese e no momento é Doutorando em Educação Matemática).

Observar o plano de disciplina de cada professor foi benéfico por ajudar a constatar quais são as propostas de ensino, oficialmente apresentadas por cada um.

P1, por exemplo, esclarece em sua proposta o interesse de reforçar as bases que o aluno adquiriu no Ensino Fundamental e Médio ou solucionar deficiências que possam ter advindo destes períodos. A seguir uma apresentação *ipsis litteris de trecho* desta proposta de P1

*Sendo uma disciplina do Curso de Licenciatura em Matemática, pretende-se reforçar os conceitos adquiridos no Ensino Fundamental e Ensino Médio, bem como eliminar distorções apreendidas, insistindo sempre na formalização. Com os conceitos adquiridos principalmente em Limite de Funções e Função Derivada, aplicar no estudo e comportamento de funções, resolvendo pequenos problemas de Máximo e Mínimo de Funções e construir um esboço do gráfico de algumas funções. Com o cálculo de integrais pretende-se que saiba calcular áreas e aplicar estes conhecimentos em Mecânica e Economia. Os pré-requisitos necessários e fundamentais para o fluxo de entendimento normal do Cálculo Diferencial e Integral, remontam a todos os conhecimentos que foram adquiridos ao longo do Ensino Fundamental e Ensino Médio, dando-se ênfase ao mecanismo operacional da matemática, e cujo desconhecimento, mesmo em parte, acarreta todas as dificuldades sentidas pelo alunado.*

E nos objetivos gerais:

*Levar o aluno a perceber que pensar é fundamental para aprendizagem em qualquer área do conhecimento humano. O Cálculo Diferencial e Integral como uma disciplina do curso de Licenciatura em Matemática e com vínculos na área de Ciências Exatas, pretende de um modo geral que o aluno ao longo do curso desenvolva a capacidade de relacionar, comparar, classificar, sintetizar, avaliar, abstrair, generalizar e criar.*

Observamos, durante a análise das entrevistas, que P4 teve várias experiências com cursos técnicos: torneiro mecânico, mecânica com ênfase em projetos de máquina e em última instância a Educação Matemática, que constatou ser a sua efetiva vocação; P4 comunga com todos os outros entrevistados ao declarar que escolheu a Matemática, pois desde cedo percebia suas habilidades com a matéria.

*Eu tive sempre muita afinidade, não tanto no Ensino Fundamental. Comecei mesmo a gostar de Matemática no Ensino Médio, um pouco talvez por influência da família, fui fazer a primeira faculdade na área de exatas, que é Mecânica (na área de projetos), o que também envolvia exatas. Mas eu não quis exercer a profissão na área de Tecnologia, eu já dava aulas no final do curso de Mecânica. Comecei a gostar mais de dar aulas do que de trabalhar na indústria, foi quando fui fazer Matemática, por gosto mesmo, talvez vocação.*

Os entrevistados não fizeram a escolha imediata da Matemática, antes passaram por outros cursos, ou estavam em busca de outra área e se depararam com a Matemática .

Em síntese, a vocação para Matemática é unânime. Todos afirmaram ter habilidade na disciplina desde os tempos de colégio; sobre isto, P2 faz uma reflexão que emparelha Engenharia, Matemática e sua escolha definitiva pela segunda.

*“posteriormente fazendo um estudo comparativo entre as minhas necessidades pessoais, por exemplo, e o curso de engenharia, eu diria que a vida me encaminhou corretamente, porque comparando a profissão de professor e engenheiro, dado meu perfil de caráter e personalidade e o que vi nos engenheiros , seria um estudo inadequado porque nada do que se aprende no Superior se aplica na engenharia, pois, esta vem com fórmulas prontas”.*

A habilidade para lecionar Matemática foi uma construção que se iniciou, para alguns, nos grupos de estudos formados na escola: “como gostava de Matemática os colegas de classe vinham tirar dúvidas comigo” afirma P1 ao destacar que no último ano de faculdade já era monitora das aulas de Geometria Analítica e ministrava aulas de Cálculo Diferencial e Integral. P1 também reconhece o aspecto afetivo e sociabilizante em sua escolha de ser professor *“gosto mesmo é de conversar com pessoas e acho que o jovem não envelhece”.*

O trajeto de P3 para lecionar Matemática é semelhante ao de P1, ou seja, ter facilidade com a matéria foi o principal condutor: *“minha história começa bem lá*

*no Ensino Médio quando eu apresentava certa facilidade para ajudar as minhas colegas em Matemática”.*

O entrevistado P2 reverencia a competência dos professores que o acompanharam. Em suas referências P2 reconhece-os como agentes importantes em sua formação em Matemática.: *“Durante minha formação acadêmica eu tive a felicidade de encontrar bons professores de matemática. (...) duas coisas se casaram, neste caso: minha aptidão natural e estes bons professores.”*

Quanto à tríade professor, aluno, saber matemático, recorremos a uma citação:

Embora o papel da investigação seja elucidar aspectos da dinâmica dessa tríade, tal elucidação tem como eixo fundamental a transformação qualitativa, ainda que nem sempre imediata ou direta, do ensino aprendizagem da Matemática.  
(Fiorentini 1995, p.2)

A importância de conhecer as dificuldades dos alunos e saber discutir com eles no nível de aprendizagem que se encontram, aparece nas constatações advindas do quadro sobre experiência profissional.

Nas respostas descritas no quadro 2, os professores afirmaram que antes de lecionar no Ensino Superior lecionaram no Ensino Fundamental e Médio tanto de escola pública como da escola privada. Pode-se argumentar que os professores que lecionaram no Ensino Fundamental e Médio além de lecionarem no Ensino Superior, possuem uma vantagem sobre aqueles que lecionaram apenas no Ensino Superior para lecionar; isto porque nestas experiências tiveram

oportunidade de ganhar preparo para lidar com as dificuldades de alunos ingressantes no Ensino Superior.

Em seu trabalho um professor se serve de sua cultura pessoal, que provem de sua história de vida e de sua cultura escolar anterior; ele também se apóia em certos conhecimentos disciplinares adquiridos na universidade, assim como em certos conhecimentos didáticos e pedagógicos oriundos de sua formação profissional; ele se apóia também naquilo que podemos chamar de conhecimentos curriculares veiculados pelos programas, guias e manuais escolares: ele também se baseia em seu próprio saber ligado a experiência de trabalho, na experiência de certos professores e em tradições peculiares ao ofício de professor ( Tardif, 2003 p. 262 – 263).

Quanto maior o número de comunidades de alunado o educador conhecer, mais ampla será a sua possibilidade de lidar com os diversos níveis de dificuldade.

Conforme as entrevistas, os professores entrevistados começaram a lecionar nas décadas de 70 e 80, logo, estudaram desde a década de 60.

O educador sofre influências significativas da sociedade e do sistema de ensino de que foi/é parte. É por isto que uns gostam de ser atuantes e os outros mais estagnados e desinteressados no progresso do ensino. É preciso observar que o professor é também um cidadão, portanto está inserido em um contexto social e político vigente; assim sendo ele não está à margem dos fenômenos sócio-políticos-culturais. A escola não é o micro mundo de professores, direção e alunos com suas leis próprias. Nenhuma instituição ou cidadão está isento de ser afetado pelo contexto universal de que faz parte.

O professor ao entrar na sala de aula para ensinar uma disciplina não deixa de ser um cidadão, alguém que faz parte de um povo, de uma nação, que se encontra em um processo histórico e

dialético, participando da construção da vida e da história de seu povo.

Ele tem uma visão de homem, de mundo, de sociedade, de cultura, de educação que dirige suas opções e suas ações mais ou menos conscientemente. Ele é um cidadão, um político, alguém comprometido com seu tempo, sua civilização e sua comunidade, e isso não se despreza de sua pele no instante em que entra em sala de aula. Pode até querer omitir tal aspecto em nome da ciência que ele deve transmitir. Talvez, ingenuamente, entenda que possa fazê-lo de uma forma neutra. Mas o professor continua cidadão e político; e como profissional da docência não pode deixar de sê-lo (Masetto 2003, p.31)

O profissional de ensino que não se atualiza é alvo de muitas críticas.

Como cidadão, o professor estará aberto para o que se passa na sociedade, fora da universidade ou faculdade, suas transformações, evoluções, mudanças; atento para as novas formas de participação, as novas conquistas, os novos valores emergentes, as novas descobertas, novas proposições visando inclusive abrir espaço para discussão e de debate com seus alunos sobre tais aspectos na medida em que afetem a formação e o exercício profissionais (Masetto 2003, p. 31)

A reflexão crítica e sua adaptação ao novo de forma criteriosa são fundamentais para o professor compreender como se pratica e como se vive a cidadania nos tempos atuais, buscando formas de inserir esses aspectos em suas aulas.

Cada vez mais alunos aderem à Internet e o ensino da Matemática tem crescido com as consultas on-line. São vários os projetos do governo que incitam o fim da exclusão digital, nas escolas públicas, através do fornecimento de computadores e outros benefícios. Em São Paulo a PRODESP<sup>10</sup> que divulga com frequência novos projetos que favorecem tanto jovens tanto da escola pública como de outros centros.<sup>11</sup>

A formação dos professores supõe um contínuo no qual, durante toda a carreira docente, fases do trabalho devem alternar com

---

<sup>10</sup> PRODESP – Companhia de Processamento de Dados do Estado de São Paulo.

<sup>12</sup> Dados disponíveis em: < [www.prodesp.com.br](http://www.prodesp.com.br)>. Acesso em 10 de novembro de 2006

fases de formação contínua. De acordo com esse ponto de vista, na formação profissional podem ser percebidas pelo menos quatro fases de formação para a profissão que são cronologicamente distintas e apontam para a aquisição de saberes e de competências diferenciadas. Essas fases expressam-se na longa duração e na variedade da formação dos professores, a qual começa antes da universidade, durante a formação escolar anterior, transforma-se na educação universitária inicial, se valida no momento do ingresso na profissão, nos primeiros anos de carreira e prossegue durante uma parcela substancial da vida profissional. Em suma, as fontes da educação profissional dos professores não se limitam à formação inicial na universidade; trata-se, no verdadeiro sentido do termo, de uma formação contínua e continuada que abrange toda a carreira docente. Os professores em suas atividades profissionais se apóiam em diversas formas de saberes: o saber curricular, proveniente dos guias e manuais escolares; o saber disciplinar, que constitui o conteúdo das matérias ensinadas nas escolas; o saber da formação profissional, adquirido por ocasião da formação inicial ou contínua; o saber experimental, oriundo da prática da profissão, e, enfim, o saber cultural herdado de sua trajetória de vida e de sua pertença à uma cultura particular, que eles partilham em maior ou menor grau com os alunos. (Tardif , 2003, p. 287)

Outro exemplo de estímulo à formação continuada dos professores são os de grupos de pesquisas e cursos de Mestrado, para os quais há bolsas de estudo oferecidas pela Secretaria da Educação de São Paulo para professores efetivos das escolas públicas. Entre os diversos órgãos de fomento à pesquisa, mencionamos o CNPq<sup>12</sup>, que tem aumentado o número de bolsas para pesquisadores em educação matemática, através de incentivo aos projetos de iniciação científica e cursos de mestrado, entre outros.

Desta forma, o professor de Matemática tem cada vez mais oportunidades de pesquisar e de se atualizar.

Aumentam também no campo da Educação Matemática, pesquisas e cursos sobre o uso de softwares que vêm revolucionando os espaços de ensino.

---

<sup>12</sup> CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico.

Algumas dificuldades de alunos podem ser reduzidas e o interesse pelas aulas de matemática pode, inclusive, aumentar com estes novos recursos.

Além disso, os cursos à distância aumentaram e estão sendo muito procurados, com isto surge uma nova demanda de profissionais preparados para lecionar em cursos desse tipo.

O quadro de formação dos professores entrevistados realmente indica que estes vêm se atualizando e se aproximando da pesquisa em Educação Matemática, apesar dessas tendências que mencionamos nos dois últimos parágrafos não terem sido explicitadas pela maioria deles.

## **2.2 Utilização dos registros de representação semiótica**

Aqui levamos em consideração dados selecionados das entrevistas, conforme explicamos na metodologia deste trabalho. Neste ponto ainda não recorreremos às outras fontes de análise: livros ou apostilas mais empregados em cada disciplina e cadernos de alunos. Sendo assim, esta é a primeira etapa do processo de apuração sobre emprego dos registros de representação semiótica.

O quadro 4 destaca, em cinza, quais registros de representação semiótica são indicados pelos entrevistados como utilizados em suas disciplinas, quando tratam de desigualdades e inequações.

<b>Registros de Representação Semiótica</b>				
<b>Professor</b>	<b>Gráfico</b>	<b>Numérico</b>	<b>Algébrico</b>	<b>Língua Natural</b>
<b>P1</b>				
<b>P2</b>				
<b>P3</b>				
<b>P4</b>				

*QUADRO 4: Registros de Representação*

De acordo com os depoimentos dos entrevistados, todos os professores empregam três registros de representação semiótica diferentes em suas disciplinas quando desenvolvem desigualdades e inequações com suas classes.

Para Duval (2003, p.14) “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação, ou na possibilidade de trocar, a todo o momento, de registro de representação”.

A transição entre as diversas representações semióticas - do mesmo objeto matemático – permite ao aluno produzir saberes matemáticos. Para esse autor:

[...] um registro pode aparecer explicitamente privilegiado mas deve existir sempre a possibilidade de passar de um registro a outro. A compreensão de matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas. (DUVAL, 2003 p.15)

P1 não menciona o recurso ao registro da língua natural. Talvez porque considere a importância das representações gráficas na sua disciplina:

*A questão gráfica principalmente quando as funções são elementares é muito importante... Numérica, normalmente tendo*

*um intervalo de números naturais, procurando dentro daquele intervalo quais os valores que satisfazem as desigualdades. Gráficas, quando você tem 3 ou 4 funções desiguais há notação gráfica. O gráfico das funções é muito mais fácil de ser analisado. Muitas vezes peço aos alunos para fazerem os gráficos no mesmo sistema cartesiano, verificando a intersecção e a partir de que ponto uma é maior que a outra.*

Trabalhando com diferentes registros o aluno tem a oportunidade de apreensão do conteúdo, pois uma das dificuldades mais comuns entre os alunos é passar de um registro para outro.

Geralmente eles têm dificuldade em conversões entre registros de representações de um mesmo objeto matemático, porém são as conversões que propiciam a apreensão deste objeto. Para Damm (2002, p.136) “*esta apreensão é significativa a partir do momento em que o aluno consegue realizar tratamentos em diferentes registros de representação e passar de um a outro o mais naturalmente possível*”.

P4, em outras palavras, descreve uma prática semelhante a esta ao usar um método que conduz os alunos ao emprego de diversos registros, salvo o da língua natural, como podemos confirmar nesta fala:

*[...] a gente trabalha com dois tipos de representações, a gente trabalha com inequação, resolvendo as inequações e depois isso se transforma numa representação gráfica. Portanto, com as bolas abertas a gente utiliza basicamente esses dois registros. Quando chega nos limites em que a gente trabalha com a definição de limite, sempre também solicito exemplos numéricos, para os quais o aluno tem que fazer o gráfico, interpretar o que ele fez, o que ele demonstrou e, obviamente, essas inequações aparecem dessa maneira, representadas graficamente. Dessa forma, trabalho dessa maneira tanto a resolução dessas inequações simples e modulares, algebricamente, numericamente, como também graficamente na hora de interpretar o resultado que ele obteve.*

P3 trabalha com os diversos modos de representar o objeto em estudo a partir dos problemas, empregando assim o registro da língua natural e incitando os conteúdos de forma contextualizada, que envolve situações que acredita serem familiares aos alunos. A professora opta por trabalhar com conversão talvez tendo em vista uma melhor compreensão do objeto em estudo.

*Para a disciplina que eu trabalho, com relação aos alunos há uma necessidade rápida que eles aprendam a resolver o problema, então eu faço uma problematização, uma contextualização, resolvemos aquele problema através de uma inequação.*

### 2.3 Focalizando os recursos e as formas de avaliação empregadas

Para composição dos quadros a seguir colocamos em cinza as alternativas mais utilizadas pelos professores entrevistados, tanto em termos de recursos como em termos de avaliação.

#### RECURSOS

O quadro 5 esclarece acerca dos recursos utilizados pelos professores em sala de aula.

Professor	Quadro-Negro	Retro Projetor	TV/ Víde	Multimídia	Apostilas	Seminários	Software's
P1							
P2							
P3							
P4							

QUADRO 5:Recursos

Vale ressaltar que a instituição dispõe de todos os recursos materiais citados no quadro 5.

## AVALIAÇÃO

No quadro 6, as células em cinza indicam os instrumentos de avaliação utilizados pelos professores entrevistados.

Professor	Atividade Individual	Atividade Grupo	Trabalho Grupo	Trabalho Individual	Seminário	Avaliação Individual sem consulta
P1						
P2						
P3						
P4						

QUADRO 6: Instrumentos de avaliação

Os entrevistados P3 e P4 indicam maior diversidade no uso de recursos materiais enquanto P1 e P2 menor variedade. Os recursos materiais adotados auxiliam a perceber melhor o perfil de cada professor, visto que os instrumentos de trabalho têm muito a revelar sobre seu usuário.

O professor que trabalha com mais recursos é P4. Justamente aquele que optou pela formação continuada. A formação continuada é uma forma do professor se atualizar tanto no tocante aos recursos pedagógicos como às inovações no campo da educação.

P1 parou seus estudos em 1971 no curso de lato sensu. Afirma no depoimento que sua prioridade é o valor humano. Tendo sido constatado – pela sua fala – que esta perspectiva a impediu de aderir aos recursos mais modernos, valendo frisar a calculadora, computador e Internet.

*Como eu também gostava de gente, não gostava de máquina, não sei até hoje trabalhar com computador e nem trabalhar com a memória da calculadora, gosto mesmo é de conversar com pessoas, e acho que jovem não envelhece, fui fazer o curso de Licenciatura em Matemática.*

Rogers (1981) desenvolveu alguns tópicos tendo como objetivo chamar a atenção para os aspectos afetivos do professor e do aluno e a importância de reconhecê-los como elementos importantes no processo ensino-aprendizagem. O autor retrata sua importância em relação à escolha de recursos materiais.

Sejam quais forem os recursos de ensino que fornece – um livro, uma sala de trabalho, um novo aparelho, uma oportunidade para observar um processo industrial, uma exposição baseada no seu próprio estudo, um quadro, um gráfico ou um mapa, ou as suas próprias reações emotivas – ele sentirá que estas coisas são oferecidas para serem usadas se forem úteis aos alunos, esperando que sejam encaradas como tal.

O seminário é uma técnica empregada por P3 e P4. De um lado, é possível o emprego dessa denominação até para resumos de capítulos de livros feitos pelos alunos e apresentados aos seus colegas de classe, enquanto o professor apenas assiste sem interferir. De outro, o seminário pode ser uma técnica riquíssima de aprendizagem que permite que o aluno desenvolva sua capacidade de pesquisa, de comunicação, de organização e fundamentação de idéias, de

elaboração de relatório de pesquisa, de fazer inferências e produzir conhecimento em equipe, de forma coletiva.

Outros recursos mencionados por P3 e P4 foram o multimídia e o retroprojeter. Conforme Masetto (2003), em geral, eles são empregados como apoio às aulas expositivas ou atividades com todo o grupo da classe.

É notável que todos os professores tenham mencionado recurso a apostilas. A vantagem das apostilas é o fato destas poderem conter uma seleção dos conteúdos considerados mais importantes que serão utilizados em determinado tempo, ou seja, o professor faz uma seleção dos conteúdos de vários livros, apostilas, seminários, teses, periódicos etc. Sua desvantagem é a publicação restrita e não sujeita a critérios de avaliação de qualidade.

Na mesma pergunta em que questionamos sobre recursos materiais, também interrogamos sobre como os professores preparam suas aulas, alguns depoimentos são importantíssimos, não podendo ser excluídos das análises.

P2 avalia que *“por se tratar de um contexto já de Ensino Superior”* é importante desenvolver estratégias que coloquem o aluno em contato com o professor e a partir das dúvidas que surgem *“procuro apresentar a eles relações históricas dos conteúdos desenvolvidos”*.

As aulas de P2 não são previamente preparadas, pois prefere fazer uma reflexão sobre possíveis dúvidas e explicações que podem ocorrer durante as aulas. Na visão do professor é no desenrolar que a aula se revela efetivamente.

A forma de trabalho de P3 é contrária a P2, pois prefere fazer uma pesquisa antes na Internet e em livros. Com base nesta pesquisa apurada prepara uma

apostila com vários assuntos e gradualmente vai corrigindo e sanando dúvidas em conjunto com os alunos. P3 admite que para preparar uma aula todo profissional do ensino precisa ter uma “uma seqüência de passos necessários”.

Fiorentini (1995, p.2) enxerga da seguinte maneira a diversidade de formas de conceber a qualidade do ensino da Matemática:

*Há, entretanto, diferentes modos de conceber e ver questão da qualidade do ensino da Matemática. Alguns podem relacioná-lo ao nível de rigor e formalização de conteúdos matemáticos trabalhados na escola. Outros, ao emprego de técnicas de ensino, e ao controle do processo ensino-aprendizagem com o propósito de reduzir as reprovações. Há ainda aqueles que a relacionam ao uso da Matemática ligada ao cotidiano ou à realidade do aluno. Ou aqueles que colocam a Educação Matemática a serviço da cidadania.*

P4 leciona quatro matérias, e para as aulas de laboratório prepara um kit para cada experiência, sendo que os conteúdos das aulas de Complementos de Matemática são decorrentes destas experiências e incluem ainda exercícios teóricos.

Sobre os conteúdos matemáticos P4 salienta: “trabalhamos as demonstrações que são um pouco mais pesadas, pois envolvem demonstrações algébricas em que o rigor matemático está presente”.

Diferindo de P4, P1 prefere abordagem mais simples como resumo das teorias, exemplos, listas e problemas que vão ao encontro com a linguagem cotidiana do aluno.

Sobre os recursos de avaliação, pareceu-nos interessante a variedade de formas empregadas por P3 e P4 e mesmo P2 em contraposição à valorização das formas de avaliação individual empregadas por P1.

## 2.4 As principais dificuldades dos alunos no trato com desigualdades e inequações.

Organizamos no quadro 7 as principais menções dos entrevistados sobre as dificuldades dos alunos no trato com as desigualdades e inequações

Professor	O que diz o professor
P1	Eles (os alunos) esquecem que o negativo (multiplicar por um número negativo) inverte a desigualdade... ...outros chegam a ponto de subtrair, por exemplo, $2x > 6$ então $x > 6 - 2$ ...
P2	...ele (aluno) não sabe quando tem que trocar de sinal... ..há uma grande dificuldade na simples leitura do maior e menor...
P3	... a questão do sinal, que, multiplicando por um número negativo uma inequação, vai alterar a desigualdade e eles não conseguem enxergar isso... ...não reconhecimento de uma equação que é mais simples, e aí passando por inequação fica pior ainda...
P4	Muitas vezes, quando eles (alunos) multiplicam uma inequação por um número negativo, eles esquecem de inverter o sinal...

QUADRO 7: Dificuldades dos alunos: o que diz o professor

Vale indicar que P1, P3 e P4 mencionam uma mesma dificuldade de alunos, já detectada em pesquisa voltada para o Ensino Médio.

A pesquisa realizada por Fontalva (2006) com alunos do Ensino Médio demonstrou que 77,8% dos alunos erraram a resolução da inequação  $-4x + 8 \geq 0$ . Conforme descrito em seu trabalho “*demonstraram não utilizar corretamente a propriedade [...] da compatibilidade da relação de ordem com a multiplicação.*”.

Vale citar a propriedade mencionada por Fontalva (2006) em seu trabalho:  
*“Se  $a \geq b$  e  $c > 0$ , então  $a.c \geq b.c$ , sendo  $a$ ,  $b$  e  $c$  números reais”*

Para a resolução de uma inequação é imprescindível o domínio da propriedade. E se o aluno não tiver domínio da propriedade conseqüentemente vai cair no erro que P2 citou: *“multiplicando por um número negativo uma inequação, vai alterar a desigualdade e eles não conseguem enxergar isso”*.

Ainda com relação às dificuldades dos alunos ao lidarem com inequações e apontadas pelo professor P3 é que eles não conseguem sequer reconhecer uma inequação, conforme seu depoimento *“... não reconhecimento de uma equação que é mais simples, e aí passando por inequação fica pior ainda...”*.

## **2.5 Opções fornecidas pelos professores entrevistados para sanar as dificuldades dos alunos.**

O quadro 8, a seguir, aponta práticas que cada professor entrevistado utiliza a fim de sanar as dificuldades de seus alunos no trabalho com desigualdades e inequações.

<b>Professor</b>	<b>O que diz o professor</b>
<b>P1 Cálculo Diferencial e Integral I</b>	As aulas de revisão, principalmente colocando os números na <i>reta real</i> para que eles enxerguem essas dificuldades...
<b>P2 Álgebra I e II</b>	...um tratamento na <i>reta real</i> e um tratamento de representação gráfica, que possam auxiliar a sanar essas dificuldades de simples leitura da desigualdade...
<b>P3 Complementos de Matemática</b>	... já tenho por hábito perguntar se eles têm alguma dúvida... as respostas são do tipo: “que eles não viram no colégio”... ... a gente tenta na conversa com eles, de novo retomar...
<b>P4 Análise Matemática</b>	...quando percebo que há dificuldade, eu volto, eu faço um retrocesso e trabalho a compreensão...

*QUADRO 8: Soluções para sanar dificuldades dos alunos*

Os professores P1, P3 e P4 afirmaram usar a revisão como primeira solução para esses casos de dificuldades no trato com inequações.

P1 considera a representação gráfica mais importante, pois ela favorece a visibilidade das inequações, o que facilita o entendimento e afirma: "mas o mais importante nessa situação para os alunos é a representação gráfica dos números, para que eles enxerguem o crescimento e o que está acontecendo".

No entanto, para Duval (2003) não existe uma hierarquia de importância no uso dos registros, pois, não se deve descartar a importância da pluralidade dos registros de representação.

O entrevistado P2 adota o mesmo procedimento que P1, ou seja, "No 1º ano usa um tratamento na reta real e um tratamento de representação gráfica, que possam auxiliar a sanar essas dificuldades de simples leitura da desigualdade".

Entretanto P2 vai além, pois "trabalha com algumas propriedades" que são exemplificadas por ele próprio:

*"Mas acrescenta-se a isso que há distorções também com relação a algumas propriedades elementares de desigualdade, como, por exemplo, numa desigualdade  $-2x < 6$  ou  $2x \leq 6$ , ele não sabe quando tem que trocar de sinal, se passa dividindo, mesmo sendo  $2x \leq 6$ , quando passa dividindo  $x \leq 6/-2$ , quer dizer, passa pro outro lado e ele põe o sinal de menos indevido. Essas dificuldades não são apenas nas desigualdades, mas também nas equações".*

Um dos fatores associados a esse tipo de dificuldade é a não diferenciação de procedimentos de resolução de equação e de inequação por parte de estudantes italianos e israelenses (conforme contatado nas pesquisas de Tsamir &

Bazzini (2001)). Fontalva (2006) também detectou esse fenômeno entre estudantes brasileiros.

Seguindo esta estratégia didática P2 considera preparar o aluno para conteúdos que serão apresentados no 2º ano. Esta atitude indica que o professor considera importante a apreensão de propriedades para resolução das dificuldades com os sinais.

P3 também usa a revisão, quando usa a representação na língua natural e algébrica. O entrevistado justifica: *"Durante as aulas, quando os alunos se deparam com esse assunto chamado inequações, tento desenvolver através de exemplos, contextualizando e depois a resolução algébrica"*. Em casos extremos, em que o aluno não compreende a inequação, o entrevistado adota como saída a representação numérica.

Contudo, conforme Duval (2003, p.22), *é a articulação dos registros que constitui uma condição de acesso à compreensão em Matemática*. Ou seja, é necessária uma articulação simultânea e não separada dos registros.

P4 garante lidar com as dificuldades de outra forma. O entrevistado acha necessário remover, do aluno, o hábito da memorização sem compreensão. Com isto, pretende estimular as tendências produtivas de aprendizagem da Matemática, principalmente aquelas que não envolvam o uso exagerado de regras avulsas, normalmente descontextualizadas. Para o entrevistado este problema surge no ensino Fundamental e se complica no Ensino Superior, quando o aluno chega absolutamente despreparado para trabalhar alguns objetos, conforme podemos observar na seguinte fala:

Existe um problema bastante grave que é o professor trabalhar somente com algoritmos, então é regras, regras, regras, regras, vira um emaranhado de regras, tendo que decorar alguns procedimentos. Muitas vezes o aluno faz isso sem saber muito bem o que ele está fazendo.

Enfim, vários dos depoimentos que encontramos sobre dificuldades de alunos podem ser sintetizados por uma frase de Bazzini & Boero (2001, p.54):

[...] em vários países inequações são ensinadas na escola secundária como um assunto subordinado - em relação às equações - em que os alunos lidam com a mais pura forma de memorização que evita, em particular, as dificuldades inerentes ao conceito de função.

## **2.6 Resultados de exame de livros didáticos ou apostilas e cadernos de alunos**

Neste item apresentamos os resultados de exame feito nos livros ou apostilas indicados como mais utilizados pelos professores e, também em cadernos de alunos.

Para termos uma visão panorâmica e menos da razão da análise de livros/apostilas e cadernos dos alunos empregados nas disciplinas investigadas do curso em estudo, basta sintetizar que a coleta nos serviu para uma confluência/cruzamento entre três fontes diferentes: entrevistas com professores, livros ou apostilas e cadernos de alunos.

Para a seleção dos exercícios e exemplos, primeiramente, verificamos nos sumários ou índices de cada obra se havia menção às palavras “inequações e desigualdades”. Na falta destes termos procuramos menção à palavra “ordem”. No caso de não haver sumário ou índice, folheamos a obra buscando esses termos nos títulos e subtítulos.

Passamos, num segundo momento a examinar todos os exemplos e exercícios dos capítulos e tópicos selecionados, buscando identificar quais desses exemplos envolviam e quais dos exercícios poderiam envolver conversões ou tratamentos de registros de representação semiótica.

Nas apostilas da disciplina Álgebra I e Álgebra II, constatamos que não havia sumário e nem índice, por isso passamos a folheá-las e não encontramos tópicos cujos títulos contivessem os termos inequações ou desigualdades. Encontramos na apostila de Álgebra I, no Capítulo 4, páginas 29 a 33, o tópico: Relação de Ordem. Já na apostila de Álgebra II, encontramos o tópico 13, páginas 77 a 85: Anel ordenado e, também, o tópico 18, páginas 92 a 95: Corpo Ordenado.

No livro da disciplina Cálculo Diferencial e Integral I, pelo sumário, encontramos apenas um tópico que atendesse ao nosso critério de busca: Desigualdades, no Capítulo I, item 1.2, páginas 3 a 17.

“No livro da disciplina Complementos de Matemática, seguindo o mesmo critério, encontramos somente o termo inequações”. No Capítulo VI, denominado Funções do 1º grau, encontramos os tópicos: XIII - Inequações simultâneas, páginas 112-A e 113-A; XIV – Inequações-produto, páginas 113-A a 119-A e XV – Inequações-quociente, páginas 120-A e 121-A. No Capítulo VII, denominado Função Quadrática, encontramos o tópico XII - Inequações do 2º grau, páginas 144-A a 148-A. No Capítulo VIII, denominado Função Modular, tópico V – Inequações modulares, páginas 186-A a 170-A. Não levamos em consideração os exercícios e exemplos do Apêndice II – Inequações irracionais, páginas 215-A a 233-A, pelo fato de o assunto não constar da ementa da disciplina.

No livro da disciplina Análise I, no sumário, encontramos somente um tópico que atendesse ao nosso critério de busca: No capítulo 1, denominado Números Reais, o tópico 1.5 - Desigualdades, páginas 12 a 17.

O resultado do exame de exemplos e exercícios selecionados em termos de conversões e tratamentos, está descrito no quadro 9 a seguir.

<b>Conversão entre registros encontrados</b>					<b>Tratamentos em cada um dos registros encontrados</b>	
	<b>Simbólico Algébrico para Gráfico</b>	<b>Gráfico para Simbólico Algébrico</b>	<b>Simbólico Algébrico para Simbólico Numérico</b>	<b>Língua Natural de uso especializado para Simbólico Algébrico</b>	<b>Simbólico Algébrico</b>	<b>Simbólico Numérico</b>
<b>Álgebra I P2</b>				20		7
<b>Álgebra II P2</b>					38	4
<b>Cálculo Diferencial e Integral I P1</b>					39	
<b>Complementos de Matemática P3</b>	123					
<b>Análise I P4</b>	10			3	9	

*QUADRO 9: Transformações de representações semióticas, em exercícios que tratam de desigualdades ou inequações, dos livros mais utilizados nas disciplinas do curso.*

Conforme o quadro 9 das análises dos livros selecionados observamos que na apostila de Álgebra I, no capítulo examinado sobre Relação de Ordem, há 27 exemplos e exercícios que envolvem desigualdades, sendo que 20 trazem ou requerem conversões entre registros e 7 apenas tratamentos.

Já na apostila de Álgebra II, na parte em que trata de anel ordenado da página, 77 a 84, e de corpo ordenado, da página 92 a 95, são 42 exercícios que envolvem somente tratamentos.

Em Álgebra I a conversão mais utilizada, dentre os exemplos e exercícios observados é do registro da língua natural de uso especializado<sup>13</sup> para o registro simbólico algébrico, em Álgebra II, esta tendência muda para o tratamento no registro simbólico algébrico.

No livro de Cálculo Diferencial e Integral I, nos 39 exercícios analisados, foram encontrados apenas exercícios envolvendo tratamento, no registro simbólico algébrico.

O quadro 9 indica que, nos 123 exercícios analisados do livro da disciplina Complementos de Matemática, há predominância de conversão: 122 exercícios que pedem conversão do registro simbólico algébrico para o registro gráfico e 1 no sentido inverso.

Dentre os 22 exercícios do livro analisado percebemos que a conversão mais usada é a do registro simbólico algébrico para o simbólico numérico. Outro caso de conversão encontrado foi do registro da língua natural para o registro

---

<sup>13</sup> DUVAL, Raymond. **Semiósis et pensée humaine** : registres semiótiques et apprentissages intellectuelle. Berna : Peter Lang, 1995, p.107.

simbólico algébrico, além de 9 exercícios que envolvem tratamento no registro simbólico algébrico.

A seguir, discorreremos sobre o exame dos livros ou apostilas e cadernos de alunos, acompanhando-os com comentários sobre as entrevistas na seguinte ordem de disciplinas: Álgebra I e II; Cálculo Diferencial e Integral I; Complementos de Matemática e Análise I.

### **Disciplinas: Álgebra I e II**

A apostila de Álgebra I inicia na parte I, com uma Introdução, denominada: Conjuntos, páginas 3 a 7. Começando com um trecho explicativo em que apresenta as “convenções – simbologias”, as notações empregadas para conjunto, elemento, relação “pertencer a”, etc. Segue apresentando “representações” de conjunto, por listagem e diagrama e inicia com definições de: subconjunto; igualdade de conjuntos, etc.

Nessa parte, o autor usa os registros de representação semiótica: língua natural; algébrico e há apenas um gráfico (nesse caso o diagrama de Venn).

Já, à página 6, apresenta Produto Cartesiano, lançando mão de diversos exemplos e exercícios de conjuntos representados no plano cartesiano. Nesses exemplos, o autor emprega conversões de registros semióticos em ambos os sentidos, tanto do numérico para o algébrico quanto do algébrico para o numérico, o mesmo ocorrendo com os demais: da língua natural de uso especializado para o algébrico; do simbólico numérico para o gráfico e do simbólico algébrico para o gráfico.

Ainda na parte I, há o Capítulo denominado Relação, dividido em 2 capítulos.

No Capítulo 1, descrito como: Conceituação de Relação, Domínio, Imagem e Relação Inversa (páginas 8 a 18), o autor, de modo similar, inicia com um trecho explicativo e segue com exemplos empregando os diversos registros de representação semiótica.

Desta forma, quando trata de conjunto imagem de uma relação, usa todos os registros mencionados por nós para conjuntos e, apresenta, na página 14, um exercício resolvido, como segue:

“Determinar o conjunto imagem de

$$T = \left\{ (x, y) \in \mathfrak{R}_+ \times \mathfrak{R}_- / y = - \sqrt{\frac{x-8}{x-2}} \right\}$$

Neste exercício o autor usa o registro língua natural de uso especializado em explicações tais como:

“o conjunto imagem são os valores de  $y \in \mathfrak{R}$  tais que

$$x \in \mathfrak{R}^+ \quad e \quad y = - \sqrt{\frac{x-8}{x-2}} .$$

Essa explicação é convertida para o registro algébrico;

$$0 \leq x \text{ e } y = -\sqrt{\frac{x-8}{x-2}} \text{ e } y \leq 0 \text{ e } y = \frac{x-8}{x-2}$$

[....]

$$\text{Assim } y \leq 0 \text{ e } 0 \leq \frac{2y^2-8}{y^2-1}$$

A partir daí, o autor faz a análise de possibilidades no registro algébrico, chegando a [I]  $\text{Im}(T) = \{y \in \mathfrak{R} / -1 < y \leq 0 \text{ ou } y \leq -2\}$ , além disso, representa graficamente o obtido em [I] e chega à solução neste outro registro, conforme figura 1 a seguir:

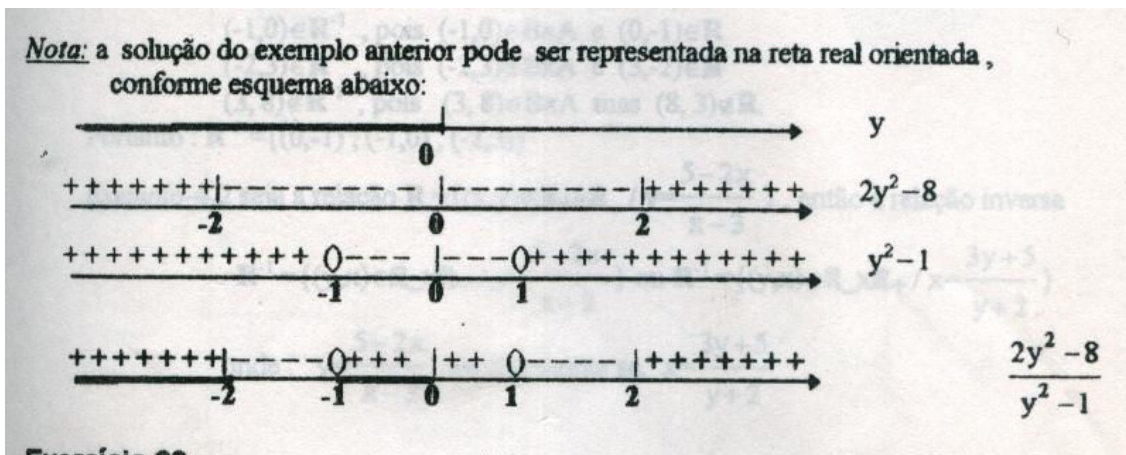


FIGURA 1: Representação gráfica de exercício de Álgebra I

Nos demais itens, do mesmo capítulo, a obra segue a mesma linha de abordagem.

No capítulo 2, denominado Relação Reflexiva, Simétrica, Transitiva e Anti-simétrica, no item 2.9, que trata de relação de ordem, a apostila traz elementos

teóricos, exemplos e exercícios que envolvem desigualdades e inequações. Neste item, observamos que predomina o registro algébrico. O autor lança mão também do registro numérico e do registro língua natural de uso especializado, porém, o registro gráfico não é pedido em nenhum dos exercícios e nem representado em exemplos ou elementos teóricos. É provável que a ausência do registro gráfico ocorreu porque o capítulo anterior está repleto de exemplos em que as desigualdades e inequações são representadas de diversas maneiras, inclusive graficamente, sendo também requeridas em exercícios. Vale notar que, na perspectiva de Duval, isso não justifica o desprezo ao registro gráfico, ou seja, deveria ser trabalhado no Capítulo 2, assim como foi no Capítulo 1.

Além disso, o professor poderia discutir, vantagens na conversão para o registro gráfico por questão de economia no procedimento de resolução, instigando seus alunos à coordenação de registros de representação semiótica.

Neste próprio caso, a utilização do registro gráfico pode ser vantajosa em termos de economia.

Notamos que não há explicitação nem discussão a respeito de vantagens em conversões, em termos de economia em procedimentos de resolução de exercícios, o que pode acarretar desvantagens em termos de aprendizagem de Matemática.

No restante da obra, nos demais Capítulos, o autor trata de funções e operações, usando os diversos registros de representação, mas sem explorar ou discutir quando uma conversão é vantajosa (ou não), não atingindo assim a coordenação entre os registros de representação semiótica.

Durante a entrevista, o professor destas disciplinas, afirma usar o registro gráfico em aulas: “[...] as representações são em dois níveis: [...] nas desigualdades, no 1º ano, em Álgebra I, eu utilizo representações no eixo da reta real, [...] para caracterizar as intersecções, as uniões”. Essa afirmação é confirmada pelo exame da apostila.

O exame da apostila da disciplina Álgebra II, indica que os exercícios não envolvem o uso do registro língua natural, o que parece ser compensado pelas verbalizações em classe, conforme a fala do entrevistado:

Já no 2º ano, procuro resgatar alguns conceitos da Álgebra elementar [...] numa linguagem própria do Ensino Fundamental e Médio. [...] é feito esse resgate, através de uma verbalização de nível de Ensino Fundamental e Médio.

O professor reafirma, conforme o depoimento abaixo, o uso dos registros língua natural. Além disso, refere-se ao uso do registro simbólico numérico em classe.

As estratégias nesse momento são: de representação numérica e das verbalizações tradicionais que são utilizadas no Ensino Fundamental e Médio. Por exemplo, multiplicar por (-1) os dois lados de uma desigualdade altera o sentido. Essa linguagem é informal no Ensino Fundamental e é transformada num outro modelo, mais formal, mas inicialmente é apresentada a propriedade informal naquela linguagem e, posteriormente, é convertida no contexto da axiomática e assim desenvolvida de maneira formal e bem acabada em Álgebra II.

Por estes depoimentos, encontramos anotações em caderno de aluno, nos

exercícios resolvidos, que confirmam a fala do professor com relação ao uso dos registros de representação semiótica.

### **Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral I**

No livro de Cálculo Diferencial e Integral I, as autoras iniciam o tópico 1.2, denominado Desigualdades, com elementos “teóricos”, empregando apenas o registro algébrico e, nas explicações, o registro língua natural de uso especializado.

No tópico 1.3, denominado Valor Absoluto, as autoras definem valor absoluto de um número real  $a$  (item 1.3.1) e, em seguida, designando, o item 1.3.2 de Interpretação Geométrica, afirmam:

“o valor absoluto de  $a$ , também chamado módulo de  $a$ , representa a distância entre  $a$  e 0. Escrevem, então:  $| a | = \sqrt{a^2}$ ”.

Apesar da designação dada (Interpretação Geométrica), as autoras não apresentam qualquer representação geométrica nesse item.

No tópico 1.4, tratam de intervalos, empregando o registro algébrico.

Sendo que, no item 1.4.5, denominado Intervalos Infinitos, afirmam: “podemos fazer uma representação gráfica dos intervalos”. Nesse item, o registro gráfico é empregado nos exemplos dados.

No tópico 1.5, denominado Exemplos, as autoras resolvem exercícios representados no registro algébrico, permanecendo no mesmo registro, ou seja, na forma de tratamento. Porém, ao final de cada exercício, explicitam como soluções outras representações nos registros: numérico e gráfico. Desta forma, as autoras não exploram a coordenação de registros, pois se mantêm, predominantemente, no registro algébrico e lança mão de outros registros somente nas respostas de exercícios resolvidos (exemplos).

Nos exercícios a resolver pede como solução representações gráficas. Porém, poderiam ser utilizadas na resolução dos exercícios e não somente como solução.

O professor afirma usar todos os registros em suas aulas, conforme podemos perceber no trecho da entrevista abaixo:

*Sim, a questão gráfica [...] é muito importante... Numérica, normalmente tendo um intervalo de números naturais, procurando dentro daquele intervalo quais os valores que satisfazem as desigualdades. Gráficas [...]. E também às vezes um problema do dia-a-dia, como, por exemplo, um administrador de celular que cobra taxas diferenciadas e valores fixos para que eles notem o modelo matemático e depois saibam que, para saber qual o melhor plano, um tem que ser mais barato que o outro: Aí eles montam a inequação e, resolvendo é verificado a partir de quantos minutos por mês um plano é melhor que outro.*

Assim, possivelmente o professor compense as falhas do livro em suas aulas. Examinamos o caderno de um aluno que confirmam a fala do professor.

## **Disciplina: Complementos de Matemática**

No livro da disciplina Complementos de Matemática, podemos verificar que, os diversos capítulos examinados trazem elementos teóricos seguidos de exemplos de resolução de exercícios e de exercícios a resolver.

Os exercícios examinados no livro, carecem da exploração de conversão de registros semióticos em ambos sentidos, e tampouco explora a vantagem da conversão em termos de economia na resolução de exercícios, pois, se além a poucos registros de representação.

A fala da professora é congruente com as constatações no exame do caderno de um aluno, pois, podemos observar anotações de classe que confirma a fala:

*Para a disciplina que eu trabalho, com relação aos alunos há uma necessidade rápida que eles aprendam a resolver o problema, então eu faço uma problematização, uma contextualização, resolvemos aquele problema através de uma inequação e depois passamos por uma resolução algébrica, raramente eu faço com esses alunos a representação gráfica de uma inequação.*

No mesmo caderno, podemos observar exercícios do livro, realizados como tarefa extraclasse, resolvidos no registro gráfico, porém não corrigidos em classe.

## **Disciplina: Análise I**

Pudemos constatar que no livro da disciplina Análise I, em geral, em cada capítulo ou tópico, apresentam elementos teóricos seguidos de exemplos de exercícios resolvidos e a resolver. Na parte dos elementos teóricos, faz uso do registro língua natural, referindo-se a objetos geométricos, como semi-retas, por

exemplo, para introduzir intervalos de números reais, também, representados algebricamente.

Ao cruzarmos os dados, com o trecho da entrevista abaixo, notamos que o depoimento do professor condiz com os resultados encontrados tanto no livro quanto no caderno do aluno.

*[...] a gente trabalha dois tipos de representações, a gente trabalha com inequação, resolvendo as inequações e depois isso se transforma numa representação gráfica. Portanto, com as bolas abertas a gente utiliza basicamente esses dois registros. Quando a gente chega nos limites em que a gente trabalha com a definição de limite, sempre solicito também exemplos numéricos, para os quais o aluno tem que fazer o gráfico, interpretar o que ele fez, o que ele demonstrou e, obviamente, essas inequações aparecem dessa maneira, representadas graficamente. Dessa forma sempre trabalho dessa maneira tanto a resolução destas inequações simples e modulares, algebricamente, numericamente e como também graficamente na hora de interpretar o resultado que ele obteve.*

Hipoteticamente o fato de P4 ter se aprimorado e dado continuidade aos seus estudos pode ser a possível explicação para o fato deste trabalhar a conversão entre diversos registros de representação semiótica, quando comparado com os demais colegas entrevistados.

Como contribuição à Instituição pesquisada, finalizamos este capítulo ressaltando que é importante estimular os alunos a operar conversões em ambos os sentidos, tanto de partida como de chegada, visto que, para Duval a compreensão só pode ser validada quando eles conseguem articular a conversão entre os registros de representação semiótica, dado que os tratamentos não bastam.

O teórico francês reforça este argumento ao afirmar que é *"importante o sentido da conversão"*, pois para ele *"geralmente no ensino um sentido de conversão é privilegiado, pela idéia de que o treinamento efetuado em um sentido estaria automaticamente treinando a conversão no outro sentido (DUVAL, 2003 p.20)"*.

## **CAPÍTULO III**

### **CONCLUSÕES**

Este estudo teve por objetivo identificar e analisar como os professores do Ensino Superior em uma determinada instituição, cuja singularidade é ter o mais antigo curso de Licenciatura em Matemática da cidade em que se encontra, desenvolvem as desigualdades e inequações com suas classes e quais as fontes orientadoras de seu trabalho a respeito desses assuntos.

Para alcançar tal objetivo iniciamos por justificar o interesse de tal investigação e, em seguida, apresentamos a problemática e a questão de pesquisa (Capítulo I, item 1.1).

Um pressuposto teórico foi fundamental para nos auxiliar no desenvolvimento desse estudo: a teoria dos registros de representação semiótica proposta por Raymond Duval, que nos permitiu olhar para as situações que envolvem o ensino de desigualdades e inequações sob a ótica desta teoria.

Sustentado nas idéias teóricas, bem como nas leituras de pesquisas relacionadas ao nosso estudo, definimos e construímos, no Capítulo I, item 1.3, a metodologia de nosso estudo, o qual consistiu da elaboração e aplicação de entrevistas com 4 professores que lecionam num curso de Licenciatura em Matemática em São Paulo, no exame de documentos institucionais, de livros ou apostilas empregados pelos professores e de cadernos de alunos..

Dividimos a análise das entrevistas aos professores em seis tópicos: perfil dos professores; utilização dos registros de representação semiótica; focalizando

os recursos e as formas de avaliação empregadas; as principais dificuldades dos alunos no trato com desigualdades e inequações; opções fornecidas pelos professores entrevistados para sanar as dificuldades dos alunos e resultados de exame de livros didáticos ou apostilas e cadernos de alunos.

Quanto ao perfil dos professores todos afirmaram que não fizeram a escolha imediata pela Matemática, mas que a habilidade na disciplina encaminharam para a prática docente. Além disso, todos trabalharam no Ensino Fundamental e Médio, tanto em escolas públicas quanto em escolas privadas, além de lecionarem no Ensino Superior.

De acordo com o depoimento dos entrevistados é possível afirmar que os professores utilizam diversos registros de representação semiótica, porém para verificar tal afirmação recorreremos ao exame de livros ou apostilas utilizados pelos professores e cadernos de seus alunos.

Quanto aos recursos que são utilizados pelos docentes pudemos constatar que o professor que optou pela formação continuada é o que se utiliza de todos os recursos disponíveis (retro projetor, tv, vídeo, multimídia, apostilas, seminários e softwares). Com relação às formas de avaliação somente um dos professores dentre os entrevistados aplica apenas instrumentos de avaliação individual aos alunos (atividade, trabalho e avaliação sem consulta). Os demais aplicam instrumentos de avaliação em grupo, sendo que um deles ainda avalia também através de seminário.

Foi apontada, nas entrevistas, uma dificuldade comum a três dos professores entrevistados, que é a dificuldade que seus alunos apresentam no

trato com desigualdades e inequações: ela se refere ao uso incorreto da propriedade da compatibilidade da relação de ordem com a multiplicação.

Todos os professores afirmaram usar a revisão para sanar as dificuldades de seus alunos no trato com desigualdades e inequações.

Quanto aos exercícios que envolvem tratamentos e conversões entre registros, constatamos que na disciplina Álgebra I, dentre os 27 exercícios, examinados neste estudo, sobre desigualdades, 7 envolvem tratamentos e 20 envolvem conversões entre registros. Já na disciplina Álgebra II, todos os 42 exercícios examinados sobre desigualdades envolvem tratamentos. Isto evidencia ausência da conversão entre registros de representação semiótica, mas segundo Duval, a conversão é essencial para a possibilidade de apreensão de um objeto matemático.

Na disciplina Cálculo Diferencial e Integral I, os 39 exercícios ou exemplos examinados envolvem tratamento no registro simbólico algébrico. Evidenciamos novamente a ausência da conversão entre os registros semióticos.

Na disciplina Complementos de Matemática, dos 123 exercícios examinados, 122 envolvem somente a conversão entre os registros: simbólico algébrico para o gráfico. Segundo Duval, a conversão em um único sentido não é suficiente para a compreensão de um objeto matemático, mas o que é importante é a conversão em ambos os sentidos.

No livro da disciplina Análise I, temos 13 exercícios que envolvem conversões e 9 que envolvem tratamentos. Neste caso, constatamos que a conversão entre registros de representação semiótica se evidenciam. O que não

ocorre nos livros ou apostilas de outras disciplinas examinadas, exceto na apostila de Álgebra I.

Procuramos verificar na análise global dos dados obtidos neste estudo, se os professores, ao trabalharem com as desigualdades e inequações, utilizam os registros de representação semiótica.

Pudemos constatar então que, nos 253 exercícios dos livros ou apostilas selecionados, a conversão mais utilizada é a do registro simbólico algébrico para o registro gráfico, totalizando 133 exercícios, ou seja, 53% do total.

Outra constatação é que somente 11 ou 4% dos exercícios encontrados nos livros ou apostilas envolvem a representação no registro numérico, o que caracteriza a pouca utilização deste registro semiótico.

Para finalizar vale ressaltar que os entrevistados afirmam utilizar diversos registros de representação semiótica em suas aulas, o exame dos livros ou apostilas e dos cadernos de alunos nos leva a concluir que estas afirmações, em parte, refletem o que enfatizam. Porém, evidenciamos a ausência da conversão entre registros de representação semiótica em ambos os sentidos.

O presente trabalho não pretende encerrar o assunto sobre desigualdades e inequações, mas servir como impulso para estudos futuros sobre estes temas.

No transcorrer deste trabalho, diversos aspectos da questão central não puderam ser aprofundados e permaneceram latentes.

No entanto, esperamos que este estudo venha a contribuir com a instituição investigada e os participantes da pesquisa, no sentido da melhoria da qualidade do ensino.

## BIBLIOGRAFIA

ALMOULOUD, S.A. Registros de representação semiótica e compreensão de conceitos geométricos. *In: Silvia Dias Alcântara Machado(Org.).Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica*. 1ª ed.Campinas: Papirus,2003,v.1.p. 125-148.

BAZZINI, Luciana. *ALGORITHMIC Models: Italian and Israeli student's solutions to algebraic inequalities*. Proceedings of PME 26. England ,2002, p.289-296.

BAZZINI, L.; TSAMIR,P. *Can  $x = 3$  be the solution of an inequality? A study of Italian and Israeli students*. Educ.Mat.Pesquisa.São Paulo, 2001, vol.3, n.1, p. 57-67.

BAZZINI,L.; BOERO,P. *Revealing and Promoting the Students' Potencial in Algebra: A Case Study Concerning Inequalities*. Proceedings of the 12<sup>th</sup> ICMI Study Conference, 2001, p.53-60.

BOERO, P.; BAZZINI, L. *Inequalities in Mathematics Education; The need for complementary perspectives*. Proceedings of PME 28, 2004, p.139-142.

DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. *In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org). Educação Matemática: uma introdução*. São Paulo: EDUC, 2002, p. 135-153.

DUVAL, R. *Registres de representation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée*. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives 5. IREM de Strasbourg , 1993.

\_\_\_\_\_ . ***Semiósis et pensée humaine***. Berna : Peter Lang, 1995.

\_\_\_\_\_ .Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática ***In: Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica***. 1 ed.Campinas : Papyrus, 2003, v.1, p. 11-33.

FIGUEIREDO, D. G. ***Análise I***. 2ª ed. Rio de Janeiro. Editora LTC, 1996.

FIORENTINI, Dario. ***Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil***. Zetetiké, Ano 3, n°4, nov. 1995, p. 1-37.

\_\_\_\_\_ . ***Relação de Teses e Dissertações de Mestrado e Doutorado em Educação Matemática produzidas no Brasil de 1971 a 2001***.Revista Zetétiké, n.º 9/2001.

FONTALVA, G.M. ***Um estudo sobre inequações: entre alunos do Ensino Médio***.São Paulo: Dissertação de Mestrado.Orientadora: Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão.PUC,2006.

GONÇALVES, M. B.; FLEMMING, D. M. ***Cálculo A: Funções, Limite, Derivação, Integração***.5ª ed. São Paulo. Makron Books, 1992.

IEZZI, G; MURAKAMI, C. ***Fundamentos de Matemática Elementar***. Vol. 1. São Paulo. Atual, 1981.

JÚNIOR, Armando Traldi. ***Sistemas de Inequações do 1º grau*** . São Paulo : Dissertação de Mestrado. Orientador: Saddo Ag Almouloud . PUC , 2002 .

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, M.E.D.A.: ***Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas***. São Paulo: EPU, 1986.

MARANHÃO, M. C. S. A. **Projeto: O que se entende por Álgebra**. In: ENEM, 2004, Recife. Anais do ENEM. São Paulo : SBEM, 2004. v. 1. p. 1-16.

\_\_\_\_\_ **Projeto Expressões, Equações e Inequações: Pesquisa, Ensino e Aprendizagem**. [mensagem de orientação]. Mensagem recebida por: <professormarmelo@yahoo.com.br> de: <[maranhao@pucsp.br](mailto:maranhao@pucsp.br)> em: 03 jun. 2006.

MARINHOS, A. F. **Inequação: a construção de seu significado**. Rio de Janeiro: Dissertação de Mestrado.Orientador(es): Estela Kaufman Fainguelernt:Franca Cohen Gottlieb.Universidade Santa Úrsula,1999.

MASETTO, Marcos Tarciso. **Competência pedagógica do professor universitário**. São Paulo: Summus, 2003.

MORETTI,M.T.A Translação como recurso no esboço de curvas por meio da interpretação global de propriedades figurais.**In: Silvia Dias de Alcântara Machado(org.).Aprendizagem em Matemática.registros de representação semiótica**.1ª ed.Campinas:Papirus,2003,v.1.p.149-160

PARISH,C.R. **Inequalities,absolute value, and logical connectives**. Mathematics Teacher, 85 1992, p. 756-757.

RODRIGUEZ, Carlos Roberto. **Álgebra I**. São Paulo: Ed. Plêiade, 1996.

ROGERS, C.R. **Tornar-se Pessoa**. 5ª ed. São Paulo, Martins Fontes,1981.

SACKUR, Catherine. **Problems related to the use of graphs in solving inequalities**. Proceedings of PME 28. 2004: p.148-151

TARDIF, Maurice (2000). **Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários – elementos para uma epistemologia da prática dos professores e suas competências em relação à formação para o magistério**. *Revista Brasileira de Educação*. São Paulo: Anped, jan/fev/mar/abr. p. 5-24.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Rio de Janeiro. Ed.Vozes. 3ª ed. 2002.

TSAMIR, P. ALMOG,N.,& TIROSH,D. **Student's solutions of inequalities**,Proceedings of PME 22,Stellenbosch,South Africa,Vol. IV,1998:p. 129-136.