

RENAN FARIA

**ELABORANDO E LENDO GRÁFICOS CARTESIANOS QUE
EXPRESSAM MOVIMENTO: UMA AULA UTILIZANDO
SENSOR E CALCULADORA GRÁFICA**

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**PUC/SP
São Paulo
2007**

RENAN FARIA

**ELABORANDO E LENDO GRÁFICOS CARTESIANOS QUE
EXPRESSAM MOVIMENTO: UMA AULA UTILIZANDO
SENSOR E CALCULADORA GRÁFICA**

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como
exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE
EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação da
Professora Dra. Janete Bolite Frant*

.

**PUC/SP
São Paulo
2007**

BANCA EXAMINADORA

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ **Local e Data:** _____

Ao professor
Gustavo do Carmo da Costa Filho
pela motivação e inspiração no estudo
da Matemática voltada á Educação.

AGRADECIMENTOS

À minha família, pela compreensão de minhas ausências, incentivando-me e auxiliando-me na consecução deste objetivo.

À Professora Doutora Janete Bolite Frant, pela orientação extremamente competente e disposição sempre prestimosa e, sobretudo, pela amizade e carinho em todas as etapas deste trabalho.

À banca examinadora, pelas contribuições durante a Qualificação.

A CAPES, pelo apoio financeiro recebido.

Resumo

Esta pesquisa teve como objetivo investigar e analisar a produção de significados, para alunos do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual de Minas Gerais, para gráficos cartesianos que representam o movimento retilíneo. Em particular, foram analisados os aspectos favorecidos na compreensão e elaboração do gráfico com lápis e papel e com o uso do sensor e calculadora gráfica e também o papel do professor e das atividades nesse ambiente além das interações ocorridas. O ponto de partida baseou-se em uma história, na qual os alunos foram instigados a construir sua representação gráfica cartesiana, utilizando-se de lápis e papel. Em seguida, empregaram o sensor com a calculadora gráfica. Os alunos foram instruídos pelos professores e deveriam se movimentar de modo a reproduzir um gráfico $d \times t$, correspondente ao oferecido na tela da calculadora. Assim, procurou-se contemplar a interação aluno-aluno, professor-aluno e aluno-tecnologia. As falas e as ações foram gravadas e transcritas. Como referencial teórico, o pesquisador valeu-se da Teoria da Cognição Corporificada, baseada em Lakoff e Nunes, em particular no papel das metáforas conceituais e no Modelo de Estratégia Argumentativa (MEA) para análise das falas e gestos organizadas em episódios que visavam a compreensão dos significados produzidos. As idéias de Nobile et al. Sobre aspectos de visualização foram empregadas, contemplando-se as implicações que distintas disposições de símbolos e gráficos acarretam na produção de significados pelos alunos. Concluiu-se que o uso adequado da tecnologia propiciou um “feedback” imediato aos estudantes e que isso interfere no tipo de relação que o professor tem com seus alunos, modificando, também, a compreensão sobre o uso de tecnologia em sala de aula.

Palavras Chave: Produção de Significado; Metáfora Conceitual; Tecnologia; Argumentação; Gráfico Cartesiano; Movimento Retilíneo.

Abstract

The purpose of this research was to investigate and analyze the meaning production for 10th graders of a school from the state network in Minas Gerais, about cartesian graphs that represent the rectilinear movement. The aspects favored in the understanding and elaboration of the graph using pencils and paper, a sensor, the graphic calculator, the teacher's paper and the activities in this environment were particularly analyzed, besides the interventions that occurred. The starting point was based in a story, in which the students were incited to build their cartesian graphic representation, using pencils and paper. After that, they used the sensor with the graphic calculator. The students were instructed by the teachers and they should move accordingly in order to reproduce a $d \times t$ graph, corresponding to the one offered in the calculator screen. Thus, it was tried to contemplate student-student, teacher-student and student – technology. The speeches and the actions were recorded and transcribed. As a theoretical reference the researcher used the Embodiment Cognition Theory, based on Lakoff and Núñez, especially in the role of the cultural metaphors and in the Model of Argumentative Strategies (MEA) for the analysis of the speeches and gestures organized in episodes, which aimed at the understanding of the meanings produced. The ideas from Mobile et al. about the visualization aspects were applied, contemplating the implications that different dispositions of symbols and graphs have in the meaning production by the students. It was concluded that the adequate use of the technology enabled an immediate feedback to the students and that this interferes in the kind of relation that the teacher has with his/her students, modifying, also, the understanding about the use of technology in the classroom.

Keywords: Meaning Production; Conceptual Metaphor; Technology; Argumentation; Cartesian Graph, Rectilinear Movement

Índice de Figuras

Figura 1- Esquema da Atividade.....	pg 25
Figura 2- Exemplo de visualização.....	pg 30
Figura 3- Distribuição na sala de aula.....	pg 32
Figura 4- O sensor e a calculadora gráfica.....	pg 35
Figura 5- Alice e alunos em grupos.....	pg 38
Figura 6- Gravador para os alunos.....	pg 39
Figura 7- Professora reforça os eixos com régua e lápis.....	pg 39
Figura 8- Dificuldade de relacionar os eixos.....	pg 40
Figura 9- Esquema geral do primeiro momento.....	pg 42
Figura 10- Gráfico desenhado pelos alunos.....	pg 44
Figura 11- Chamando a professora.....	pg 45
Figura 12- Movimento de ida e volta.....	pg 45
Figura 13- Mapeamento entre origem casa e origem (0;0).....	pg 51
Figura 14- Apresentação do sensor e calculadora gráfica.....	pg 52
Figura 15- Aluno observa a resposta na calculadora gráfica.....	pg 53
Figura 16- Esquema geral do segundo momento.....	pg 54
Figura 17- Risos diante do erro.....	pg 55
Figura 18- Diálogos ente professora e aluno.....	pg 55
Figura 19- Mapeamento entre espaço físico e espaço gráfico..	pg 57
Figura 20- Reunião das professoras.....	pg 58
Figura 21- Mapeamento do repouso.....	pg 62
Figura 22- Esquema geral do repouso.....	pg 64
Figura 23- Mapeamento da velocidade.....	pg 65
Figura 24- Esquema geral para a velocidade.....	pg 68
Figura 25- Falas sobre o tempo.....	pg 69
Figura 26- Mapeamento sobre o tempo.....	pg 70
Figura 27- Esquema geral para o tempo.....	pg 72
Figura 28- Gráficos apresentados no primeiro momento.....	pg 75

Índice de Gráficos

Gráfico 1-Desenho da Tarefa.....	pg 34
Gráfico 2- Gráfico apresentado na tela da calculadora.....	pg 35
Gráfico 3- Aluna fala de sua dúvida.....	pg 43
Gráfico 4- Destaque do gráfico desenhado pelos alunos.....	pg 44
Gráfico 5- Gráfico do grupo 3.....	pg 46
Gráfico 6- Gráfico do grupo 5.....	pg 47
Gráfico 7- Grupo 4 aproveita parte do gráfico do grupo 5	pg 47
Gráfico 8- Gráfico do grupo 4.....	pg 48
Gráfico 9- Gráfico do grupo 1.....	pg 48
Gráfico 10- Gráfico do grupo 2.....	pg 49
Gráfico 11- Fala do aluno no terceiro momento.....	pg 57
Gráfico 12- Gráficos gerados na tela.....	pg 60
Gráfico 13- Gráfico do diálogo.....	pg 61
Gráfico 14- Outra justaposição.....	pg 61
Gráfico 15- Gráfico sobre a inclinação da reta.....	pg 65
Gráfico 16- Gráfico sobre inclinação da reta com o sensor...pg	66
Gráfico 17- Gráfico sobre inclinação da reta- 3º momento....pg	67
Gráfico 18- Falas sobre o tempo.....	pg 68
Gráfico 19- Falando sobre o tempo.....	pg 71
Gráfico 20- Falas sobre o tempo- 3º momento.....	pg 72

Sumário

1 Introdução.....	13
1.1 Introdução.....	14
1.2 Revisão Bibliográfica	16
1.3 Problema de Pesquisa.....	20
 2 Fundamentação Teórico-Metodológica.....	 22
2.1 Conhecimento, Informação e Produção de Significados.....	23
2.2 A Teoria da Atividade.....	24
2.3 MEA-Modelo de Estratégia Argumentativa.....	26
2.4 Teoria da Cognição Corporificada.....	27
2.5 Aspectos de Visualização.....	29
2.6 Procedimentos Metodológicos.....	32
2.6.1 Construção dos Dados.....	32
2.6.2 A Tarefa.....	33
2.6.3 Primeiro Momento- Problema do Joãozinho.....	33
2.6.4 Segundo Momento- Justapor o Gráfico.....	34
2.6.5 Terceiro Momento.....	35
2.6.6 Análise dos Dados.....	36
 3 Uma Análise dos Episódios.....	 37
3.1 A aula.....	38
3.1.1 Da História ao Gráfico.....	40
3.1.2 Antes da Lousa.....	43
3.1.3 Na Lousa.....	46
3.2 Episódio 1-Os Eixos Coordenados-Origens e Referencial.....	50
3.2.1 Primeiro Momento (Papel e Lápis).....	50
3.2.2 Segundo Momento (Sensor, Calculadora e Ficha).....	52
3.2.3 Terceiro Momento- Vendo- Gráfico para Gráfico.....	56
3.2.4 O Papel da Professora nesse Episódio.....	58
3.3 Episódio 2- O Repouso.....	60
3.3.1 Segundo Momento-Sensor, Calculadora e Ficha.....	60

3.4 Episódio 3- A Velocidade.....	64
3.4.1 Primeiro Momento (Papel e Lápis).....	64
3.5 Episódio 4- O Tempo.....	68
3.5.1 Segundo Momento: Sensor, Calculadora e Ficha.....	70
3.5.2 Terceiro Momento: Vendo Gráfico para Gráfico.....	71
4 Conclusão e Considerações Finais.....	73
4.1 Conclusão.....	74
4.1.1 Primeiro Momento.....	74
4.1.2 O Uso do Sensor e da Calculadora Gráfica.....	76
4.1.3 A Interação Professor-Aluno.....	79
4.1.4 As Considerações Finais e Sugestões.....	79
5 Referências Bibliografias	81
6 Anexo-transcrição.....	85

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 Introdução

Desde 1991, leciono Física e Matemática em escolas particulares do Estado de São Paulo no Ensino Fundamental ou Médio, assim, meu envolvimento com a Educação sempre foi encarado com prazer e desafio. O prazer ficava por conta da consciência da importância de ensinar. O desafio pelas inúmeras dificuldades que os alunos, de um modo geral, apresentavam na compreensão de conceitos matemáticos. E, novamente, o prazer, o de vencer tal desafio.

Em 2002, passei a lecionar Matemática em uma Universidade particular do Estado de São Paulo, encontrando dificuldades semelhantes, por parte dos alunos, na compreensão de conceitos matemáticos na disciplina Matemática Financeira do curso de Administração. Comecei, então, a questionar-me: será que sou eu que não estou sabendo entender as dificuldades por que passam meus alunos ?

Incentivado por colegas interessei-me em fazer um mestrado na área de Educação Matemática, procurando compreender com mais profundidade os processos de ensino e de aprendizagem.

Ao começar meus estudos percebi que fazer pesquisa era algo bem diferente do que pensava. Não se tratava apenas de observar, mas saber o que e como observar. Ao relacionar-me com o grupo COTLEM – (Corpo, Tecnologia e Linguagem em Educação Matemática), um subgrupo de pesquisa do grupo G3-TECMEM do programa de Educação Matemática da PUC-SP, pude ver como a tecnologia era utilizada em pesquisas em sala de aula e, com a ajuda de minha orientadora, Professora Doutora Janete Bolite Frant, empolguei-me e me envolvi em seu grupo de pesquisa. A partir daí, fui delineando a idéia de utilizar tecnologia em sala de aula e sempre levando em conta o papel da linguagem escrita, oral e gestual, na compreensão dos processos cognitivos dos alunos.

Mas o que pesquisar exatamente ? Um conteúdo que sempre ensinei, desde o início de meu trabalho como professor, foi o de Função Real¹, quase sempre encontrando dificuldades em sua compreensão por parte dos alunos. Vale afirmar que minha abordagem sempre deu ênfase à álgebra em detrimento dos aspectos gráficos e tabulares.

Levando-se em conta a importância que os PCNs², ENEM² e vestibulares dão à compreensão, leitura e elaboração de gráficos, acabei optando, para essa pesquisa,

1- doravante apenas função

2- PCN-Parâmetros Curriculares Nacionais e ENEM-Exame Nacional do Ensino Médio

Ao pesquisar a respeito do ensino de função verifiquei nos trabalhos de Zuffi (2001), Bolite Frant (2002; 2003; 2005), Brito e Almeida (2005) reflexões sobre as dificuldades encontradas por alunos e professores na definição de função. Os estudos evidenciam que as diferentes concepções pessoais dos professores acabam por trazer obstáculos à aprendizagem por parte dos alunos, como a escolha de um grande formalismo ou de uma abordagem muito intuitiva. Apontam também a falta de uma perspectiva histórica, epistemológica, que permita ao professor melhor reflexão sobre o tema em questão.

Portanto, investigar e analisar as relações entre professor, aluno e atividade proposta poderia ajudar a entender melhor os processos de produção de significado para função.

Uma vez definido o tema Gráfico de Função, realizei uma revisão da literatura, na qual tive acesso, como é apresentada neste capítulo, com o intuito de me situar nas pesquisas sobre o uso de tecnologia, o papel do corpo na cognição matemática e o emprego da linguagem na produção de significados pelos alunos em sala de aula, em particular estudando a representação gráfica de função real.

Optei pela utilização de sensores de movimento com calculadora gráfica, pois a atividade corporal e os aspectos gráficos estariam evidenciados. Para tanto, foi escolhida uma atividade que envolvesse a Física do movimento, em particular, o movimento retilíneo.

Para a realização desta dissertação, vali-me da filmagem realizada em uma sala de aula de 1º ano do Ensino Médio com 28 alunos, reunidos em pequenos grupos, em uma escola estadual de Belo Horizonte-MG. A professora da turma participa de um grupo de estudos composto por duas doutorandas, do COTLEM, e cinco professoras da rede pública e privada de Belo Horizonte. Este grupo reunia-se regularmente e a professora da turma em questão pediu para usar em sua sala os sensores e calculadoras gráficas que elas estavam investigando. Assim, levou a proposta do COTLEM para sua turma. A professora propôs aos alunos que resolvessem um problema, cuja resposta recaia na construção de um gráfico cartesiano de posição por tempo.

A tarefa foi dividida em três momentos:

1. Lápis e Papel-- Uma ficha de trabalho impressa, contendo uma história envolvendo o movimento retilíneo que foi oferecida a cada aluno. Em grupo,

usando papel e lápis, o aluno deveria esboçar o gráfico cartesiano que representasse tal situação.

2. Ambiente Tecnológico--Cada grupo recebeu um sensor e uma calculadora gráfica. Eles deviam se movimentar de modo a produzir um gráfico sobreposto àquele que aparecia no visor da calculadora.
3. Revisitando o Lápis e Papel-- O grupo voltava à ficha 1 e decidia se queria ou não modificar o gráfico esboçado.

A professora de Matemática da turma conversou com a de Física que entendeu que não se tratava de ceder uma aula, mas sim de ter uma aula em comum. Assim, duas aulas, de 50 minutos cada, foram utilizadas para a realização da atividade. Que foi filmada e gravada em DVD, sendo incorporada a um banco de dados de vídeos do projeto LOVE ME¹.

Com base nesse DVD, encontrei um foco, assim investigo e analiso os aspectos que são favorecidos na compreensão e elaboração do gráfico cartesiano com lápis e papel e com uso do sensor e calculadora gráfica, o papel do professor e, consequentemente, as interações ocorridas.

1-2 Revisão Bibliográfica

Apresentamos agora trabalhos que trouxeram contribuições a nossa pesquisa, ao evidenciarem a atividade corporal, a linguagem e o uso de tecnologia.

Noss, Healy e Hoyles (1997) ao apresentarem um ambiente de micromundo² com o software Mathsticks, procuram aplicar os aspectos concreto e abstrato da Matemática de maneira quase simultânea trabalhando com o visual e o simbólico.

Expressam que uma das grandes dificuldades de aprendizado para o aluno está na relação entre os conhecimentos adquiridos e os novos que se apresentam. Na tentativa de superar esta dificuldade, é comum que o professor parta dos exemplos concretos para os mais abstratos, mas nem sempre o aluno consegue realizar essa

¹ LOVE ME- Learning Objects in Virtual Environment: Mathematic education do Tidia Ae FAPESP

² micromundo como uma área de exploração que dá ao estudante a hipótese de experimentar conceitos que de outro modo seriam difíceis.

conexão, apresentando, ainda, dificuldade de relacionar ação e expressão de forma significativa.

Ressaltam, contudo, a dificuldade que o aluno apresenta de criar essas relações entre o concreto e o abstrato.

Os autores afirmam que a tecnologia pode ajudar a construir essa relação e observam que, para tal :

- Os usuários da tecnologia, (professores e estudantes), devem estar atentos sobre o que desejam realizar e como a tecnologia pode ajudá-los;
- A tecnologia deve ser integrada ao currículo e não, simplesmente, adicionada como uma atividade extra;
- O foco de toda a atividade deve ser o conhecimento matemático e não a ferramenta ou o software; e
- A tecnologia é apresentada como ferramenta auxiliar da atividade matemática, criando uma relação entre concreto e abstrato.

Barab, Bowdish e Lewless (1997) afirmam que o uso de softwares que trabalhem casos particulares de funções e que permitam aos estudantes inferirem uma generalização, mostram-se interessantes na medida que promovem uma conexão entre concreto e abstrato, sobretudo pela interação entre o visual apresentado e as relações simbólicas em um processo cognitivo intenso. Concluem dizendo (1997, p.38): “É importante a percepção de um ambiente desafiador e que os motive a expressarem suas próprias idéias e que os incentivem a buscar justificativas e provas de suas conclusões.”

Kieran e Yerushalmy (2004) em um estudo de revisão sobre os trabalhos realizados por Nemirovsky, Kaput, Rochelle, Yerushalmy, Rubin e Stenberg entre 1987 e 2001, a respeito do papel da tecnologia no ensino de função mostram que uma contribuição favorável dos softwares na construção do significado simbólico de função, por meio de atividades ligadas à Física, também ajudou e motivou na execução de atividades com movimento retilíneo.

Nestes trabalhos, observamos a perspectiva da tecnologia como facilitadora ao criar conexões entre concreto e abstrato.

Uma perspectiva um tanto distinta apresentam Castro, Bolite Frant e Lima (2001) em seus resultados, enfatizam a importância do uso de tecnologias para promover um ambiente de produção de significados aos alunos distintos de outros. Neste

caso, evidenciam que o ambiente tecnológico levou os alunos a falar de função de um modo bastante diferente do que poderiam falar, usando papel e lápis. Enfatizando um ambiente que favoreça a negociação desses significados.

Bolite Frant (2000) propõe que o recurso tecnológico funciona como prótese. Que não apenas substitui algo em falta, mas seu uso obriga que o sujeito aja de modo diferente, assim, a tecnologia – prótese permite ao aluno falar de fatos que de outra forma não poderia referir-se. Enfatiza que a importância da tecnologia não reside na possibilidade do aprendiz fazer uma “simples” passagem do concreto para o abstrato, mas, na produção de novos textos que promovam a ampliação do repertório do aluno na direção de incorporar conhecimentos novos aos já conhecidos, bem como ampliar as inferências que o aprendiz faz.

Lins e Kaput (2004, p.55) acrescentam que: “O ponto chave é que crianças podem fazer mais, se nós fornecermos a elas acesso a ferramentas culturais apropriadas.” que propiciariam maior integração da álgebra com suas aplicações, além de possibilitar ações sobre as manipulações que, de outra forma, não seriam possíveis.

Ao buscarmos, especificamente, a respeito do uso de sensor e da calculadora gráfica no ensino de Matemática encontramos algumas pesquisas, conforme aparecem a seguir.

Radford, L. et al (2003) apresentaram uma pesquisa com alunos do 1º ano do Ensino Médio sobre produção de um gráfico, relacionando distância e tempo. O problema consistia em traçar o gráfico de um cilindro que se move em um plano inclinado para cima, até um ponto onde é largado, solto. Além da atividade com papel e lápis, também, valeram-se do sensor com calculadora gráfica (TI 83+), no qual perguntavam aos estudantes as diferenças obtidas entre os gráficos elaborados com e sem o sensor e calculadora. Os processos de produção de significados foram analisados em termos semióticos, tais como gestos, gráficos, enunciações, que vieram a intervir durante a atividade matemática. Na conclusão da pesquisa, sugerem que as relações entre gestos e enunciações permitiram aos

estudantes dar significado às expressões gráficas de espaço-tempo no ambiente com tecnologia.

Os autores referidos apontam a transparência da variável tempo na representação dos estudantes e referiam ser necessário que os professores façam com que os alunos prestem mais atenção à variável tempo. O gráfico neste caso era uma parábola, mas, no caso de função linear, o tempo seria menos transparente? Neste trabalho buscamos observar se o mesmo ocorre e como a professora lida com esse fato.

Scheffer (2002) apoiada em Merlau Pointy, investigou o estudo de funções na 8ª série do Ensino Fundamental, usando sensores e calculadora gráfica. Afirmar que essa tecnologia ajuda na exploração, por parte dos estudantes, das relações matemáticas entre distância, tempo, velocidade e aceleração, com base nos dados obtidos dos movimentos corporais com os sensores junto ao corpo, favorecendo a exploração de funções matemáticas representativas do movimento. As conclusões apontavam que a valorização da expressão corporal, associada a um ambiente tecnológico, propiciaram um modo diferente de ver o objeto matemático, favorecendo discussões muito ricas entre os estudantes. Scheffer trabalhou com gráficos de várias funções e preocupou-se em verificar as discussões entre os alunos e suas explorações para compreensão das variáveis envolvidas: distância, tempo, velocidade e aceleração.

Segundo a autora :

Com a experiência corporal junto às mídias, o gráfico cartesiano assumiu uma abordagem diferente daquela que o considera como somatório de pontos. Passou a ser uma função representativa de uma situação de movimento vivenciada pelo estudante com os sensores, e também um instrumento que, com sua imagem, possibilita reviver ou representar um movimento corporal. (SCHEFFER, 2002, p.6).

Noble et al. (2004) pesquisaram, com alunos da 6ª série, o uso da calculadora gráfica na simulação do movimento de um elevador associado ao gráfico de velocidade por tempo. Ressaltaram ser importante estar atento aos aspectos estáticos e dinâmicos das representações gráficas, à maneira como os alunos

interpretam um gráfico já pronto e outro que eles constroem, por exemplo, usando calculadoras gráficas, o que propicia inferências próprias na hora de interpretá-los.

Robutti e Ghirardi (2005) realizaram uma pesquisa com alunos do 5º grau, equivalente à nossa 5ª série do Ensino Fundamental, sobre movimento retilíneo e sua representação gráfica por meio do movimento do corpo. O experimento utilizou artefatos tecnológicos, pedômetro e calculadora gráfica, nos quais os alunos mediram posição, distância e tempo e, com base na experiência corporal, puderam falar, discutir e compreender a idéia de variável e sua relação de dependência, entre elas. A conclusão foi que os artefatos tecnológicos favorecem uma percepção e o aprendizado de reconstrução simbólica do movimento e do modelo matemático linear envolvido.

Verificamos que os trabalhos de Scheffer focam-se na atividade corporal; ao passo que os de Radford e Robutti, enfatizam a necessidade de se estar atento para a linguagem e à semiótica, já Nobile et al. acrescentam a importância da relação entre o estático e o dinâmico nas visualizações e construções gráficas.

Bolite Frant et al (2006) referem-se a respeito da atividade corpórea nos aspectos do movimento corporal, enfatizando o uso da tecnologia como prótese. Já em Castro e Bolite Frant (2002), temos a linguagem cotidiana como a base para a produção de conhecimento que acontece a partir das interações entre sujeitos e afirmam que o pensamento e a linguagem têm a mesma natureza. A partir daí, apresento o problema do estudo.

1.3 Problema de Pesquisa

Minha pesquisa busca olhar o diálogo cotidiano utilizado por alunos e professores para falarem a respeito do gráfico cartesiano de função, investigando e analisando os aspectos que são favorecidos na compreensão e elaboração do gráfico cartesiano com papel e lápis, com o uso do sensor e calculadora gráfica,

bem como o papel do professor e das atividades nesse ambiente, além das interações que ocorrem entre aluno-aluno, aluno-professora.

Para tal, levantamos as seguintes questões:

- 1) Quais argumentos, alunos e professores utilizam durante a atividade envolvendo movimentos retilíneos com papel e lápis? E com tecnologia ?
- 2) Quais metáforas conceituais emergem durante esta atividade ?
- 3) Quais aspectos em relação á compreensão do gráfico cartesiano $P \times t$ podemos destacar em cada ambiente ?
- 4) Quais aspectos em relação ás interações entre alunos e professores e a autonomia dos alunos podem ser expressos ou destacados ?

Para apresentar nossa dissertação este trabalho foi assim dividido:

No capítulo 1, apresentamos o objetivo da dissertação e o contexto no qual ela se insere. No capítulo 2, desenvolvemos a fundamentação teórica e a metodologia utilizada; no capítulo 3, a análise dos dados coletados e no capítulo 4 as conclusões finais.

Capítulo 2

**FUNDAMENTAÇÃO
TEÓRICO-METODOLÓGICA**

Para atender ao objetivo desta pesquisa apresento algumas idéias e teorias que se articulam para embasar o presente estudo. Como queremos analisar os aspectos que os alunos produzem no interior de uma atividade, começamos com alguns pressupostos sobre conhecimento, aprendizagem e produção de significado e de como essas idéias se inserem no contexto da pesquisa.

Para análise dos argumentos que se apresentam no discurso, que ocorre durante as tarefas, foi adotado de Castro e Bolite Frant (2001) o Modelo de Estratégia Argumentativa (MEA). Na investigação do papel do corpo e dos argumentos que surgem por meio de Metáforas Conceituais, valemos-nos da Teoria da Cognição Corporificada de Lakoff e Núñez (2000). Utilizamos algumas idéias da Teoria da Atividade, Leontiev (1991), por considerarmos que as tarefas realizadas estão inseridas em um contexto social em que ocorre a interação entre os participantes. Assumimos também as idéias de Noble et al. (2004) sobre a importância de articular os significados nas múltiplas representações, nas quais os símbolos se apresentam (em nosso caso, os símbolos gráficos).

2.1 Conhecimento, Informação e Produção de Significado

Bolite Frant (2002) afirma que informação e conhecimento não são a mesma coisa, enquanto informação pode ser transmitida para outra pessoa ou transportada de um local para outro como na transmissão de informação via livro, lousa, CD, DVD ou outra mídia tecnológica, conhecimento é algo mais complexo e não pode ser adquirido ou transferido, mas, produzido pelo sujeito cognoscente.

Um dos modos de produção de significados ocorre no momento em que o sujeito dialoga, fala a respeito de algo, considerando o contexto no qual se fala. Então, o conhecimento é entendido, como um produto da enunciação do sujeito, seja ele oral ou escrito.

Para tal perspectiva, encontramos respaldo em Lins e Gimenez (2001) para quem produzir significado:

“É o conjunto de coisas que se diz a respeito de um objeto. Não o conjunto do que se poderia dizer e, sim, o que efetivamente se diz no interior de uma atividade. Produzir significado é, então, falar a respeito de um objeto”. (LINS e GIMENEZ, 2001,p.145)

Outro modo, ocorre quando o sujeito atua sobre um objeto, um problema. Neste trabalho, enfatizaremos os diálogos e as interações.

Bolite Frant (2002) e Castro e Bolite Frant (2002) afirmam que a linguagem que efetivamente participa da produção de conhecimentos matemáticos na sala de aula é a linguagem natural ou ordinária. Desse modo, os objetos matemáticos são constituídos pelos sujeitos da mesma forma que os objetos do cotidiano, ou seja, por meio da linguagem do dia a dia. Portanto, esta linguagem cotidiana reveste-se de importância para compressão da produção de significados para objetos matemáticos.

Na medida que iremos analisar a produção de significados em sala de aula, os diálogos produzidos pelos alunos e professores serão o foco de nosso interesse.

Bolite Frant (2002) afirma que o contexto no qual o sujeito está produzindo conhecimento deve ser levado em conta e o diálogo que se estabelece entre professor e aluno é muito importante. Nesse diálogo, não se considera apenas a linguagem oral, mas também os gestos e a escrita, o que caracteriza a linguagem como algo mais amplo.

Desse modo, objetivo explicitar as falas dos alunos e das professoras no desenvolvimento das tarefas, observando o que é dito e não o que esperaria que dissessem durante a resolução da tarefa.

2.2 A Teoria da Atividade

Como nosso interesse está nos argumentos que se anunciam durante a realização das tarefas no contexto de uma sala de aula onde interagem alunos, professores e tecnologia, buscamos um aporte teórico dentro da perspectiva sócio cultural que viabilizasse a compreensão do contexto. Assim, encontramos na Teoria da Atividade (Leontiev, 1991, p.67), um modelo que tem por foco os motivos, as intenções que movem os sujeitos no interior de uma atividade.

Faremos uma discriminação das características centrais que serão úteis para nossa análise.

Nessa teoria, encontramos na estrutura das interações sociais a base da estrutura do pensamento humano e, portanto, é necessário entender as relações sociais, nas quais os indivíduos se inserem.

Para Leontiev, existem três níveis de análise para a Teoria da Atividade humana: atividade, ações e operações :

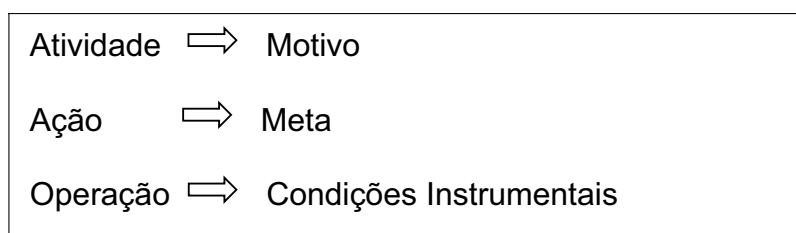


Figura 1-Esquema da Atividade

A atividade está diretamente associada ao motivo, que surge na tentativa de se alcançar determinado objetivo. Para isso, o sujeito precisa realizar ações, que são planejamentos conscientes que permitiriam o sujeito satisfazer seu desejo. Estas ações estão relacionadas a metas, podendo não coincidir totalmente com os objetivos da atividade, mas residindo nela (Leontiev, 1991, p.69).

Uma vez definidos esses objetivos conscientes, as condições externas vão determinar o conjunto de “passos” que deverão ser realizados no sentido de atingir o que foi proposto. Estes “passos” são as operações (Leontiev, 1991, p.74). Assim, podemos dizer que, uma ação é constituída de uma ou várias operações, do mesmo modo, uma atividade pode estar associada a várias ações diferentes, ou ainda, uma ação pode ser útil a diferentes atividades.

Em pesquisa realizada por Even e Schwartz (2003), durante a realização de uma atividade em sala de aula, os motivos encontrados pelo professor e alunos foram diferentes. O do professor era que os alunos aprendessem Matemática, em particular, que compreendessem diferentes representações de função. Desse modo, suas ações derivaram diretamente de sua motivação.

Já os estudantes, sentiram dificuldade de entender as necessárias conexões das ações do professor, e a aula passou a não ter maior interesse. Os alunos, então, e isso era percebido pelas filmagens, passaram a se motivar para obter a resposta correta e suas ações dirigiram-se nesse sentido. Ficou claro, portanto, que professor e alunos realizavam atividades distintas.

A realização de uma tarefa como a que faremos, poderá promover uma situação propícia ao debate e, na observação de seus motivos e ações, poderemos encontrar o envolvimento no qual estão engajados, possibilitando uma compreensão de suas intenções por meio de falas, gestos e escritos

Para analisar o discurso em sala de aula, vamos nos valer do Modelo de Estratégia Argumentativa,(MEA), explicado, a seguir.

2.3 MEA - O Modelo da Estratégia Argumentativa

O MEA é um modelo teórico que auxilia a análise da linguagem falada e/ou escrita por alunos e professores no contexto da sala de aula. Nesta pesquisa, diante de uma tarefa, os alunos são postos em uma situação, em que devem argumentar e negociar os significados produzidos pelos diferentes grupos.

Castro e Bolite Frant (2002) afirmam que não existe uma linguagem construída para argumentação cotidiana¹ como é o caso da linguagem matemática. Quem argumenta faz uso da linguagem cotidiana. No interior do discurso, as argumentações são construídas, com base nas hipóteses que o locutor tem sobre o conjunto de pessoas as quais deseja influenciar com seu discurso.

Aquele que argumenta se dirige a outro intencionalmente, portanto o argumento é sempre dependente da hipótese sobre as preferências e os saberes do auditório (audiência). Um dos principais objetivos da argumentação é convencer uma determinada audiência sobre uma idéia ou tese. (BOLITE FRANT, CASTRO e LIMA, 2000, p.02).

Conforme Perelman (2000), argumentação é o processo que se desenvolve baseado em uma controvérsia, quando alguém quer convencer o outro de alguma idéia explícita ou implicitamente.

É importante salientar que buscamos interpretar as produções de significados baseados nas argumentações no contexto das enunciações. Por exemplo, ao perguntar a um aluno se compreendeu determinado tópico, ele responde : “Entendi tudo ! “. Ele pode estar sendo irônico e não ter entendido nada e, assim, é necessário perceber o tom de voz , os gestos e expressões, pois nesse caso não compreendeu.

1- Daqui em diante, “argumentação” será utilizada como argumentação cotidiana; sempre que necessário “argumentação matemática” ,será referida na íntegra para diferenciar.

O MEA procura relacionar, como se diz, o que se diz e por que se diz o que foi dito. As interações dos alunos serão analisadas apoiadas em uma reconstrução desses argumentos, esquematizando-os por meio de enunciados simples que os sintetizem.

Nos episódios, a análise dos argumentos é feita por meio de esquemas que organizam os argumentos e, desse modo, procuramos a intenção do que está sendo dito. Devemos levar em conta os “implícitos” que ocorrem durante os diálogos como por exemplo, o silêncio ou a expressão do olhar que pode trazer informações cognitivas relevantes.

Esta reconstrução se dá por intermédio de “episódios” ,no qual um episódio é entendido como uma sequência de diálogos entre os integrantes de um grupo escolhidos por conter dados relevantes ao que se deseja pesquisar (Castro e Bolite Frant, 2001).

Como estamos interessados nos implícitos que surgem no discurso, e queremos observar o verossímil que emerge, em vez do verdadeiro, a teoria da Cognição Corporificada articulada a este modelo nos ajuda a ter mais elementos, entre eles os gestuais e os implícitos que surgem nas falas, não apenas pelas regras sociais, mas também por ser inconsciente ao falante. Esta articulação vem sendo utilizada por Bolite Frant (2000); Dalanese (2004); Mometti (2007).

2.4 Teoria da Cognição Corporificada

Em seus estudos sobre a linguística cognitiva, Lakoff e Johnson (2002), observam que, por meio da linguagem, expomos idéias estruturadas metaforicamente, isto é, concebemos uma idéia em termos de outra para compreensão das mesmas e criação de outras. Os autores enfatizam que as metáforas assumem um papel mais amplo do que apenas figuras de linguagem.

Afirmam :

“A afirmação mais importante que fizemos até aqui é que a metáfora não é somente uma questão de linguagem, isto é, de meras palavras. Argumentaremos que, pelo contrário, os processos de pensamento são em grande parte metafóricos. Isto é o que queremos dizer quando afirmamos que o sistema conceptual humano é metaforicamente estruturado e definido. As metáforas, como expressões lingüísticas, são possíveis por existirem metáforas conceituais de cada um de nós” (LAKOFF e JOHNSON, 2002, p.48).

Conforme estes autores, o sistema conceitual humano forma-se, em grande parte, inconscientemente, pois pensamos e agimos em nosso dia a dia quase sempre de maneira automática. Compreendemos o mundo por meio de mapeamentos metafóricos constituídos com base em nossa experiência sensório-motor.

A metáfora conceitual é definida por Núñez (2001), como um mapeamento¹ intra-domínios que preserva inferências. O domínio alvo é entendido como domínio do novo, do que se quer aprender, entender. O domínio fonte é percebido como o domínio do que se sabe e de onde as inferências ali realizadas são mapeadas para o domínio alvo. Segundo o autor, este mapeamento é em geral inconsciente.

“Metáfora conceitual é um mecanismo cognitivo que nos leva a fazer inferências precisas em um domínio de experiência (domínio alvo) baseado em inferências que são mapeadas de outro domínio (domínio fonte). Através desse mecanismo, o domínio alvo é entendido, muitas vezes inconscientemente, em termos da estrutura inferencial do domínio fonte”. (NÚÑEZ, 2001, p.119).

Lakoff e Núñez (2000) defendem que a Matemática produzida pelo ser humano, é criação de nossa mente, mas não de forma arbitrária, já que é baseada na experiência cotidiana e segue um determinado padrão. Apontam para dois tipos de metáforas conceituais: as básicas e as de ligação. As metáforas básicas são as que se relacionam diretamente com as experiências físicas e sensório-motoras, cujos domínios envolvidos são, em geral, distintos.

Como exemplo de metáfora conceitual básica citamos : “Caminhamos contra o tempo “. O conceito abstrato “tempo” e o ato físico de caminhar, se movimentar, aparentemente não possuem relação alguma. Mas, baseados na experiência direta com nosso corpo, atribuímos um sentido de caminhar ao tempo. Assim, acabamos compreendendo a idéia de tempo, relacionando espaço físico e espaço temporal.

As metáforas de ligação não possuem relação direta com a experiência física, apenas, envolvem domínios que podem não ser distintos, por exemplo, quando conceituamos números, como pontos em uma reta. O domínio envolvido é o matemático².

1- Um mapeamento é a correspondência entre objetos em dois domínios diferentes.

2- Ver Lakoff e Núñez (2000) para maior aprofundamento

Concordamos com os autores que muitos objetos matemáticos são construídos pelo sujeito de modo metafórico, baseados direta ou indiretamente nas experiências motoras e sensoriais do cotidiano. Tais objetos vão se modificando, dependendo das relações sociais propícias em uma determinada cultura.

Nossa pesquisa leva em conta a emergência de metáforas conceituais, quando vamos observar os alunos trabalhando com a representação gráfica cartesiana. Complementando essa visão, vamos nos apoiar, também, na classificação de Noble et al. (2004) para os aspectos da visualização.

2.5 Aspectos de Visualização

Bolite Frant et al. (2006) afirmam que ver e enxergar são ações diferentes. Enquanto enxergar é a capacidade de funcionamento do nervo ótico, ver está relacionado com o conhecer. Em expressões : “viu isso ?” mapeamos as inferências advindas de “entendeu isso ?”.

Não é apenas o fato da tecnologia desenhar um gráfico, que ele se torna evidente para o aluno.

Tal resultado é enfatizado por Noble et. al (2004). Conforme os autores, visualizar um gráfico cartesiano construído com papel e lápis ou na tela de uma calculadora gráfica implica considerar aspectos que dependem de como se olha. A idéia de que se deve aprender a olhar para interpretar é fundamental.

Os autores evidenciam a importância da interpretação das representações nas quais os alunos devem aprender a olhar para poder interpretar. Afirmam “Disciplinar a percepção é tão importante quanto aprender algum fenômeno matemático. Articular os significados nas múltiplas representações é vital para a compreensão do fenômeno.” Noble et al. (2004, p.86).

Segundo os autores referidos os dispositivos visuais, tais como: desenhos, gráficos, esquemas, etc, considerados importantes, também, apresentam dificuldades. No caso do estudo de funções, as diversas representações, como as tabulares, diagramas de setas, algébricas e gráficas, cada uma possibilita inferências locais próprias o que implica a necessidade de um processo de ensino e

aprendizagem, no qual o aluno possa experienciar a compreensão de cada uma e articular essas múltiplas representações.

Estes autores propõem, baseados em Wittgenstein, a seguinte classificação: Vendo; Não Vendo e Reconhecendo.

A imagem da Figura 2 apresenta uma surpresa pois podemos ao início ver somente um pato ou um coelho, e sozinhos ou a partir da conversa com um colega reconhecer que possui mais de uma interpretação.

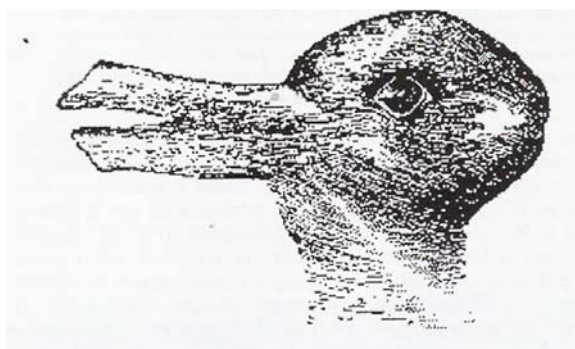


Figura 2- Exemplo de visualização - Fonte: Noble et al. (2004 p.112)

Esta capacidade de perceber várias imagens em uma mesma representação é vinculada às experiências vividas, ou seja, depende da familiaridade com as diversas imagens percebidas. A essas experiências Wittgenstein chamou de “visualização”.

Noble et al. (2004) apresentam alguns aspectos para essa visualização:

- a) “VENDO” : Uma pessoa ao olhar para a Figura 2 pode vê-la como um pato ou um coelho, ver as duas e passear entre essas duas diferentes representações gráficas.
Apresentam como exemplo o caso do gráfico de velocidade por tempo. As linhas colocadas na tela do computador ou em uma folha de papel serem percebidas como desenhos de figuras conhecidas, como pássaros, equações matemáticas, movimento de algo que sobe, etc.;
- b) “NÃO VENDO” : na qual se vê apenas os componentes individuais ou fragmentos de uma imagem e ser incapaz de dar sentido a imagem, como um todo.
No exemplo acima o aluno pode perceber pontos no gráficos que aumentam seus valores e não reconhecer a representação do distanciamento do corpo em relação a uma origem.
- c) “RECONHECENDO” : Neste caso temos uma forma de experiência na qual o sujeito se encontra diante de um desenho gráfico não familiar. Mas há a tentativa de reconhecimento partindo de algo já conhecido.

No caso de um gráfico de velocidade X tempo que pode ser percebido como mais um gráfico com pouca ou nenhuma relação com a cinemática, da Física. RECONHECENDO é um aspecto situado entre os extremos dos aspectos de Vendo e Não-Vendo.

Essa experiência de “reconhecendo” deve fazer o aluno enxergar o arranjo todo de linhas em uma nova forma devido a reconhecer uma semelhança com alguma outra coisa. Após um tempo esse novo todo se estende e se consolida fazendo com que se veja a imagem com algo que não fora possível anteriormente. (Noble et al., 2004, p.92).

Os autores chamam a atenção para os aspectos estáticos e dinâmicos dessas representações como no caso de um gráfico que se apresenta de forma estática em contraposição ao uso, por exemplo, de sensores, cujos gráficos de movimento por tempo se constroem dinamicamente.

O fato deve provocar enunciações distintas aos dois casos. Quando da forma estática, os argumentos dependerão do conhecimento prévio que o aluno venha ter sobre a Matemática e a Física do movimento. Quando da construção dinâmica, o aluno pode ter como referência o movimento do próprio corpo e os argumentos são expressos com mais naturalidade e, muitas vezes, de modo inconsciente, por exemplo : aproximo-me, afasto-me, paro, mais rápido, entre outros.

Segundo Noble et al. (2004, p.100), a expressão “campo de possibilidade”, procura compreender, como a organização dos símbolos, dispostos no espaço físico, pode modificar a maneira como interpretamos esse conjunto de símbolos.

Ao olharmos uma figura como um todo, procuramos reconhecer aquilo que já é familiar e isso pode ter importância na fala e no discurso do estudante, quando de suas observações quanto ao que vê.

Se o aluno aprende gráficos de função e sua relação com a expressão algébrica associada, possui ele um repertório no qual se apóia para falar do gráfico.

Conforme suas experiências com esses gráficos vão se ampliando, seja em uma abordagem diferente, por exemplo, com o uso do sensor com a calculadora gráfica, ou em uma reavaliação do que já fez, revendo o problema com papel e lápis, esperamos que a produção de significados, também, amplie-se, aumentando seu repertório de conhecimentos de modo a falar mais e melhor sobre o problema .

Em nossa pesquisa, buscamos acompanhar os aspectos que podem emergir durante a realização da atividade.

2.6 Procedimentos Metodológicos

2.6.1 Construção dos Dados

Para a realização desta pesquisa nos valem de um vídeo que faz parte do banco de dados de vídeos¹. Em 2004, a Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) havia promovido o VEREDAS, projeto de formação continuada para professores da rede pública. Uma de suas coordenadoras, Tânia Costa², convidou essas professoras para constituir um grupo de estudos e conseguiu Dez professoras de Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Uma delas, a professora Alice, motivada com as calculadoras gráficas e sensores, compartilhou uma aula com a professora de Física. Ela já havia iniciado o tópico de funções e por ter trabalhado com esse kit pensou que seria interessante, também, para seus alunos.

Cinco professoras do grupo propuseram-se a ajudar Alice a levar o material e gravar a aula. Foi escolhido um cenário que consistiu de uma turma do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública de Belo Horizonte-MG com 28 alunos que se organizaram em cinco grupos, dois com cinco e três com seis alunos.

Como Alice havia combinado com a professora de Física, duas aulas seguidas de 50 minutos cada foram utilizadas. A preocupação de todas as professoras era no sentido de esclarecer dúvidas, fazer mais perguntas, incitando a reflexão e a negociação de significados, mas sem dar as respostas aos alunos. A disposição dos grupos na sala de aula e suas identificações podem ser vistas na figura 3.

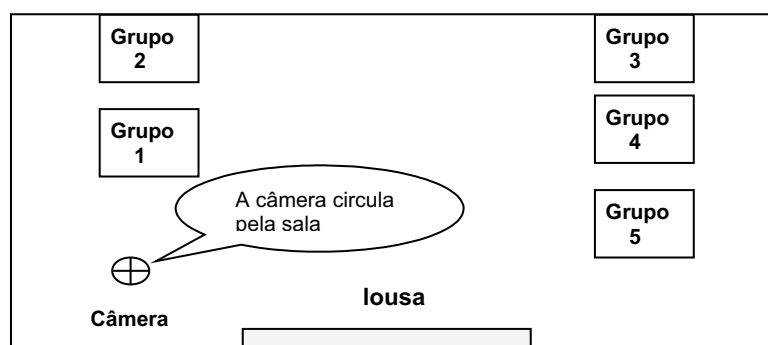


Figura 3-Distribuição na sala de aula

1-projeto Fapesp-LOVE-ME

2- doutoranda da PUCSP e sua tese se insere no sub grupo de pesquisa COTLEM/LOVE-ME

Para identificar a qual grupo pertence algum aluno, identificaremos por G1; G2; G3; G4 e G5, conforme pertençam aos grupos 1; 2; 3; 4 ou 5, respectivamente. Os alunos por A1; A2, etc. de tal forma que nos referindo ao aluno 2 do grupo 3 simbolizaremos por A2G3. As professoras serão indicadas por pseudônimos: Alice, Berenice, Carla, Denise e Fátima.

2.6.2 A Tarefa

A tarefa foi elaborada¹ para três momentos: No primeiro momento, um problema foi apresentado em uma ficha em que era pedido aos alunos, usando papel e lápis, para esboçar o gráfico cartesiano (posição x tempo) relativo à história. No segundo momento, os alunos deveriam com o uso do sensor e da calculadora gráfica fazer coincidir o gráfico apresentado no tela da calculadora e, no terceiro momento, deveriam voltar ao gráfico do problema do Joãozinho, dizendo o que mudariam ou não do que apresentaram antes.

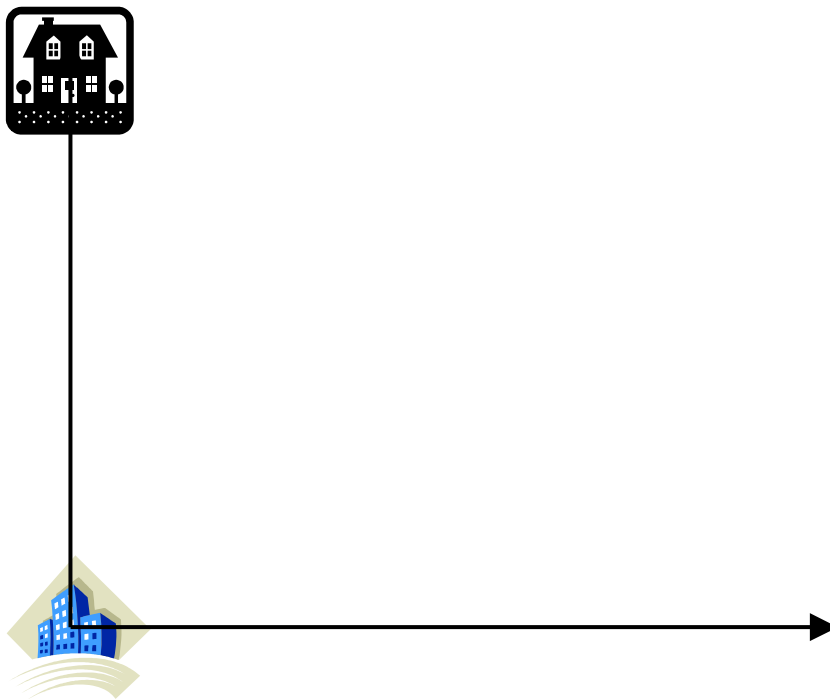
2.6.3 Primeiro Momento: Problema do Joãozinho

Esboçar o gráfico do problema apresentado abaixo:

“Joãozinho sai de casa para ir à escola, após 2 minutos lembra que esqueceu um livro e volta para casa. Pega o livro e volta em direção à escola quando, após 4 minutos de caminhada lembra que esqueceu (menino esquecido este !!) o dinheiro da merenda. Volta para casa, pega o dinheiro da merenda e retorna para a escola onde finalmente chega. Considerando a trajetória da casa à escola uma linha reta, esboce o gráfico.”

Ver desenho do gráfico a seguir.

1- tarefa já utilizada em outras oficinas com professores.



(No desenho original, os eixos não foram impressos e uma das professoras foi de mesa em mesa com um lápis e régua fazendo-os.).

Após a discussão em pequenos grupos, um representante de cada grupo foi chamado à lousa para desenhar e explicar sua resposta .

2.6.4 Segundo Momento: justapor o gráfico

Cada professora ficou responsável por um grupo, dando assim assistência técnica aos alunos sobre qualquer dúvida, em relação ao kit.

Distribuíram um kit, para os grupos, constituído de um sensor com calculadora gráfica com uma ficha explicativa de como usar a calculadora e o sensor¹.

Na figura 4 temos o kit e como usá-lo.

1- calculadora gráfica TI 89 e CBR da Texas



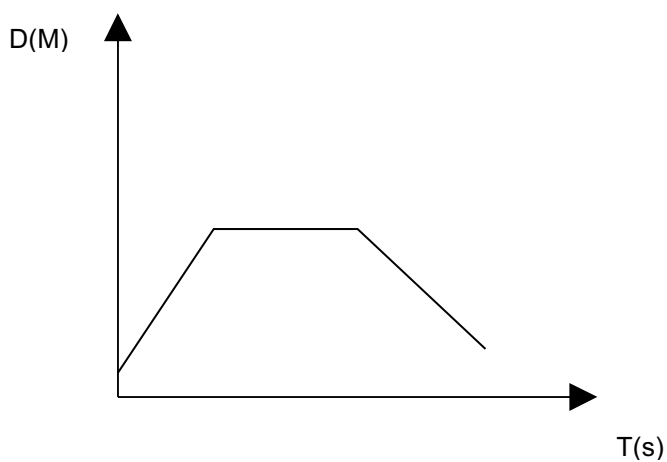
Figura 4- O sensor e a calculadora gráfica

Fonte: adaptado de Texas Instruments, 1997

A calculadora pode gerar um gráfico para o qual os alunos, por meio de seu movimento corporal, aproximando-se, afastando-se ou parando, em relação a uma parede.

Temos abaixo um exemplo de gráfico gerado pela calculadora

Gráfico 2- Gráfico apresentado na tela da calculadora para ser justaposto



2.6.5 Terceiro Momento

Neste momento, a professora pergunta aos grupos se manteriam ou não o gráfico que apresentaram no início da tarefa do Joãozinho. Se não o mantivessem, deveriam argumentar quais mudanças fariam e por quê.

O vídeo termina com os alunos saindo da sala e as professoras conversando sobre os grupos que haviam acompanhado e da aula, em geral.

Para a realização da análise dessa pesquisa valemo-nos dos dados obtidos com vários instrumentos: câmeras, gravadores de áudio, material escrito e diário de pesquisa.

2.6.6 Análise dos Dados

A análise pautou-se no vídeo, nas transcrições e na fundamentação teórica. Na montagem da análise, foi importante o acompanhamento da transcrição pelo vídeo, pois certos gestos e expressões revelavam “falas” que não estavam nas palavras.

Primeiro, fizemos uma observação linear, depois codificamos e reduzimos até a emergência dos episódios :

- 1- Origens e referencial
- 2- Repouso
- 3- Velocidade
- 4- Tempo

A seguir, o capítulo apresenta a análise.

Capítulo 3

AÁLISE DOS EPISÓDIOS

3.1 – A aula

Para que o leitor nos acompanhe melhor, descrevemos o ambiente e a gerência da aula, apresentando os episódios escolhidos para a análise,.

A professora da turma, Alice, com as professoras auxiliares arrumaram, previamente, as cadeiras da sala de aula. Deste modo, os alunos ao entrarem na sala já encontravam os lugares reservados aos pequenos grupos, Figura 5. Além disso, observamos que as carteiras foram arrumadas de modo a deixar espaços livres para a movimentação corporal no segundo momento. Mais uma vez, chamamos a atenção para a professora Alice que, com sua longa estrada como professora de Ensino Médio, apresentava confiança na gerência de sua aula, ao trabalhar com pequenos grupos.

Detalhes como a arrumação da sala para esta atividade podem comprometer a mesma, por exemplo, a falta de espaço para um grupo se movimentar com o kit ou a falta de conforto para se sentar em um grupo. Mas, nesta aula, quando os alunos chegam, entram e agrupam-se, espontaneamente, em grupos de quatro ou cinco colegas.



Figura 5- Alice e alunos em grupos

As professoras auxiliares posicionam-se de modo que fica uma professora próxima a cada grupo. Aqui vemos que, deste modo, elas podem acompanhar melhor cada grupo, fazer anotações para complementar o vídeo. As professoras já haviam participado de filmagens no grupo de estudo e sabiam que, em geral, a câmera não é capaz de focar, detalhadamente, todos os grupos de uma vez. Portanto, além de se posicionarem, colocam um gravador de voz em cada mesa e explicam aos alunos que o mesmo serve para gravar as conversas no pequeno

grupo, uma vez que as mesmas eram fundamentais para melhorarem essa aula no futuro, Figura 6. Os alunos, inicialmente, parecem se preocupar em falar frente ao gravador e/ou a câmera, vemos risinhos, muitos olhares para a câmera.

Para nossa surpresa, entretanto, observamos que os alunos rapidamente se envolvem com o problema e ficam à vontade com a parafernália de gravação, áudio e vídeo. A partir de então, preocupam-se com o gravador para trocar o lado da fita e garantir a gravação, mostrando que estavam solidários com a pesquisa.



Figura 6 -Gravador para os alunos

A câmera procura focar as ações nos pequenos grupos e vemos que alguns alunos começam a resolver o problema. No início, lêem e rabiscam alguma coisa, individualmente, pouco depois passam a falar com os colegas. Enquanto isso a professora Carla passa de grupo em grupo desenhando os eixos coordenados nas folhas do problema do Joãozinho, pois houve falha nas cópias. Aqui, cabe destacar que posicionou o desenho da casa na origem, pois um dos episódios é sobre a origem do movimento, Figura 9.



Figura 7- Professora reforça os eixos com régua e lápis

A câmera continua acompanhando os grupos nos momentos de discussão entre os alunos e durante a intervenção das professoras. Observamos que os alunos engajaram-se na discussão do problema inicialmente em dupla e depois com o grupo todo. Quando terminavam, solicitavam a vinda da professora para comentar o que eles fizeram. Para finalizar o primeiro momento, um aluno de cada grupo vai à lousa e apresenta seu trabalho. Observamos que houve distintos gráficos.

No segundo momento, a câmera continua focando as ações dos pequenos grupos, agora se movimentando com o kit e um gravador. No terceiro momento, foca um grupo que modifica o gráfico traçado no primeiro momento.

3.1.1 Da história para o gráfico cartesiano

Os alunos, após receberem a ficha com a história de Joãozinho, começam a discutir em pequenos grupos.

Podemos observar que utilizam somente o primeiro quadrante, talvez até pela intervenção de Carla que desenhou os eixos e pouco espaço sobrou aos demais quadrantes. Em suas trocas, os alunos enunciavam suas crenças e dúvidas. Uma delas em relação às escalas dos eixos horizontal e vertical; se no eixo horizontal, a escala fosse de “dois em dois” o mesmo deveria ocorrer para o eixo vertical. Para ser um gráfico cartesiano, deveriam usar os dois eixos, embora não conseguissem, no primeiro momento, explicar como nem esboçar o gráfico pedido. O tempo era uma variável complicada, uma aluna diz que estava acostumada com o tempo no eixo vertical e não no horizontal, conforme a Figura 8.

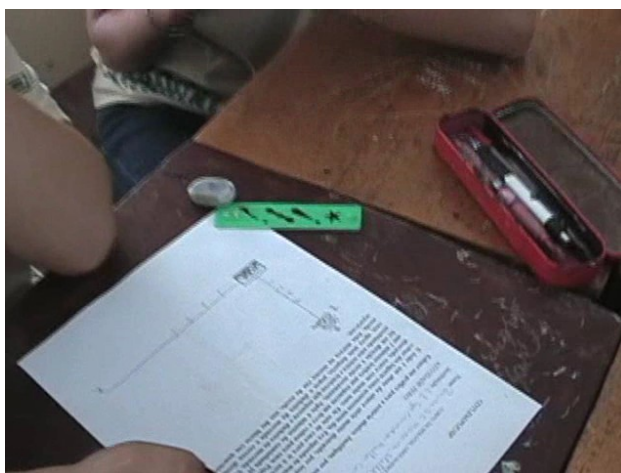


Figura 8- Dificuldade de relacionar os eixos

Esta fala sobre o eixo do tempo é bastante interessante, pois, em geral, quando nos referimos ao gráfico $X \times Y$, pensamos no X no eixo horizontal e o Y no vertical. Os pares ordenados são da forma $(x;y)$ onde $x \in X$ e $y \in Y$. No entanto, nos gráficos de posição pelo tempo, a posição fica no eixo vertical e o tempo no horizontal e em nenhum livro¹ encontramos alguma discussão para tal.

O fato de Joãozinho ir em direção à escola, mas voltar para pegar o dinheiro, depois o livro, traz discussões interessantes, pois começam a dar valores positivos ao tempo na ida e negativos, na volta. Na primeira discussão, surge a hipótese de que o tempo pode se anular, pois se ele anda 2 minutos positivos e retorna 2 minutos negativos, $2-2$ é zero.

Observamos que os alunos sentiam necessidade de chamar a professora, para que ela dissesse se estava certo ou errado o gráfico por eles esboçados.

Nesse primeiro momento, os eixos eram motivo de discussão, enquanto a origem era sempre o ponto $(0,0)$, origem dos eixos cartesianos, não importando se era também a origem do movimento. Mais uma vez chamamos atenção, porque os alunos já haviam estudado funções nos livros didáticos onde nenhuma atenção especial é voltada à origem do movimento nem para o referencial quando se trata de exercícios com gráficos.

Na Figura 9, apresentamos um esquema das apresentações na lousa, ressaltando as principais observações sobre a questão da origem, dos eixos e as interações que ocorreram entre alunos e professoras. Nos retângulos, expressamos algumas falas e nos balões, a idéia geral apresentada, seja pelos alunos ou professoras. Alguns gráficos foram alterados em função da intervenção de alunos ou professoras.

1- Kiyukawa, R. Shiguekiyo, C. T. Yamamoto, K. (1981); Laureano, J. L. T. Bongiovanni, B. Leite, O. R. V (1993); Gentil, N. et al. (1997); Dolce, O. Pompeo, J. N. (2000); Iezzi, G. et al. (2006)

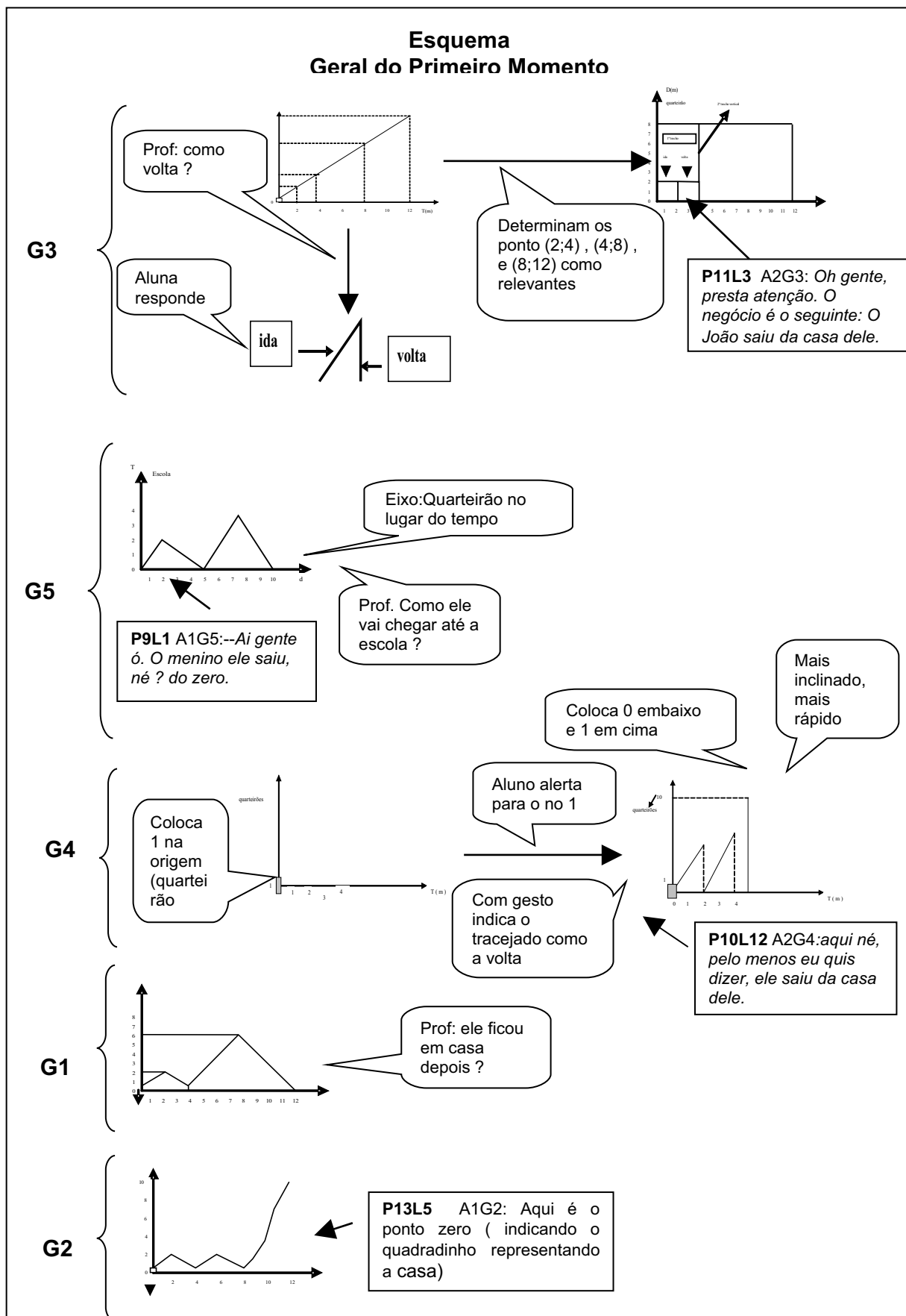


Figura 9- Esquema geral do 1º momento.

3.1.2 Antes da Lousa

Destacamos agora os principais diálogos que surgiram, antes dos alunos irem à lousa, durante o primeiro momento.

A câmara foca os alunos conversando entre si nos grupos em que demonstram dificuldade em esboçar o gráfico do movimento do Joãozinho nos eixos cartesianos. Escolhem a divisão dos eixos de dois em dois e uma aluna de um dos grupos argumenta que na volta os valores seriam negativos.

Observamos que usam apenas o primeiro quadrante, como na folha de atividade e graduam os eixos igualmente de dois em dois.

Em particular, notamos a evolução das idéias do grupo 3. Uma aluna do grupo representa no eixo vertical o movimento de ida e volta de Joãozinho, não se preocupando com o eixo horizontal. Aí sua colega observou:

P4L33: *Se fosse isso por que que teria isso daqui ? [apontando o eixo horizontal]. Diante do silêncio da amiga, estala os dedos. [*

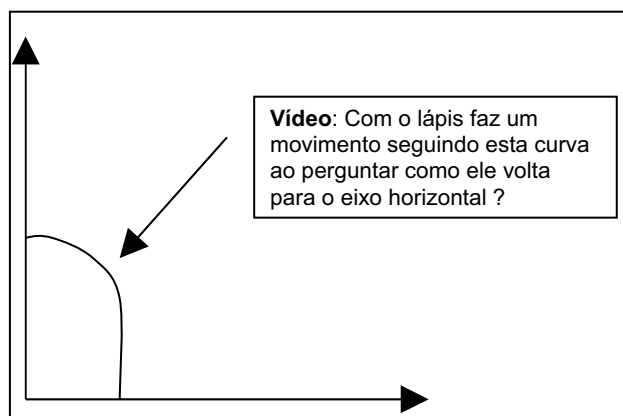
P5L1 *A amiga exclama : não estou entendendo mais nada !.*

Nos diálogos, destacamos que se referem que se o tempo de ida é dois minutos, então, o de volta, também será dois minutos. Os alunos falam com desenvoltura sobre o movimento do Joãozinho, mas sentem dificuldade para representá-lo nos eixos cartesianos, sobretudo o eixo dos tempos.

Outra aluna pergunta como ele, Joãozinho, volta para o mesmo lugar, indicando no gráfico, com o lápis, um semicírculo indo do eixo vertical até o horizontal, Gráfico 3.

P5L5: *Como ele vai dar a volta aqui ?*

Gráfico 3- Aluna fala de sua dúvida



A colega : *Por que é gráfico !*

Outra aluna do grupo argumenta que, no eixo horizontal, é o tempo. Aí a colega fala : *é verdade ! é que estou acostumada com o "T" aqui (indicando o eixo vertical dos espaços)*.

Ao concordarem, demonstram entusiasmo e retomam a construção do gráfico. Mas continua a dificuldade da representação do movimento nos eixos espaço e tempo. Voltam com o argumento de que a volta é negativo. Alguém lembra que não tem a distância para chegar à escola. Ouve-se : *Não tem lógica !*

A participação dos alunos no grupo é intensa.

Destacamos o Gráfico 4 conforme os alunos o construíram, Figura10 :

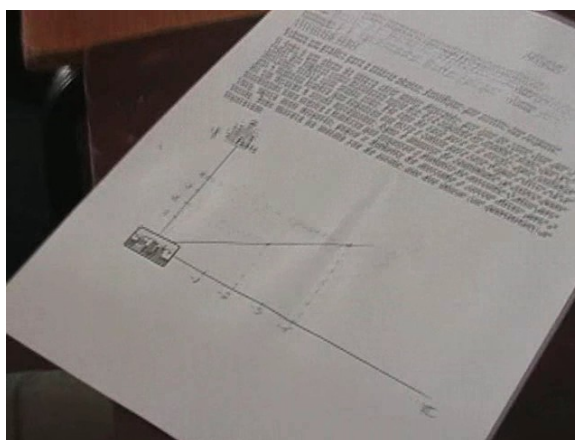
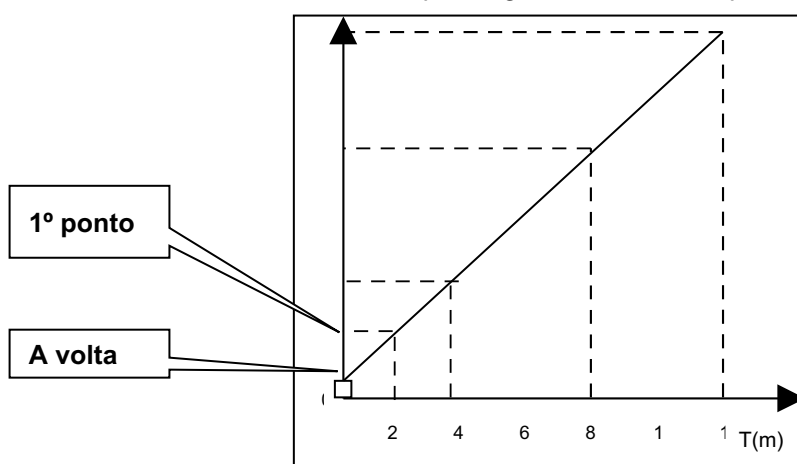


Figura 10- Gráfico desenhado pelos alunos

Gráfico 4- Destaque do gráfico desenhado pelos alunos



Pedem para chamar a professora Alice, conforme a figura 11.



Figura 11- Chamando a professora

Alice fala que é preciso justificar a resposta. Os alunos ficam em silêncio. Então, a professora mostra no gráfico com o dedo que ele foi até aqui (primeiro ponto). E pergunta como ele voltou ? As alunas mostram com o dedo a partir do primeiro ponto uma reta vertical até o eixo dos tempos. Ou seja, o movimento de ida e volta seria representado assim:

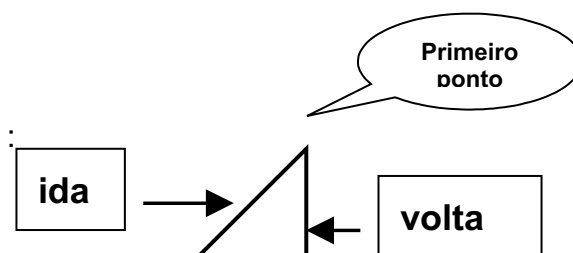


Figura 12- Movimento de ida e volta

A professora questiona se é isso mesmo e um aluno fala :

P7L8: *É que quando ele está voltando é negativo !*

P7L10: *pêra ai gente ! Se o tempo está correndo não significa que é negativo, não! Se ele vai em dois, volta no tempo quatro, não é ?*

Há muita discussão, mas, não um consenso. Acabam concordando que os pontos do gráfico seriam dois no quatro (coordenadas (2;4)) e quatro no oito e oito no 12, referindo às coordenadas.

Alguém fala:

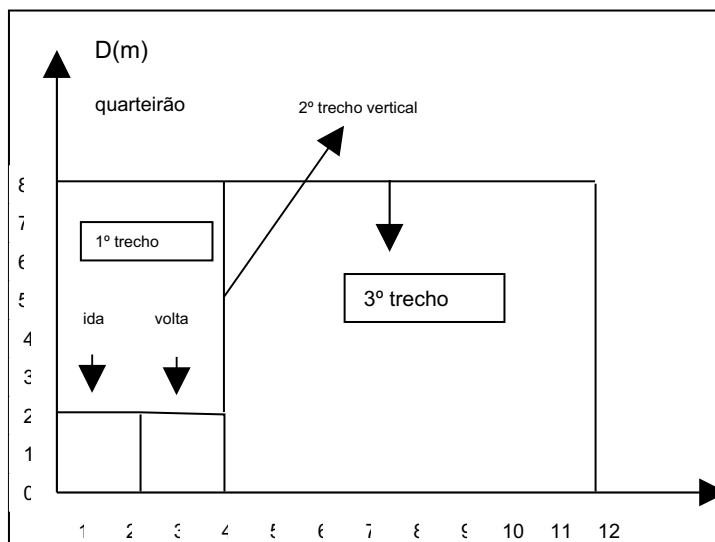
P7L29: *se marcarmos de dois em dois de um lado, temos que marcar de dois em dois também no outro, senão vai dar errado.*

Após um tempo, Alice começa a chamar um representante de cada grupo para que apresente o gráfico do problema na lousa.

Na Lousa

Quando uma aluno do grupo 3 foi à lousa desenhou:

Gráfico 5- Gráfico do grupo 3



E tentou justificar, o que o grupo fez argumentando:

P11L03-A1G3: *Oh gente, presta atenção! O negócio é o seguinte : O João ,saiu da casa dele e em dois minutos (mostra o 2 do eixo horizontal) que ele andou ele lembrou que ele esqueceu o livro(começa a desenhar o primeiro trecho) e voltou para casa dele. Só que onde ele voltou na casa dele ele estava no tempo 4 (traça o segundo trecho). Aí, no tempo 4 ele volta para a escola(traça o terceiro trecho). Lá no tempo 8, mais 4 minutos, ele lembra que esqueceu o dinheiro da merenda. Entendeu ? Aí no tempo 8 ele volta para a casa dele que é no tempo 12 (traça a linha horizontal do trecho 3). Aí, ele vai para a escola que é num tempo determinado que eu não sei (faz gesto com a mão que segura o giz como se fosse uma linha reta vertical para cima).Não tá falando. Entendeu ? (E volta para seu grupo).*

Para este grupo, vemos que ainda estava confuso coordenar movimento e sua representação gráfica nos eixos cartesianos.

Os outros grupos ao irem à lousa, apresentaram seus argumentos:



P8L09-A1G5: *Ai gente ó ! O menino primeiro ele saiu, né ? do zero. Aí ele foi, né? até o quarteirão 5 mais ou menos. Ele foi até a metade do caminho. Aí... errei, desculpe (apaga o primeiro trecho do gráfico).*

Ele veio... ele andou dois minutos(desenha o primeiro trecho do gráfico). Aí ele lembrou que esqueceu. Aí ele voltou 5 quarteirões (desenha o segundo trecho do gráfico).

Aí ele veio até o 4 minutos, aí então, ele voltou (desenha o terceiro e quarto trechos do gráfico).

Eu fiz assim mas eu não sei se está certo!

Alice: *Ele voltou e ficou em casa ?*

A1G5: *Ahah !.. (e afasta-se não demonstrando vontade de responder).*

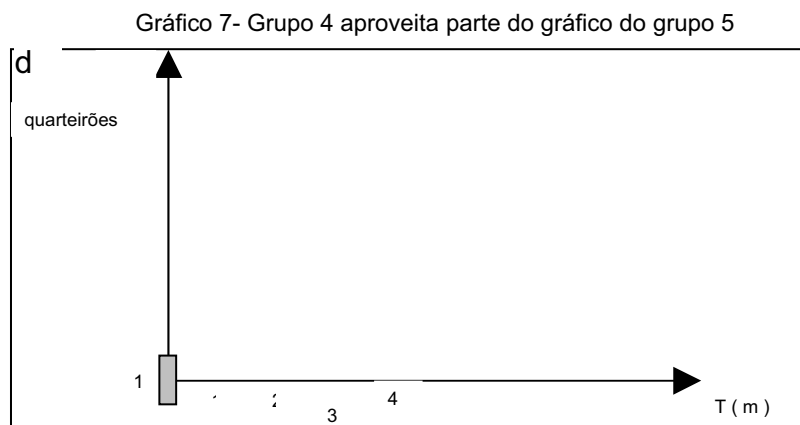
Alice: E como ele vai chegar até a escola ?

A1G5: *não sei !*

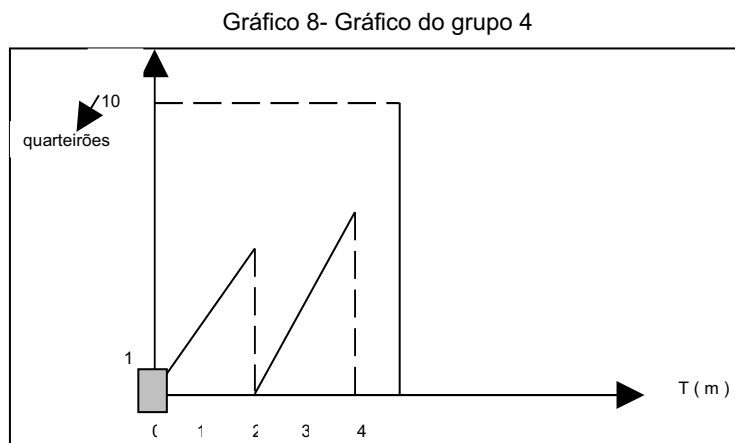
(Começa uma discussão geral tentando convencer a aluna de que ele voltou (mas não é audível)) !

A1G5: *Ele voltou (Olhando o papel). ..Professora, esta parte a gente não fez. (E se retira).*

A1G4 levanta-se e vai até à lousa. Apaga o gráfico que foi feito pela aluna anterior, ver gráfico 7.



Durante a construção, um aluno de seu grupo o alerta sobre o número 1. A1G4 argumenta que representa um quarteirão. Aceita, então, que a origem deve ser o ponto 0, apaga o número um, desenha-o mais em cima e coloca o zero embaixo, Gráfico 8.

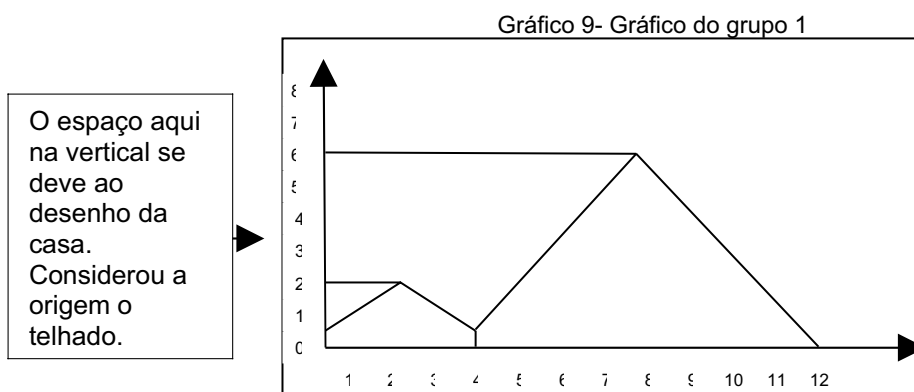


Desenha o primeiro trecho e para ficando em dúvida. Desenha o segundo trecho do gráfico. E, em seguida, o terceiro trecho.

Começa a justificar dizendo :

P10L06-A1G4: *Bom, aqui né ? Pelo menos eu quis dizer, ele saiu da casa dele (indicando a origem). Ela andou mais ou menos dez minutos, só que não indica a distância que ele percorreu. Ai ele falou que voltou para a casa dele (mostrando a linha tracejada vertical). Só que....depois disso ele andou mais 4 minutos (mostra o segundo trecho). Depois voltou pra casa. Ele estava mais esperto por isso que a inclinação da reta aqui é maior. Não quer dizer que ele andou mais rápido. Depois ele correu para a escola (mostrando o terceiro trecho vertical). Quis dizer que a velocidade é maior aqui. Por isso que é mais inclinado.*
(Termina sua exposição e volta para seu grupo).

A2G1 vai até à lousa e desenha seu gráfico, Gráfico 9:



P11L15-A2G1 : *Pode falar fessora ? Ele tava indo para a escola Ai ele gastou dois minutos. Aí ele esqueceu o livro ele voltou e gastou o mesmo.*(começa a esboçar o gráfico agora, aproveitando o esquema anterior com a mesma escala).

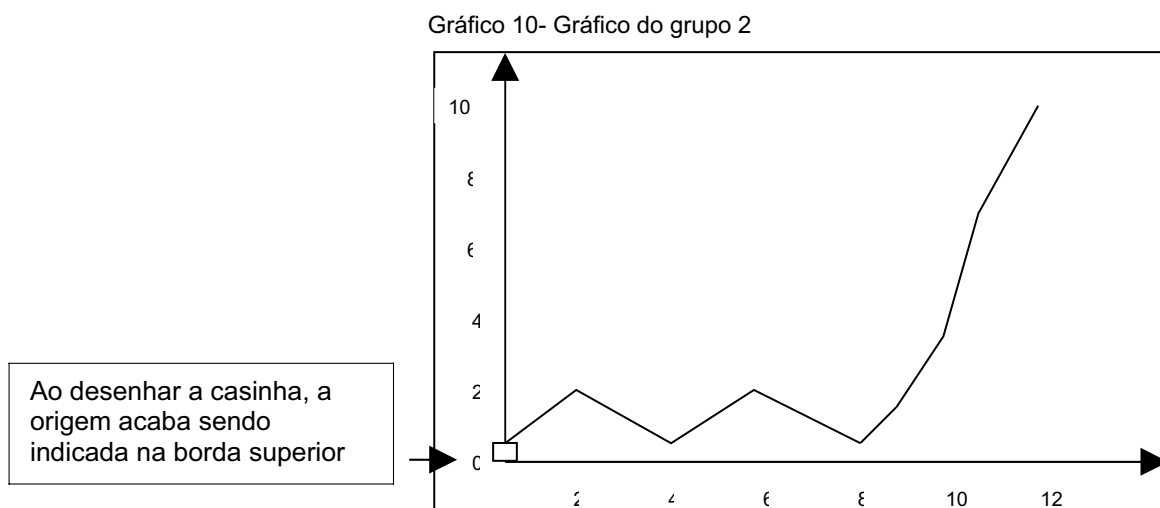
(relê o texto do problema mas não indica nada no gráfico feito e parece travar no momento em que João volta para casa).

A2G1: *Ah... fessora é só !*

Alice: *Aí ele ficou em casa depois ?* (Não responde o aluno. A professora pergunta : como representaria isso ?)

A2G1: *Aqui no gráfico ? Ah.. professora pêra ai.*(fica um tempo pensando).
Essa parte não sei, não!. Ah... professora é s,ó ta ! (Volta para seu grupo).

A1G2 vai à lousa e desenha o gráfico aproveitando o esquema anterior, refazendo contudo a escala, Gráfico 10:



P13L05-A1G2: *Aqui é o ponto zero (indica a casinha). Ele andou dois minutos e estava dois quarteirões. Gastou dois minutos para voltar (indica o ponto 4 na horizontal). Mais dois continuou (indica a terceira semi-reta). Esqueceu o dinheiro da merenda, voltou (indica a quarta semi-reta). Depois começou a ir direto até chegar na escola.* (Termina sua exposição e volta para seu grupo.Voltou para explicar tudo novamente, a pedido da professora, pois tinha falado um pouco baixo,de modo mais sucinto (não inteligível)).

Alice: *qual dos grupos vocês acham que foi mais certo, mais próximo ?*

A4G3 : *eu sei, não sei se estou certa !*

Dos diálogos aqui presentes, emergiram as variáveis: origem, velocidade e tempo e consideramos, também, o repouso que aparece mais explicitamente no segundo momento.

3.2 Episódio 1—Os eixos coordenados, as origens e referencial

Este episódio surge inicialmente porque estávamos atentos para os diálogos que envolvessem a idéia de origem e de referencial, uma vez que nos trabalhos de Radford et al. (2003) e Robutti; Ghirardi (2005), os autores levantam a questão da compreensão dos mesmos. Nos diferentes momentos, surgiram distintas enunciações que mereceram um maior escrutínio. Desse modo, apontamos em cada momento, como ocorreu tal discussão e fizemos uma síntese ao seu final.

Os alunos começaram a desenhar e discutir. É interessante observar que demonstravam desenvoltura no trabalho em grupo, rapidamente, vemos que trabalhavam inicialmente em dupla e, depois, socializando com o grupo.

Não houve discussões sobre a origem, que era entendida, como única, o ponto (0;0). Tal assunção pode ter vindo dos próprios alunos que já haviam estudado funções nos livros didáticos¹, onde nenhuma atenção especial é voltada para o referencial quando se trata da leitura de um gráfico, ou mesmo, por causa das professoras que não intervieram no sentido de que falassem sobre origem ou referencial no primeiro momento além do fato da professora traçar os eixos nas folhas, posicionando a casa na origem do gráfico cartesiano.

3.2.1 Primeiro Momento (Papel e Lápis)

Os alunos representam a origem do movimento sempre no ponto (0;0). A casa, origem do movimento de Joãozinho fica no (0;0), conforme apresentada na ficha do problema.

Na lousa, os gráficos apresentados eram diferentes um dos outros e isso, também, não trouxe controvérsia. Um aluno coloca o gráfico iniciando no “teto” da casa, mas seu grupo faz com que apague o esboço e recomece a desenhar no (0;0).

Notamos que os alunos estavam bastante envolvidos nas discussões nos grupos; quando chegavam a uma ou duas respostas satisfatórias, chamavam a professora para que ela dissesse se estava certo ou errado. A professora da turma, em geral, fazia-os explicar, como chegaram àquele gráfico.

1- Kiyukawa, R. Shiguekiyo, C. T. Yamamoto, K. (1981); Laureano, J. L. T. Bongiovanni, B. Leite, O. R. V (1993); Gentil, N. et al. (1997); Dolce, O. Pompeo, J. N. (2000); Iezzi, G. et al. (2006)

Tanto nos pequenos grupos como na apresentação na lousa vemos que os alunos estão reconhecendo aspectos sobre as origens. A origem na casa e a origem no ponto (0;0) do gráfico. Neste primeiro momento, acabam por aceitarem, sem discussão, a origem como o ponto (0;0). A origem do movimento e a casa são mapeados na origem do plano cartesiano, como mostra a figura 13.

Na história Joãozinho sai de casa, logo a casa é a origem do movimento e por meio de um mapeamento que preserva inferências, é possível relacioná-la com a origem no plano cartesiano (0;0).

Domínio fonte Estória/Movimento físico	Domínio alvo Movimento representando a estória representando a estória
Casa	Origem plano cartesiano (0.0)
Origem do movimento	

Figura 13 -Mapeamento entre origem casa e origem (0;0)

Nos argumentos utilizados pelos alunos vemos emergir a metáfora conceitual

M1: Origem é a Casa.

Nesse primeiro momento, observamos que o aluno não tem um “feedback” imediato, daí chamar a professora, esperando dela a resposta correta. Este comportamento é comum e incentivado em sala de aula. A professora corrige na lousa os exercícios para casa, encontramos as respostas dos livros didáticos no fim do capítulo, ou do livro e em provas existe o gabarito.

Observamos dois aspectos da origem, quando no grupo 4 o aluno começa o gráfico a partir do ponto (0,1) e os demais no (0,0).

É importante notar que, neste primeiro momento, os alunos reconhecem somente uma possibilidade para a origem dos eixos cartesianos e do movimento, o ponto (0;0), pois, quando o aluno do grupo 4 que havia iniciado em (0,1) apaga, aceita o ponto (0;0) como origem do movimento.

Estas “origens” apresentam-se porque nossa linguagem é polissêmica e polifônica, segundo Bakhtin (1997). Ou seja, a linguagem é um conjunto articulado de idéias que expressam as relações que dão unidade a um determinado grupo social, os quais estão em constante transformação, pois a linguagem vem da relação entre indivíduos e muda constantemente na práxis social desses indivíduos. Assim,

a falta de discussão sobre origem e referencial na sala de aula não provocou mudanças no uso da palavra origem, neste caso.

A pouca intervenção das professoras nesse primeiro momento, quando ouvimos apenas a professora Alice perguntar “o que acontece, quando Joãozinho volta para casa?” pode ser atribuída à grande expectativa tanto delas como dos alunos com o uso do sensor, já que teriam apenas dois tempos de aula. Também podemos supor que as professoras quisessem deixar o momento de confronto, quando do uso do sensor.

3.2.2 Segundo Momento (Sensor, Calculadora e Ficha)

Após o término do primeiro momento, as professoras começam a distribuição aos grupos de um kit, contendo um sensor de movimento, uma calculadora gráfica e uma ficha explicativa de como utilizar o sensor, conforme a Figura 14.



Figura 14- Apresentação do sensor e calculadora gráfica

As professoras acompanhavam os grupos, instruindo o uso do kit. Falavam do sensor que capta a distância em relação a um referencial, por exemplo, uma parede. Enquanto se movimentam reproduziam o gráfico apresentado na calculadora gráfica.

Os alunos ficavam bem curiosos e procuravam aprender como utilizar o kit. Começaram a se mover para frente, para trás, vendo o resultado na tela da calculadora gráfica que agora oferece “feedback” imediato. Percebem a necessidade de parar para conseguir fazer o trecho horizontal do gráfico. Acabam justapondo seu gráfico ao da tela.

Algumas irregularidades são observadas por eles no gráfico construído ao tentarem justapor, estas são entendidas como um movimento de vai e vem rápido da mão de quem segura o sensor, como expresso abaixo:

P20L20: *não deu..A gente saiu depois..da outra vez. Foi certinho só aqui que balançou um pouco.*

A tecnologia utilizada aqui apresenta um retorno rápido de respostas ao aluno, propiciando uma compreensão, também, rápida do movimento e sua representação gráfica cartesiana, pois ao se movimentarem quase instantaneamente, há uma resposta na tela da calculadora gráfica, conforme mostra a Figura 15.



Figura 15- Aluno observa a resposta na calculadora gráfica

Na figura 16, apresentamos um esquema dos principais argumentos e conclusões dos alunos e as intervenções das professoras e do sensor.

Com o papel e lápis, não observamos controvérsias entre os participantes com respeito à questão da origem, mas nesse segundo momento, a prótese-Kit (sensor com calculadora gráfica) obriga os alunos realizarem essa discussão, pois o gráfico pode começar em lugares diferentes do (0;0) e os alunos precisam argumentar com o Kit .

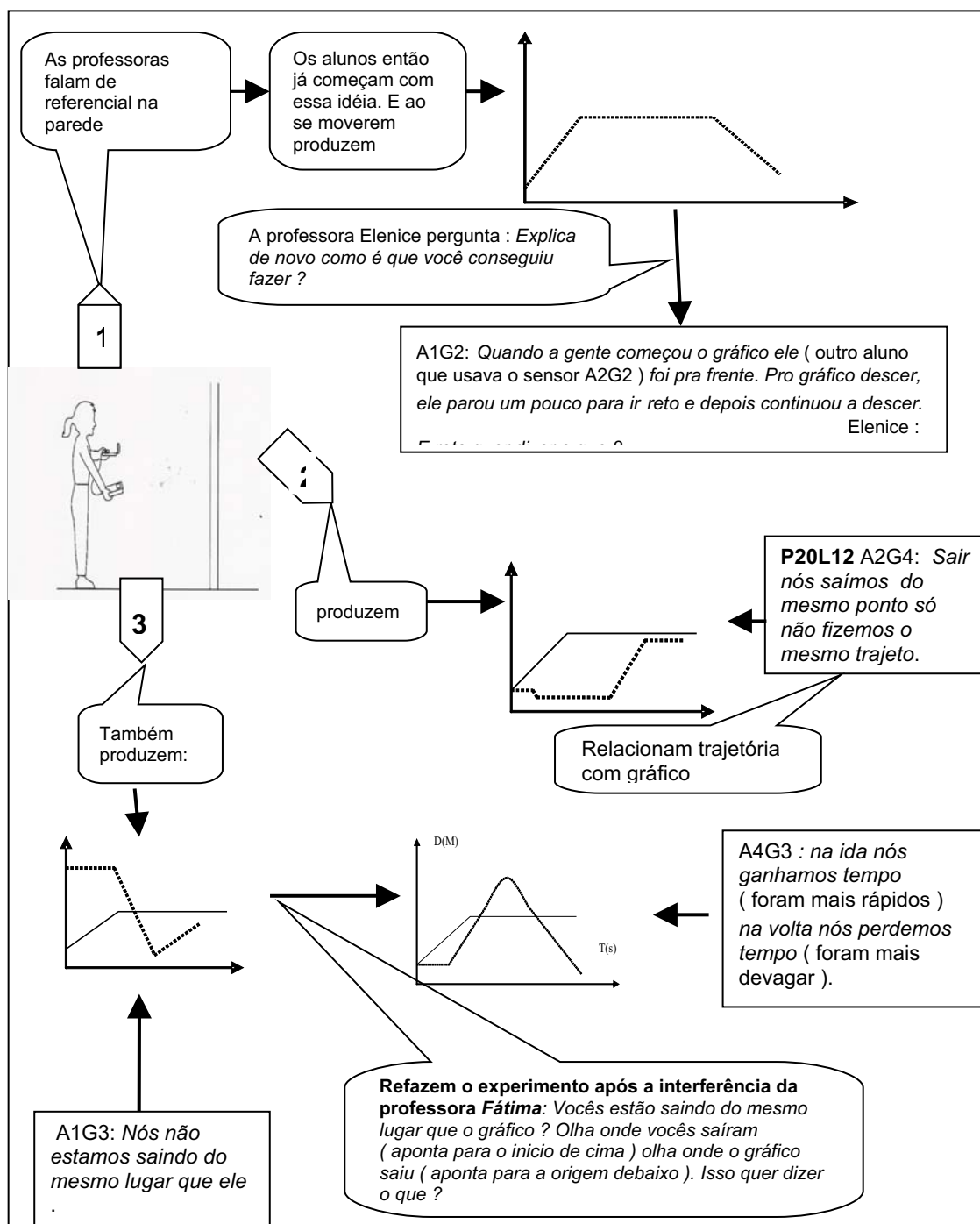


Figura 16-Esquema geral do segundo momento

Como o kit oferece uma resposta imediata, notamos que quando os gráficos simulados por eles não correspondem aos da calculadora gráfica ao invés de chamar a professora, autoridade, para dizer se está certo ou errado, surgem risos e observações sobre seus próprios erros, conforme a Figura 17.



Figura 17- Risos diante do erro

Após um tempo, quando os alunos sobrepõem o gráfico na calculadora, observamos uma intervenção das professoras no sentido de instigarem os alunos a falarem sobre o que produziram, Figura 18.

P18L8 Elenice: *E vocês acertaram a começar daqui como ?* (aponta o que é diferente da origem do plano cartesiano).

P18L10 A1G2: *chegando mais de trás na parede por que quanto mais de trás começa mais em cima* (aponta no gráfico)

P18L2 Elenice : *Explica de novo como é que você conseguiu fazer ?*

P18L3 A1G2: *Quando a gente começou o gráfico ele (outro aluno que usava o sensor A2G2) foi pra frente. Pro gráfico descer, ele parou um pouco para ir reto e depois continuou a descer.*

P18L6 Elenice : *E reto quer dizer o que ?*

P18L7 A1G2:: *Parado.*

P19L12 Fátima: *Vocês estão saindo do mesmo lugar que o gráfico ? Olha onde vocês saíram* (aponta para o início de cima) *olha onde o gráfico saiu* (aponta para a origem de baixo). *Isso quer dizer o que ?*

P19L15 A4G3 :: *Ah, então pera ai, pera aí.*

P19L16 A1G3: *Nós não estamos saindo do mesmo lugar que ele .*

Figura 18- Diálogos entre professora e aluno

Com base nos questionamentos, que as professoras fazem, os alunos vão explicitando a relação entre a distância da parede e o ponto inicial no eixo vertical. Com esses experimentos, os alunos aumentam o repertório de argumentos sobre a origem, pois, no primeiro momento apresentaram como ponto $(0;0)$ e agora, além da origem dos eixos cartesianos, podem ter também a origem, como os pontos $(0,b)$.

Vemos que emerge a noção de que a origem do movimento do gráfico depende de onde começamos o movimento. O que parece tão óbvio, mas não era levado em conta na tarefa com lápis e papel. Não se trata de abandonar as atividades com lápis e papel, mas ter próteses que forcem os alunos a discutirem e explicitarem aspectos distintos dos que vinham referindo até então. É necessário entender e coordenar esses diferentes sentidos para compreensão do uso da origem, dos pares ordenados em uma função representada graficamente.

Os alunos abandonaram a idéia de que a origem do movimento é sempre a coordenada (0;0) e expressam mais os aspectos gráficos tendo por referência o movimento do próprio corpo. A localização é agora expressa por termos como: “lugar”, “mais em cima”, “do mesmo ponto (lugar)” . Um ponto no plano cartesiano é um lugar, mais uma vez algo que pode parecer óbvio ao professor, mas como vimos, não era aos alunos.

Este é um processo de iluminação, no qual os alunos estão vendo os diferentes sentidos de origem. Esse aspecto emergiu com base na intervenção da professora e do uso do kit.

Observamos que a intervenção da professora fez com que os alunos refletissem sobre o movimento corporal que foi fundamental para tal mudança. Assim, calculadora e sensor ofereceram tanto à professora como aos alunos situações propícias a controvérsias, para as quais produziram significados diferentes do que o fizeram à tarefa com papel e lápis.

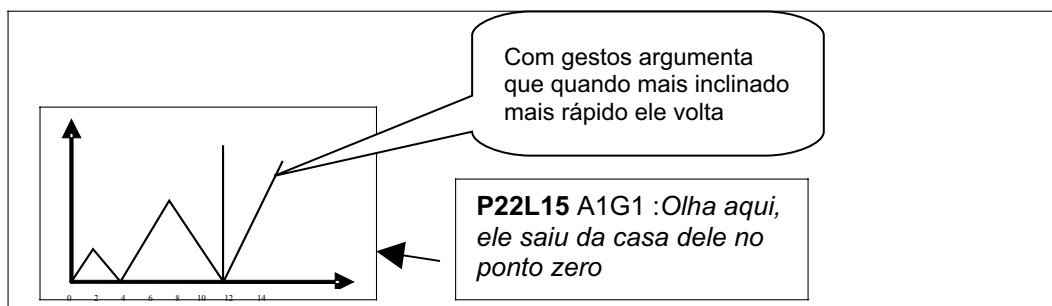
3.2.3 Terceiro Momento – Vendo- Gráfico para gráfico

Ao término do segundo momento, a professora da turma perguntou aos grupos se manteriam o gráfico que fizeram no primeiro momento. Provavelmente, por causa do tempo restrito da aula, eram duas aulas de 50 minutos, não houve muita discussão a respeito. Um grupo foi filmado e mostrou que modificaria o gráfico.

Com os reconhecimentos e classificações que fazem, os alunos vão percebendo a identidade entre posição do corpo e ponto no gráfico, vêem como algo único. Este processo é chamado de “vendo” ,os alunos reconhecem aspectos diferentes de uma mesma figura.

No Gráfico 11, observamos um esquema da fala do aluno ao concluir o experimento.

Gráfico 11- Fala do aluno no terceiro momento



Levantamos um novo mapeamento que emerge entre o domínio fonte espaço físico e o domínio alvo espaço de coordenadas cartesianas, Figura 19.

Domínio fonte	Domínio alvo
Espaço físico	Espaço de coordenadas cartesianas
Casa	Coordenada (0;0)
Distância da parede	Mais em cima ou mais em baixo no eixo y
Origem do movimento	Origem coordenada (0;y)

Figura 19-Mapeamento entre espaço físico e espaço gráfico

Estabelece a relação :

Origem do movimento é um ponto no eixo y do gráfico cartesiano e depende do início do movimento.

Pelas falas nos três momentos, podemos perceber essas mudanças, nas quais vemos o campo de possibilidades ampliando-se:

1º momento: No desenho gráfico, marcou a origem no telhado (sem um feedback). Aspecto de “Reconhecimento”.

2º momento: chegando mais de trás na parede por que quanto mais de trás começa mais em cima (feedback no momento da ação). Aspectos de “Reconhecendo” e “Vendo”.

3º momento: Olha, aqui ! Ele saiu da casa dele no ponto zero (reflexão sobre a ação). “Aspecto de “Vendo”.

Enfatizamos que a tecnologia utilizada permitiu ao aluno uma nova maneira de enxergar o problema, possibilitando-lhe com base em sua leitura vários argumentos, produzindo, assim, outros significados. Deste modo, constituindo novos objetos matemáticos, como a idéia de origem.

3.2.4 O Papel da Professora

As professoras depois que os alunos terminam a atividade e saem da sala de aula, reúnem-se para poder trocar com Alice suas impressões sobre os diferentes grupos e discutirem a respeito da experiência, conforme a Figura 20.



Figura 20- Reunião das professoras

As professoras observaram que, alguns alunos no primeiro momento, ficavam na expectativa de que as professoras lhes dessem as respostas:

P27L1 Carla: *Eles estavam com dificuldade mesmo ! Até que eu cheguei. A gente abria a boca e eles apagavam tudo. E minhas questões eram: de onde ele está partindo ? Eu não to vendo no gráfico de vocês . Aí, apagavam e esperavam, não queriam demonstrar, queriam a resposta de alguma forma.*

Assim, com lápis e papel, os alunos precisavam de uma autoridade. É como se a pergunta da professora fizesse os alunos interpretarem o gráfico feito como errado. Um grupo apenas, grupo 5, discutia e defendia o que fez, sem apagar.

Já com o uso do sensor e da calculadora gráfica, tendo um retorno imediato do movimento que faziam na tela da calculadora ao invés de se sentirem inseguros e

intimidados, como no uso do papel e lápis, dão uma gargalhada e retornam à ação, refinando-a de modo a justapor o gráfico da tela.

No relato da professora Berenice, ao final da reunião das professoras, vemos as mudanças que a introdução do kit proporcionou à tarefa.

P27 L6 : *Berenice : Eu fui até o fim com eles. Ai no final Vocês gostaram ? ai no final eles falaram qual que é o gráfico certo ? Querendo a resposta correta,e o que eu achei legal..Eu sugeri: porque vocês não fazem o movimento desse menino na parede, esquece o gráfico¹ [que aparece na tela]. Ah, então vou ver! Ai vocês vão ver qual que é o gráfico certo. Ai eles perceberam qual que é o gráfico certo.Eu acho legal por isso. **É que a calculadora responde a pergunta do aluno.** quando você desenha...ai você mostra para ele..oh ta errado. Mas ta errado pó rque ? a calculadora mostra ta errado por causa disso [faz um gesto com as duas mão juntas apontando para a mesa], ta lá mostrando que ta errado.*

Sem o “feedback” temos a autoridade da professora e com o “feedback” proporcionado pelo sensor e calculadora gráfica, a interação.

Como havíamos interpretado, no que diz respeito à origem do movimento, as professoras também observaram quando os alunos perceberam, com o kit, as variáveis envolvidas no problema. Os alunos conseguiram, assim, ampliar o campo de possibilidades para o problema e, desse modo, resolveram-no.

Isso foi propiciado pelo uso da tecnologia conforme as observações :

P27L23 *Elenice:quais foram os elementos que eles conseguiram levantar?* **P27L24:***Fátima Foi o inicio, o ponto de partida, o gráfico, isso foi importantíssimo para eles. Ai no final eles falaram : **Nem sempre o gráfico parte da origem. Eles perceberam isso pela calculadora, se não eles tinham que se deslocar muito, ora pra frente ora mais próximo da parede, ora mais distante.***

Os alunos quando chegavam a um impasse na atividade com lápis e papel, paravam e esperavam que a professora apresentasse a resposta do problema. Mas, quando, pela interferência das professoras e com o uso do kit, foram desafiados a encontrarem essa resposta, descobriram que poderiam produzir outros significados para a idéia de origem.

A função das professoras foi importante, pois sempre devolviam perguntas às perguntas dos alunos ou faziam perguntas para que eles refletissem sobre suas ações.

1- como a calculadora gravava um gráfico, a professora decidiu simplesmente “esquecê-lo” .

Quanto às intervenções das professoras no primeiro momento não terem sido tão evidentes, ressaltamos a questão do tempo limitado além do possível interesse e mesmo ansiedade que todas as professoras teriam pelo uso do kit em sala de aula.

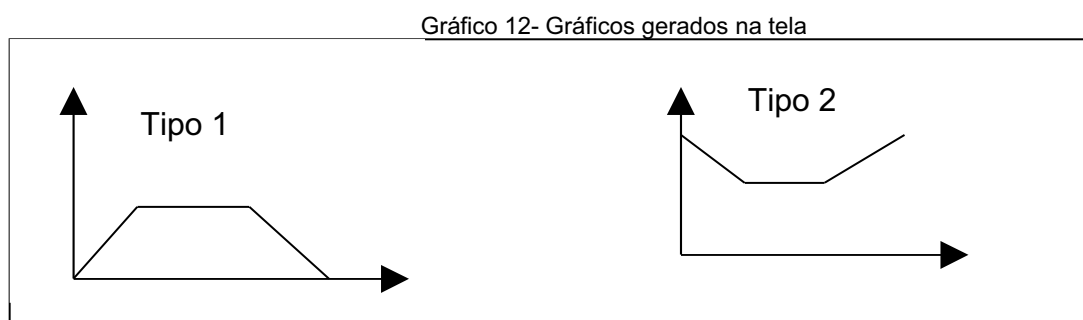
Pode, também, ser que no primeiro momento tivessem deixado mais livre, para que os alunos depois de usarem o kit refletissem no terceiro momento, por si próprios, se deveriam ou não mudar o gráfico esboçado inicialmente. Desse modo, os alunos deixariam mais evidente as “mudanças” ou sua aprendizagem.

3.3 Episódio 2 – Repouso

No primeiro momento os alunos falam do Joãozinho, como se ele se movimentasse o tempo todo. Quando ele esquece a merenda e volta para casa, ou mesmo, quando de lá sai, Joãozinho está sempre em movimento. Com o sensor e a calculadora gráfica, podemos observar os alunos falarem sobre o repouso quando eles são forçados a simularem os trechos horizontais dos gráficos que aparecem na tela, por meio do movimento corporal.

3.3.1 Segundo Momento : o Kit

Nesta etapa da aula, os gráficos eram gerados na tela da calculadora, randomicamente. Em geral, dois tipos foram privilegiados:



Os alunos deveriam se movimentar de modo a justapor o gráfico, como na discussão das origens.

As professoras aguardam até que os alunos consigam justapor ou chegarem próximos à justaposição dos gráficos para intervirem.

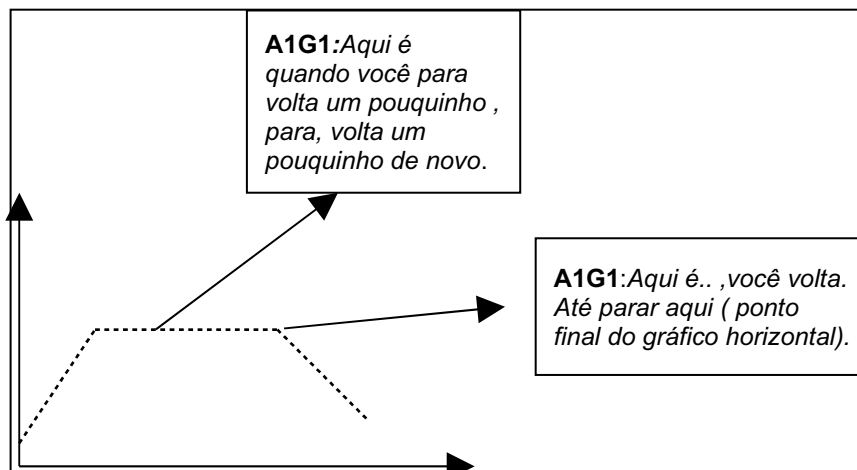
Alice dialoga com o grupo 1.

P16L31: O que conseguiram ?

P37L01-A1G1: Aqui é quando você para volta um pouquinho , para, volta um pouquinho de novo.

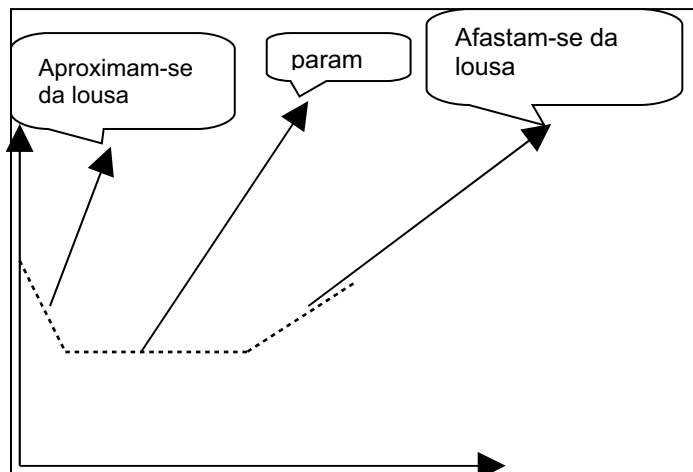
P37L01: A1G1: Aqui é.. ,você volta. Até parar aqui [ponto final do gráfico horizontal].

Gráfico 13- Gráfico do diálogo



Os alunos realizam outras simulações e movimentam-se, usando o kit de modo a justapô-lo e o justapõe.

Gráfico 14- Outra justaposição



Por meio do sensor e calculadora gráfica, vão reconhecendo a relação entre estar fisicamente parado e o traçado horizontal reto no gráfico cartesiano na tela da calculadora gráfica.

A professora Elenice intervém em outro grupo:

Elenice: *:Explica de novo como é que você conseguiu fazer ? [gráfico do tipo 1] .*

P18L03 A1G2: *Quando a gente começou o gráfico ele [outro aluno que usava o sensor A2G2]) foi pra frente. Pro gráfico descer, ele parou um pouco para ir reto e depois continuou a descer.*

P18L6 Elenice : *E reto quer dizer o que ?*

P18L7 A1G2:: *Parado.*

Nesses diálogos, notamos, entre outros, a compreensão de que estar parado representa no gráfico da tela da calculadora, uma linha reta (horizontal).

Após um tempo de experimentação, os alunos passam do reconhecimento de aspectos conhecidos para a perspectiva de “vendo” , ou seja, integrando ao mesmo tempo a situação física de estar parado com o traçado gráfico horizontal.

Na reunião, no final da aula, a professora Berenice observa:

P24L21 Berenice: *Acho interessante que eles relacionaram demais a Física. Na hora eles falaram : “Isso é física !” O outro até falou : “ Ta vendo, não presta atenção na aula de física”. Você reparou,né? [olhando para Elenice].Eles tiveram aula de Física com esses gráficos retilíneos e eles se ligaram e queriam de qualquer jeito encaixar naquele gráfico.*

Chamamos a atenção para a possibilidade real de integração de duas disciplinas, Matemática e Física, neste tipo de atividade. Lembrando que esta aula acontece, porque as duas professoras de Matemática e Física cooperaram no sentido de poder fazer uma aula com dois tempos seguidos.

Observamos agora um mapeamento que emerge, tomando por domínio fonte o movimento físico e por domínio alvo o gráfico cartesiano, ver figura 35 .

Domínio Fonte Sala de Aula Movimento Físico	Domínio Alvo Gráfico na tela da Calculadora Representação do Movimento Cartesiano
Distância da parede	Ponto no gráfico em relação ao eixo Y
Mesma distância	O ponto não sobe nem desce
Ficar parado	Linha reta (horizontal) paralela ao eixo X

Figura 20- Mapeamento do repouso

O sensor com a calculadora gráfica possibilitou aos alunos falarem sobre os segmentos nos gráficos. Por meio do movimento do corpo, estando o sensor preso a

ele, puderam perceber que, ficando parado, obtinham uma linha horizontal. Notamos que a conscientização da noção de repouso ou de parar, como um segmento horizontal, aconteceu dentro da própria atividade em que estavam envolvidos.

O papel das professoras foi importante conforme esclareciam e instruíam os alunos no uso do sensor e, também, nas intervenções feitas como podemos verificar nas falas da professora Elenice vistas acima.

Assim, também, o movimento do corpo foi fundamental para perceberem a variável repouso. Possibilitou de maneira rápida a relação com sua representação em um gráfico cartesiano. Com este “feedback” , puderam justificar para a professora, o que obtiveram na tela da calculadora:

P21L13 A1G5 : *Olha, na hora em que ele fez essa inclinação,...Primeiro, pra partir do ponto exato, a gente mediu 3 metros.quando a gente mediu 3 metros, a gente começou a andar de costas [se afastou da parede]]. Ai, neste momento que ficou reto [indica o 2º trecho horizontal]], a gente parou. Aí quando a reta desceu [faz o movimento com o dedo indicando o 3º trecho] A gente começou a andar pra frente tentando mais ou menos a mesma velocidade.*

Nos problemas apresentados na sala de aula de Física, muitas vezes, o atrito e outros elementos são desprezados, pois sofrem condições ideais de temperatura, pressão, entre outros. Os de matemática já supõem um domínio e um contradomínio real e o enunciado é impessoal, atemporal e compactado: “Seja $f(x)=2x+3$ ” .

A formulação matemática rigorosa seria: Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ com $x \mapsto 2x+3$, mas como ocorre nas conversas cotidianas, compactamos muito do que seria dito. Por exemplo, quando um aluno pergunta se a resposta está certa, é comum ver o professor levantar o polegar, ao invés de dizer sim, sua resposta está correta ! Só que nas conversas cotidianas, podemos ao longo dos anos ir entendendo tais “compactações” , ao passo que, nas disciplinas escolares, para compreender conceitos científicos novos, muitas vezes, o tempo se restringe a menos de quatro aulas mensais.

Por fim, resumimos na Figura 22, as observações feitas até aqui.

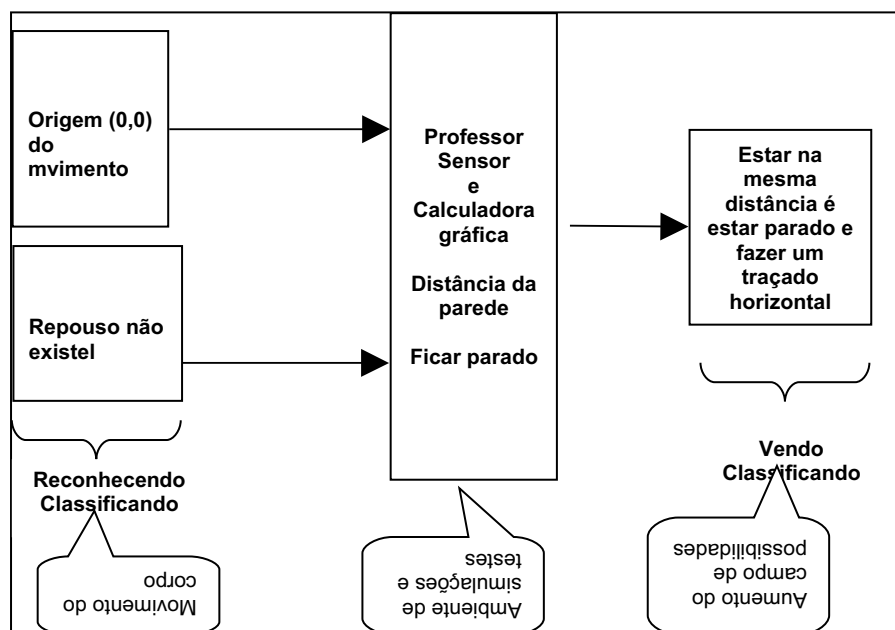


Figura 22 –Esquema geral do repouso

3.4 Episódio 3 – A Velocidade

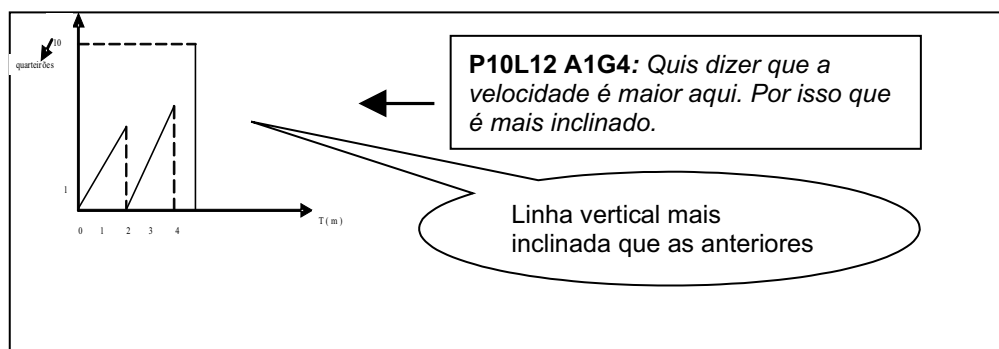
Neste episódio selecionamos os argumentos que manifestavam as idéias dos alunos com respeito à velocidade. Mais uma vez obtivemos as informações das apresentações que os representantes dos grupos fizeram na lousa, no primeiro momento; e no uso do sensor e da calculadora gráfica no segundo momento .

Observamos que os alunos já tiveram contato com gráficos de movimento em Física e a velocidade, portanto, não era de todo desconhecido deles.

3.4.1 Primeiro momento (papel e lápis)-Da estória para o gráfico

Já no primeiro momento notamos a fala de alguns grupos sobre a inclinação da reta ser maior para a velocidade maior, ver Gráfico 15 .

Gráfico 15- Gráfico sobre a inclinação da reta



Antes mesmo do uso do sensor, o aluno A1G4 demonstrava conhecer a influência da velocidade na inclinação da reta e vice-versa, provavelmente, por causa das aulas de Física. É necessário investigar se os alunos que compreenderam alguns conceitos de gráfico de movimento nas aulas de física falam sobre a inclinação da reta, o que não foi o escopo desta pesquisa.

Um mapeamento que emergiu, tomou por domínio fonte o movimento do Joãozinho e por domínio alvo a inclinação da reta no gráfico, conforme Figura 23.

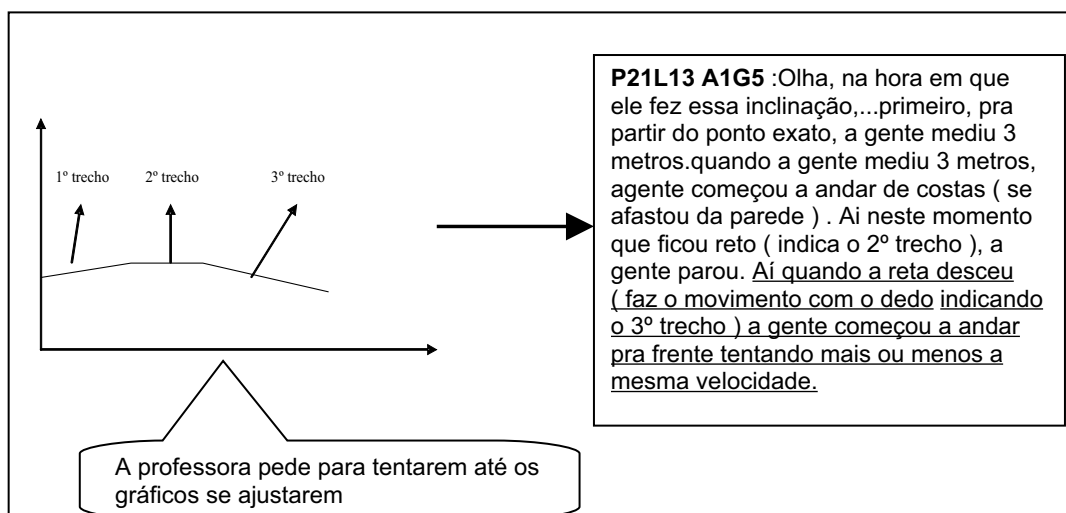
Domínio Fonte Movimento do Joãozinho	Domínio Alvo Gráfico Cartesiano que Representa o Movimento do Joãozinho
Subir é para cima	Inclinação positiva
Correr	Mais inclinado

Figura 23- Mapeamento da velocidade

A metáfora será : **Correr é estar mais inclinado**

Com o retorno imediato que a calculadora gráfica fornece ao aluno à medida que se move consegue, expressar melhor a relação entre seu movimento e o gráfico cartesiano na calculadora, de acordo com o Gráfico 16.

Gráfico 16- Gráfico sobre inclinação da reta com o sensor



Com o uso da calculadora gráfica e sensor, uma segurança maior apresenta-se na qual os elementos incertos como, por exemplo, o traçado gráfico que sobe ou o que desce, são ajustados na percepção de estar se aproximando ou afastando-se da parede.

A influência da tecnologia utilizada foi comentada pela professora Carla na reunião posterior à atividade:

P28L04 Carla : *O interessante é que além da calculadora responder o que eles tem dúvidas, eles também conseguem operar a calculadora. Achei muito interessante um rapaz...Esse rapaz ele me disse assim :agora eu vou dar a mesma velocidade. Ai eu perguntei a ele o por qu ? Como ele concluiu isso ? Ele disse que, em momentos atrás, o gráfico não ficava reto, ele ficava uma parábola (curvo), e que agora ele estava reto porque a velocidade dele era constante., ele andava a mesma distância no mesmo intervalo de tempo.Eu achei isso superinteressante.A calculadora estava passando isso para ele...*

Falar da representação gráfica cartesiana por meio do movimento corporal enquanto percebe sua construção simultânea com a calculadora gráfica dá ao aluno uma certeza maior do que com o papel e lápis. Suas falas são mais claras e concisas.

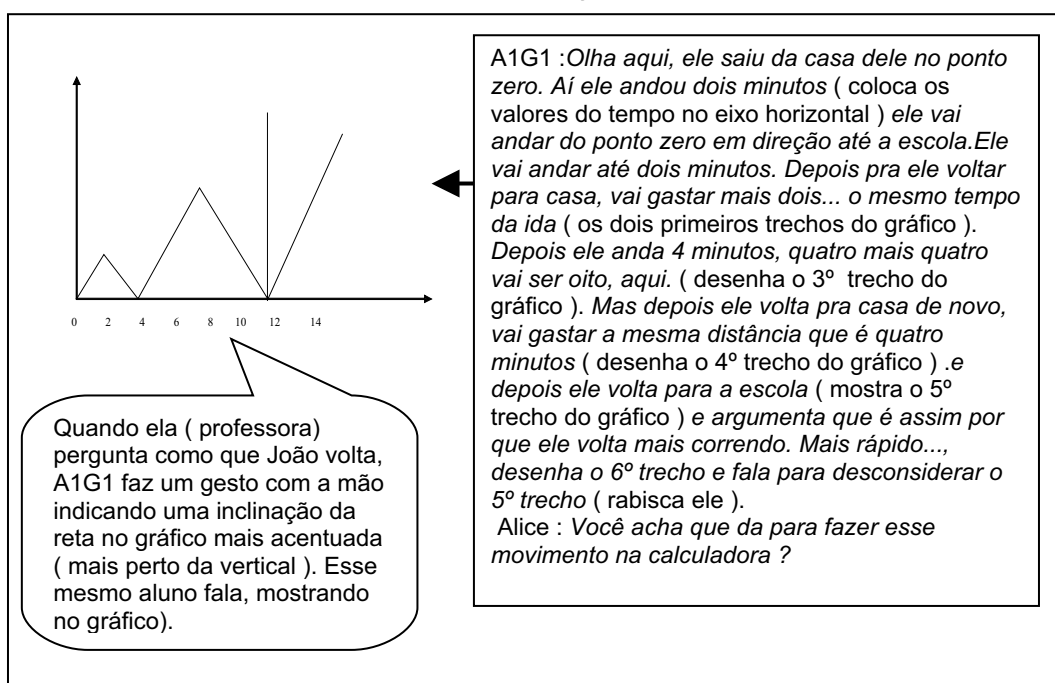
Relacionar a velocidade com a inclinação, positiva ou negativa, vai assumindo um caráter único de tal forma, pois, enquanto fala de velocidade automaticamente já expressa em movimento com as mãos as inclinações gráficas cartesianas. Maior velocidade maior inclinação das mãos. É perceptível que, quanto mais tempo os alunos permanecem na manipulação dessa tecnologia, vão modificando e refinando os significados produzidos de modo cada vez mais claro sobre a idéia de velocidade.

Isso em razão de um aumento do repertório de conhecimentos que o retorno rápido fornecido pela calculadora propicia. Segundo Noble et al. (2004), houve uma aumento do campo de possibilidades. Vemos aqui um refinamento das possibilidades para a velocidade. Além de mais ou menos inclinado, existe a possibilidade da velocidade poder variar.

Em geral, mais uma vez, nos livros, sobre Movimento Retilíneo e Uniforme ou Movimento Retilíneo os gráficos já aparecem prontos e pouco se discute sobre isso.

No terceiro momento, o grupo 1 fala dessa inclinação, agora com maior clareza, ampliando o Campo de Possibilidades, conforme o Gráfico 17.

Gráfico 17- Gráfico sobre inclinação da reta- 3º momento



Começaram reconhecendo alguns aspectos da inclinação, vão refinando e ampliando o campo de possibilidades e vêem com mais clareza.

Na Figura 24, apresentamos o esquema geral para a idéia de velocidade.

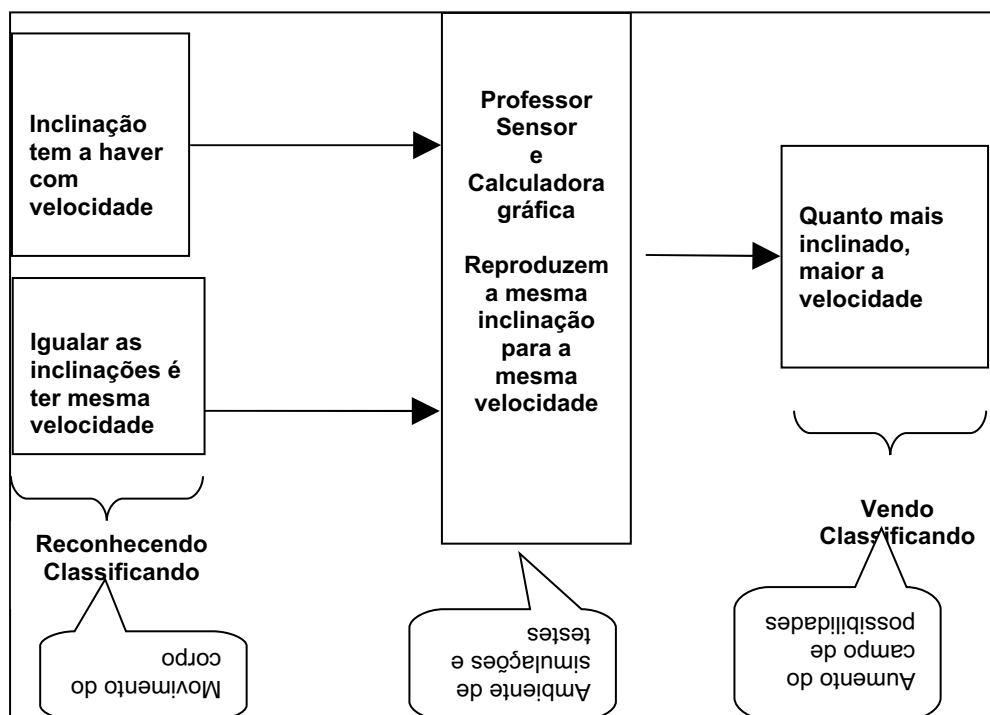


Figura 24- Esquema geral para a velocidade

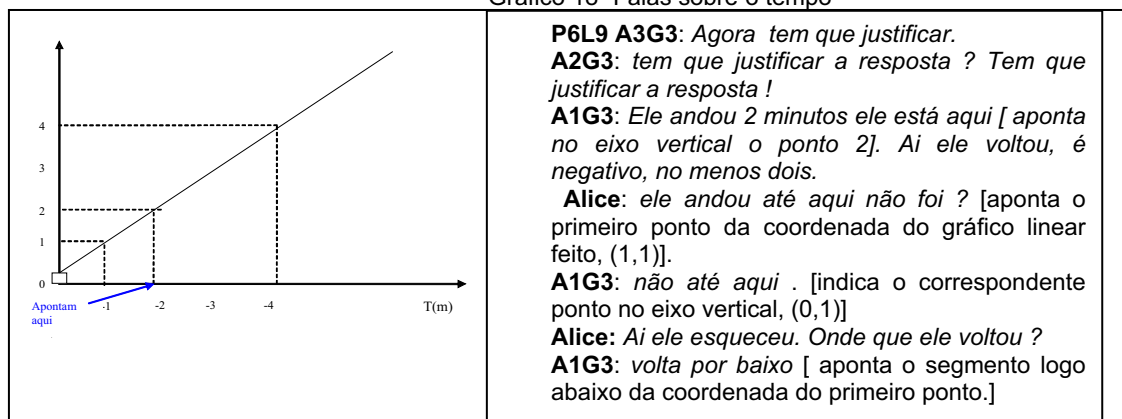
3.5 Episódio 4 – O Tempo

O tempo é uma idéia abstrata, não palpável, costuma ser associado a uma seqüência de eventos físicos, como vimos na Teoria da Cognição Corporificada na qual a metáfora é explicada por Lakoff e Núñez (2000) conforme apresentada nas considerações teóricas no capítulo 2.

Observamos, então, a dificuldade dos alunos para esboçar o gráfico dxt do Joãozinho que ora vai num sentido, ora em outro contrário.

Vemos na Gráfico, o grupo 3 falando sobre o movimento do João.

Gráfico 18- Falas sobre o tempo



Observamos que a dificuldade era coordenar o movimento físico que avança e retrocede, expresso no eixo vertical, com o eixo dos tempos, sempre avançando no eixo horizontal. Os eixos parecem “descoordenados” .

A intervenção da professora Alice instiga-os a explicarem melhor e acabam apresentando a Figura 25.

Começa assim

Volta assim

Alice: Mas se ele está andando aqui ele vai voltar assim ? [com o dedo mostra o traçado no gráfico]

A3G3: Ah não, quando ele está voltando é negativo.

Alice : Mas como ele volta ?

A4G3: Se o tempo está correndo, não significa que é menos não.

A2G3: Lógico que é menos, de dois se tira dois...Ele andou dois e voltou dois. Ele voltou pro zero.

A4G3: por que ?

A2G3: de onde ele saiu.

A4G3: [olhando para Alice] Ele não levou dois para ir ? e depois mais dois para voltar ? então são quatro minutos não significa que é menos, que subtrai. Ai ele ta no tempo quatro quando ele chega na casa dele.

Alice: Vocês não estão falando, não estão sabendo expressar...

Figura 25- Falas sobre o tempo

Percebemos a idéia de tempo negativo ao se referirem à volta do Joãozinho, provavelmente, associando a volta como sentido negativo do movimento com o tempo.

A dificuldade que permanece, então, é a da coordenação dos eixos, pois, enquanto se volta no eixo dos espaços, o tempo continua avançando.

P5L4 A2G3: [demonstra dificuldade de separar o eixo dos tempos e da posição dizendo): por que ele tem que dá a volta aqui ? [fazendo um gesto com o lápis traçando uma curva]].

A1G3 : porque é gráfico.

A2G3: É que não estou acostumada com o eixo do T aqui [aponta o mesmo eixo dos tempos)].

No primeiro momento, a principio, houve dúvidas dos alunos de como relacionar deslocamento e tempo. Só depois de alguma discussão e durante as apresentações na lousa à professora, foi que o gráfico começou a ser esboçado.

Os alunos não conseguiram expressar essa relação de espaço e tempo nos eixos coordenados com papel e lápis.

O movimento do corpo dos alunos aqui apresentou dificuldades, pois a “incorporação” do espaço físico, levando as mesmas inferências para o tempo, pareceu correto aos alunos falarem, quando eu vou é positivo e se volto é negativo.

O aluno agora na busca de justificativa para o gráfico esboçado, acaba por usar esse argumento.

Parece que o corpo condiciona certas idéias e para a noção abstrata de tempo há dificuldade em sua assimilação. Na relação estabelecida entre movimento corporal e gráfico cartesiano emergiu a metáfora: ” **O tempo é uma sucessão de eventos espaciais**”, Figura 26.

Com isso, o tempo, também, retrocederia, produzindo falas como: “o tempo é negativo” .

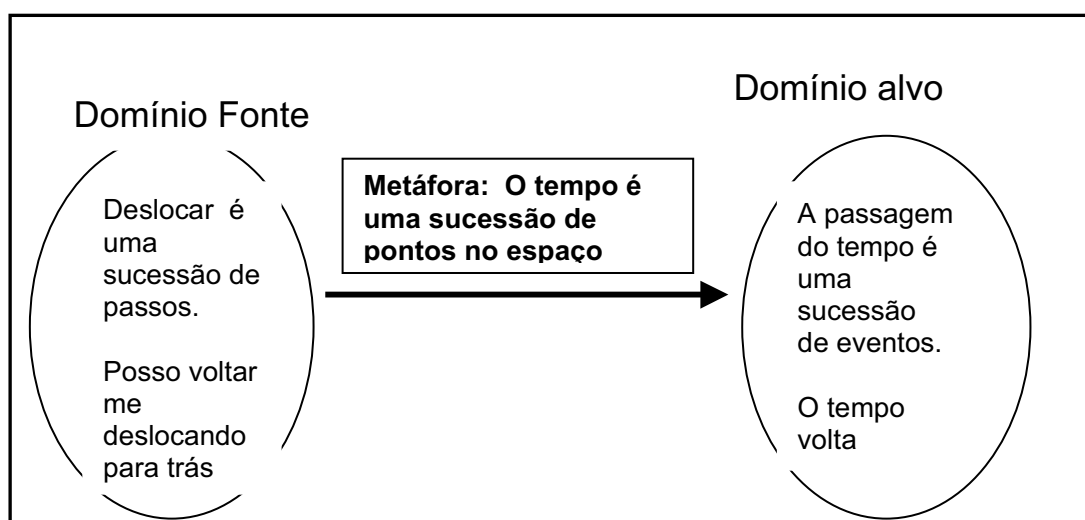
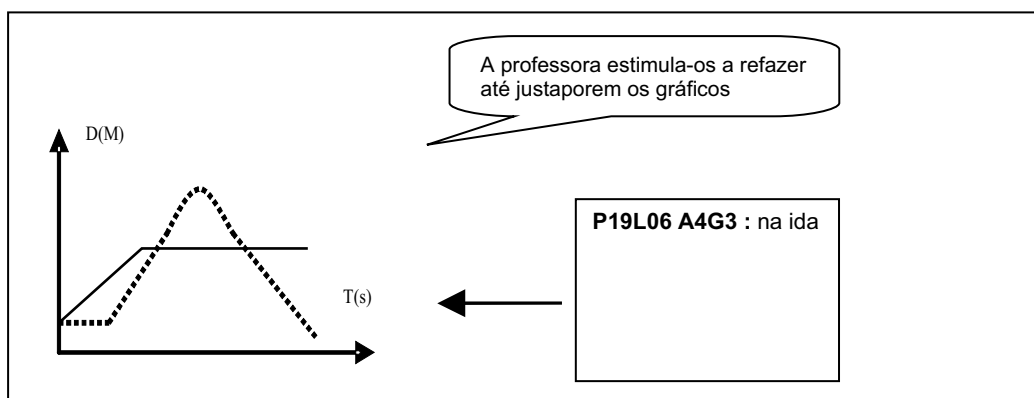


Figura 26- Mapeamento sobre o tempo

3.5.1 Segundo Momento: Sensor, Calculadora e Ficha

Aqui, os alunos deveriam justapor o gráfico apresentado na tela com o gráfico realizado pelo movimento de um aluno, conforme o Gráfico 19.



Agora surgem as idéias: ganhar e perder tempo relacionadas à velocidade e, ser mais ou menos rápido. O fato do gráfico que simularam ter passado (mais acima) do gráfico apresentado pela calculadora fez com que interpretassem ser mais rápido e, a parte que ficou abaixo, fez que entendessem ser menos rápido.

A prótese sensor e calculadora gráfica permitiram que falassem sobre superposição com o movimento corporal. Tiveram a impressão de que ao andarem para trás (de costas), fizeram com menor velocidade. Aqui, podemos ter um condicionamento de que para frente é mais rápido do que para trás.

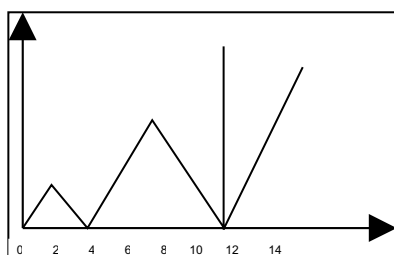
Em relação ao primeiro momento, houve agora uma melhor compreensão em função do maior “feedback” propiciado pela prótese, a idéia de tempo quando expressam “perdemos tempo” é mostrado no Gráfico 19, pois já não significa tempo negativo, mas, uma velocidade menor, uma inclinação diferente da pretendida.

É necessário investigar a compreensão do tempo com mais atividades, envolvendo movimentos de ir e voltar, para que percebam a distinção entre deslocamento e tempo, aumentando, assim seu campo de possibilidades, utilizando-se não apenas de sensor com calculadora gráfica, mas também cronômetro, pedômetro, etc..

3.5.2 Terceiro Momento: Vendo Gráfico para Gráfico

No vídeo só conseguimos obter a fala do grupo 1. Notamos em relação às falas do grupo 1, um refinamento dos significados por causa da negociação que houve quando do questionamento das professoras, da interação no grupo e da prótese, conforme Gráfico 20:

Gráfico 20- Falas sobre o tempo no 3º momento



P22L17 A1G1 :Mas depois ele volta pra casa de novo, vai gastar a mesma distância que é quatro minutos [desenha o 4º trecho do gráfico] .e depois ele volta para a escola [mostra o 5º trecho do gráfico] e argumenta que é assim por que ele volta mais correndo. Mais rápido..., desenha o 6º trecho e fala para desconsiderar o 5º trecho] rabisca ele].

Ao citar a inclinação do trecho final, mostra a noção de tempo relacionada com a velocidade. No primeiro momento, as falas sobre o tempo levaram em conta, sobretudo, a dificuldade de coordenação entre o deslocamento e o tempo.

No segundo momento, houve maior argumentação, acarretando a intervenção das professoras, o que fez os alunos chegarem a consenso sobre o que viam e produziam. A base para isso está no maior feedback propiciado pela prótese.

No terceiro momento, o gráfico apresentado expressa o tempo sempre avançando e a aceitação desse fato não é nem mais questionada.

Por fim, na Figura 27, apresentamos a estratégia argumentativa do tempo.

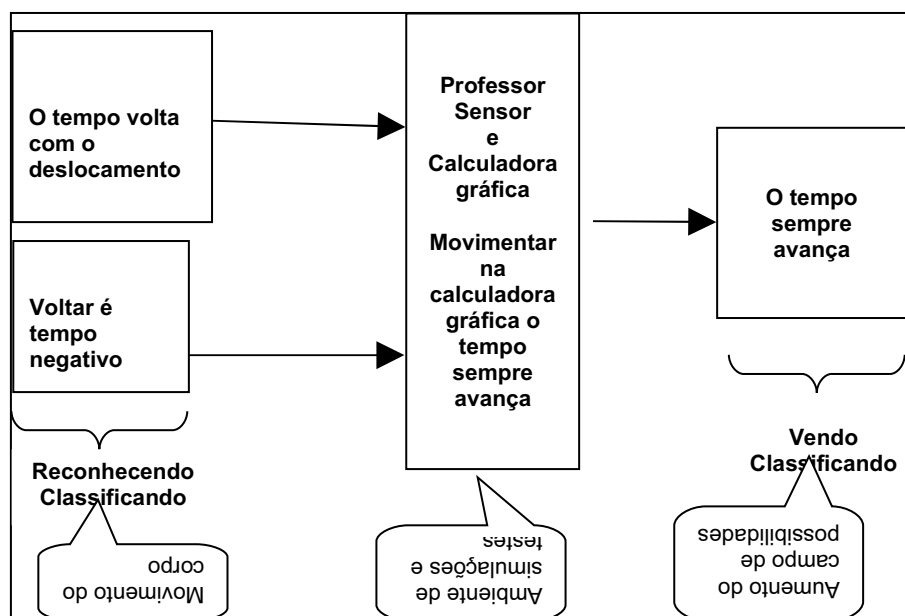


Figura 27- Esquema geral para o tempo

Capítulo 4

**CONCLUSÃO
E
CONSIDERAÇÕES FINAIS**

4.1 Conclusão

Vamos sintetizar o que encontramos na análise em relação a nosso objetivo, visando a entender, durante as três etapas da atividade, os aspectos relacionados à elaboração e leitura de gráficos cartesianos que representem os movimentos retilíneos que ficaram mais evidenciados.

Na análise das três etapas, buscamos, também, entender como a teoria da Cognição Corporificada por meio das metáforas conceituais e as idéias de Noble et al. sobre “Iluminação” auxiliaram na compreensão da produção de significado pelos alunos.

Ao analisar a atividade, percebemos a importância das interações ocorridas entre aluno-aluno, aluno-professora e aluno-prótese. Desse modo, investigamos os aspectos das interações que mais se evidenciaram e que foram relevantes para nosso objetivo.

Um dos aspectos que emergiu e não constava de nosso objetivo, foi o papel do erro. Na primeira etapa, com papel e lápis, a autoridade da professora era requerida pelos alunos e, com o uso do sensor, que possibilitou um fazer diferente, não requereu um aval para o certo e ou errado por parte das professoras. O erro que inicialmente era inibidor e até mesmo constrangedor para os alunos, assume o papel de motivador, instigando-os a ficarem à vontade para buscarem novas soluções.

4.1.1 Primeiro Momento

Nesta etapa, presenciamos os diálogos entre os alunos no sentido de representar em um gráfico cartesiano o movimento do Joãozinho. A dificuldade de relacionar o movimento com sua representação gráfica cartesiana mostrou-se no início da atividade.

Nos livros de matemática para o Ensino Médio, os problemas da Matemática do movimento não são abordados, ficando quase que restritos à Física. A relação das funções em Matemática com a Física do movimento é abordada somente nos livros de cálculos, quando no 1º ano do terceiro grau falarem de taxa de variação, deslocamento, tempo e velocidade.

Assim, a coordenação dos gráficos relacionados à Matemática com os de Física não faz parte da cultura escolar do ensino básico.

Nesta investigação, os alunos representaram o movimento sempre no primeiro quadrante e partindo da origem do gráfico cartesiano o ponto (0,0). Para todos os grupos, Joãozinho movimentava-se o tempo todo, não havia um momento de repouso nem quando voltava para casa. Assim, de cinco grupos tivemos quatro gráficos distintos, conforme a Figura 28:

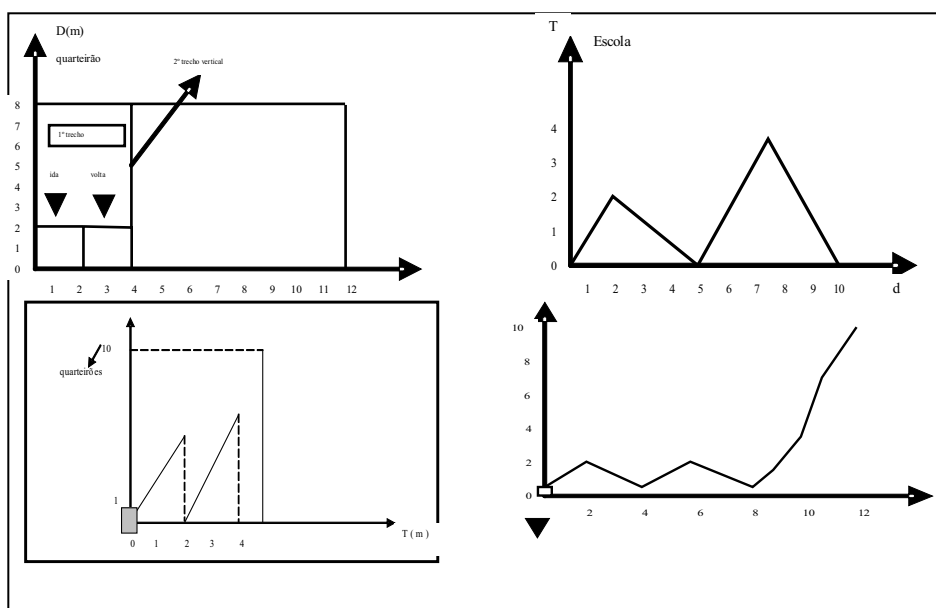


Figura 28- Gráficos apresentados no primeiro momento

A postura da professora mostrou que ela deixou os alunos negociarem os diferentes significados sem uma imposição. Sua intervenção vai na direção de perguntar no final da tarefa no primeiro momento : “Será que há algum gráfico melhor que outro ? “

Diante da falta de uma resposta, esse momento ainda não era suficiente para os alunos apresentarem argumentos, temos, então, o segundo e terceiro momentos da atividade.

Independentemente de ser a origem dos eixos ou do movimento, o ponto (0;0) era identificado como origem única, o que também é verificado nos livros didáticos de Matemática por não discutirem muito esses aspectos.

Vimos, também, que a proposta de Nunes (2001) do tempo ser uma sucessão de eventos, aconteceu. Os alunos falaram em tempo ganho, tempo negativo e que o tempo podia se anular.

Os alunos falavam disso, mas apresentavam alguma insegurança o que fazia que chamassem a professora e elas voltavam, então, a fazer com que eles argumentassem. Até o fim da primeira etapa, eles não conseguiam fazer essa relação com o tempo de forma satisfatória para eles.

Nessa primeira etapa, vemos a grande dificuldade em representar graficamente um movimento requerendo, então, chamar a professora.

4.1.2 O uso do Sensor e da Calculadora Gráfica

Nesta etapa, os alunos com base em uma situação diferente da usual de sala de aula, transformaram a tarefa em brincadeira e a prótese-kit oferecia um novo contexto para elaboração e leitura dos gráficos dxt.

A cada tentativa de sobreposição com o gráfico da tela da calculadora, foram tomando consciência de origem, referencial, tempo, repouso e velocidade. As respostas a suas perguntas eram apresentadas pelo sensor e calculadora gráfica de forma que solucionavam, de modo geral, sem grandes intervenções das professoras. O erro agora ganhava uma gargalhada e uma reflexão. E os alunos logo partiam para modificar o que tinham feito.

Conforme interagiam, iam compreendendo e evidenciando aspectos, de modo que podemos afirmar que seu campo de possibilidade aumentou. Assim, puderam argumentar com mais elementos, como vimos no capítulo anterior.

Com o uso do sensor e da calculadora gráfica produziram significado ao gráfico na tela e à relação com sua localização em sala de aula. Inicialmente, nossa análise evidenciou a metáfora: “Origem do gráfico é a origem do movimento”. A prótese leva-os a ver a identidade entre posição do corpo e ponto no gráfico. Desse modo, o repertório dos alunos aumenta e levantamos, então, a metáfora conceitual: “Posição é um ponto no gráfico cartesiano”, passando a “ver” de forma indistinta o movimento e o gráfico cartesiano correspondente.

É interessante chamar a atenção que Papert (1980) chamava do “antropomorfismo” da tartaruga no LOGO, a essa possibilidade do aluno colocar-se no lugar da tartaruga. Com o kit acoplado ao corpo, o fato também ocorreu e permitiu novas explorações e compreensões por parte dos alunos.

O repouso, também, ficou mais claro quando identificaram a linha horizontal na tela da calculadora, reconhecendo o momento de parada. A questão da velocidade,

foi percebida ao falarem da inclinação do gráfico, dizendo que quanto mais inclinado maior a velocidade. E, também, que a velocidade deveria ser constante para se obter segmentos ao invés de curvas no gráfico da tela.

Sugerimos que os professores quando trabalharem com gráficos cartesianos mesmo sem utilizar o sensor e a calculadora gráfica, discutam sobre a questão das “origens” do movimento; que trabalhem mais com funções de várias sentenças, que o aluno tenha de identificar mais os pontos desses gráficos e não apenas coeficientes linear e angular.

Em suma, as análises, tendo como referenciais teóricos os Aspectos de Iluminação e as Metáforas Conceituais, apontam para a compreensão de como ocorreu a produção de significados matemáticos. O sensor com a calculadora gráfica possibilitou uma interação e um dinamismo diferente do que tradicionalmente vemos em uma aula de Matemática, dando aos alunos uma visão do problema até então visto de forma mais estática e abstrata, funcionando assim a tecnologia como uma prótese.

Antes do uso do sensor, via-se um envolvimento dos alunos na busca de solução para o problema e, com base no do uso do sensor com a calculadora gráfica, esse envolvimento foi se modificando ao possibilitar a busca de respostas pela interação com o aparelho, que fazia uma relação entre o movimento corporal e o traçado gráfico, sem a necessidade de respostas do professor. A atividade corporal trouxe aos alunos uma familiaridade cognitiva maior, servindo de base para estabelecimento de parâmetros relevantes na compreensão do gráfico diferente do que apresentaram no primeiro momento, usando papel e lápis.

Conforme apontado por Radford et al. (2003), a noção abstrata “tempo” ao ser associada com o movimento corporal apresentou dificuldade para o traçado gráfico, já que ele sempre avança. Logo, o papel do corpo apresentou limitações em seu uso para apreender a noção de tempo.

Assim, com o uso do sensor a origem é percebida como as origens possíveis, o repouso surge no trecho horizontal do gráfico, o tempo sempre avança e a velocidade, que já era entendida como a inclinação ganha uma qualidade maior, ou seja que tipo de inclinação.

Depois que trabalharam com o sensor, eles olharam para o problema de modo diferente, Pois esse problema já foi negociado nos grupos pequenos, depois na lousa e com a prótese. Com um repertório maior e seu campo de possibilidades

aumentado, é como sentissem maior segurança no que expressavam e modificavam o gráfico inicial do primeiro momento.

Os alunos ao produzirem significado para os gráficos cartesianos com prótese, no caso sensor e calculadora gráfica, conforme moviam o próprio corpo, transformavam o gráfico e expressavam fatos que não o fariam com lápis e o papel.

Assim, é diferente quando usamos em um plotador modificações no gráfico por meio de alterações nos parâmetros das expressões algébricas. Por isso, sugerimos que distintas atividades sejam realizadas em aula. Cada uma delas pode evidenciar pontos que contribuem para a formação do conceito de gráfico de uma função.

O uso da tecnologia não significou maior ou melhor interatividade entre os alunos; configurou-se um modo diferente de interagir com diferentes resultados, sendo mais um elemento que promove discussões e permite novas ações. Assim, o experimento forneceu um indicativo de que seu uso em sala de aula fornece recursos novos. Atividades como esta mobilizariam professores e alunos na mesma perspectiva, ou seja, na compreensão do objeto matemático.

As novas experiências de reconhecimento favoreceram que chegassem ao aspecto “vendo”, ou seja, vendo o objeto matemático no todo. Mesmo assim, segundo Noble et al. (2004), nem todos “vêm” da mesma maneira, necessitando, portanto, da interferência do professor, mas não no sentido de forçar uma interpretação, e, sim, de ajudar a “ver”, criando condições para que a ocorrência de “ver” aconteça.

Além disso, pela rapidez com que se pode repetir o experimento, conseguem muitas respostas diretamente no resultado apresentado na tela da calculadora sem a necessidade de perguntar à professora. Isso acabou propiciando maior interatividade entre os alunos e, portanto, às suas argumentações.

Quanto às metáforas conceituais, vimos que a pessoa quando desenvolve uma metáfora, geralmente, de forma inconsciente, pode ficar sempre em cima dessa mesma metáfora, o que lhe permite fazer determinadas inferências. Quando você amplia, seu campo de possibilidades, aumenta, também, esse repertório metafórico.

Com isso temos uma nova metáfora que amplia as inferências que podemos fazer, porque os argumentos vão sendo modificados.

O uso de sensores com calculadoras gráficas possibilitou ampliar o campo de possibilidade dos alunos, foi uma nova experiência ao lidar com funções por meio das representações gráficas e os levou a relacionar mais e melhor os

conhecimentos que já sabiam e que ainda não conheciam (por exemplo, o caso da origem do movimento).

4.1.3 A Interação Professor-Aluno

Nessa interação observamos um aspecto importante no processo de ensino e aprendizagem. Em nosso caso, as professoras sempre devolviam perguntas às perguntas dos alunos ou faziam perguntas, para que eles refletissem sobre suas ações.

No primeiro momento, as intervenções não foram tão evidentes, seja pela questão do tempo limitado, seja pelo possível interesse e mesmo ansiedade que todas as professoras teriam pelo uso do kit em sala de aula ou porque no primeiro momento tivessem deixado mais livre, para que os alunos depois de usarem o kit refletissem, no terceiro momento, por si próprios, se deveriam ou não mudar o gráfico esboçado inicialmente. Desse modo, facilitou nossa análise, pois as “mudanças” ou sua aprendizagem ficaram mais evidentes.

4.1.4 As Considerações Finais

A metáfora “Tecnologia é Prótese” nos levou a olhar de modo diferente o papel da tecnologia, desde a proposta das tarefas à sua análise, e isso, tanto para os alunos que ampliaram seu repertório sobre gráficos cartesianos dxt como ao pesquisador para quem foi possível ver, de modo diferente, a resolução do problema proposto.

Outro ponto relevante observado nesta pesquisa foi evidenciar ser importante mais trabalhos e atividades, envolvendo movimento e gráficos, não apenas com o uso do sensor, mas também com outras próteses que poderiam evidenciar os aspectos relevantes do problema de forma diferente, possibilitando mais argumentos. O sensor proporciona tratar o problema com o movimento do próprio corpo, mas poderíamos, também, trabalhar, por exemplo, com o software Vrum-Vrum no qual observamos o movimento com base no movimento de outro corpo que não o nosso. Com o LOGO onde a tartaruga move-se para direita, esquerda ou em linha reta.

Sugerimos que os alunos também apresentem gráficos e relatem uma história de movimento que se ajuste a ela. Desse modo, cada atividade poderá propiciar discussões ricas para que novas possibilidades se apresentem.

A pesquisa, acredito, trouxe mais elementos para que professores e pesquisadores reflitam sobre suas práticas em sala de aula, ampliando o campo de conhecimentos do processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.

A partir de agora, posso continuar investigando mais a fundo alguns tópicos evidenciados nesta pesquisa, como a questão do tempo e da velocidade com outras próteses. Em suma, continuar a entender os processos de ensino e aprendizagem da Matemática das variações do cálculo diferencial, no Ensino Médio e Fundamental.

Referências Bibliográficas

BAKHTIN, M. *Marxismo e Filosofia da Linguagem*. São Paulo. Hucitec, 1997

BARAB, Sasha. A. et al. Using Activity Theory to Understand The contradictions Characterizing a Technology-Rich Introductory Astronomy Course. *Annual Meeting of the American Educational Research Association*, Universidade de Indiana, Indiana, 1999.

BARAB, Sasha, A; BOWDISCH, B. E; LEWLESS, A. K. Hipermedia navigation: profiles of hypermedia users. *Educational Technology research and Development*, vol. 45, p.23-42. 1997.

BARTO, Maria Cecília. *Um Olhar sobre as idéias matemáticas em um curso de cálculo*: A produção de significados para a continuidade. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica, PUC, São Paulo, 2004, 133p.

BAUMGART, John.K. *Tópicos de História da Matemática pra uso em sala de aula:ÁLGEBRA*. São Paulo: Atual Editora, 1997. 124p.

BONGIOVANNI,Vicenzo; LEITE,Olímpio Rudini Visoto; LAUREANO, José Luiz Tavares. *Matemática e Vida*. vol. 01, São Paulo-Sp, Editota Atual, 1993.

BOLITE FRANT, Janete. Produção de Significados, Funções e Representações sociais. 23ª Reunião anual da Anped. Caxambu- MG, 2000.

BOLITE FRANT, Janete. Tecnologia, corpo , Linguagem, Cognição. I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática, Universidade Federal do Paraná, 2001, p. 121-134.

BOLITE FRANT, Janete. Corpo, Tecnologia e cognição matemática. *I HTEM- 1º Colóquio em História e Tecnologia no Ensino da Matemática*. Editora IME-UERJ. 2002, V. 1, p. 129-139.

BOLITE FRANT, Janete. *Educação Algébrica e Resolução de Problemas:As Equações e o Conceito de Função* . 2003. Disponível em: <www.tvebrasil.com.br/salto/boletins2003/eda/tetxt5.htm> . Acesso em :2005.

BOLITE FRANT,Janete. et al. O Conceito de Montagem para análise e compreensão do discurso.*Boletim GEPEM*, nº 44- jan-jun. p.43-62. 2004

BOLITE FRANT, Janete; ACEVEDO, Jorge; FONT , Vicenç. Cognição corporificada e linguagem na Sala de aula de matemática analisando metáforas na dinâmica do processo de ensino de gráficos de funções. *Boletim GEPEM* , nº 46- jan/jun. p.41-54. 2005

BOLITE FRANT,Janete. et. al.Tecnologia e Nova matemática : Este gráfico existe ? *III HTEM- História e Tecnologia no ensino de Matemática-PUC*, São Paulo-SP, 2006

BOOTH,Wayne.C; COLOMB,Gregory.G; WILLIAMS,Joseph.M. *A Arte da Pesquisa*. Tradução de Henrique A. Rego Monteiro. São Paulo: Editora Martins Fontes, 2000. 351p.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy Penteado. *Informática e Educação Matemática*. Coleção: Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte-BH: Editora Autêntica, 2003

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais-PCN. Secretaria da Educação Fundamental. *Matemática*. 2ª ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2000, vol. 3

BRITO, Dirceu dos Santos; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. *O Conceito de Função em situações de Modelagem Matemática*. Zetetiké, Campinas, 2005, vol 13, nº 23, 63-85.

CASTRO, Mônica Rabelo de; FRANT, Janete Bolite; LIMA, Tânia. *Pensamento Combinatório: Uma análise baseada na análise argumentativa*. 24º ANPED-Caxambu- M.G, 2001.7p.

CASTRO, Mônica Rabelo; BOLITE FRANT, Janete. *Argumentação e Educação Matemática*. Boletim GEPEM. Rio de Janeiro, nº 40, p.53-80, Agosto. 2002.

DALL'ANESE, Cláudio. *Augumentos e Taxas Conceituais para Taxa de Variação*. Tese de Doutorado em Educação Matemática. São Paulo. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo- PUC-SP, 2007.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos da matemática Elementar*. São Paulo-SP:Atual Editora, 5ª Edição, 2000.

EVEN, R; SCHWARTZ,B.B. Implications of competing interpretations of practice for research and theory in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, Netherlands, Kluwer Academic Publisher. 2003, vol 54, p. 283-313.

EVES, Howard. *Introdução à História da Matemática*. Campinas-SP: Editora da Unicamp, 2004. 843p.

GENTIL, Nelson. et al. *Matemática para o 2o Grau*. São Paulo-SP. 9ª edição, Atual Editora, 1997.

IEZZI, Gelson. et. al. *Matemática*. São Paulo-SP. Volume Único. 3ª edição. Atual Editora, 2006.

KIERAN, Carolyn; YERUSHALMY, Michal. Research on the role of Technological Environments in algebra Learning and Teaching. *The future of the Teaching and learning of Algebra. The 12th ICMI Study*, Kluwer Academic Publisher, USA, 2004, p.99-152.

KIYUKAWA, Rokusaburo; SHIGEKIYO, Carlos Tadashi; YAMAMOTO, Kazuhito. *Os Elos da Matemática*. São Paulo-SP. 1ª Edição. Editora Saraiva, 1981.

LAKOFF, George. *The Contemporary Theory of Metaphor*. In: ANTONY, a. (Ed.). *Metaphor and Thought*. 2. ed. New York: Cambridge University Press, 1993.

LAKOFF, George ; JOHNSON, Mark. *Metáforas da Vida Cotidiana*. Tradução por: Grupo de Estudo da Indeterminação e da Metáfora (GEIM)- Vera Maluf. São Paulo: EDUC - editora da PUC-SP, 2002. 360p.

LAKOFF, George; NÚÑEZ, Rafael. *Where Mathematics Come From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*. Basic Books, 2000.

LEONTIEV, Alexis N. *Uma Contribuição à Teoria do Desenvolvimento da Psique Infantil, Em Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem*. In Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem. Tradução: Maria da penha Ville lobos, Ícone Editora, São Paulo, 1991. 234p.

LINS, Rômulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. *Perspectiva em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. Campinas-SP, Papirus Editora, 2001. 176p.

LINS, Romulo Campos; KAPUT, James. The Early Development of Algebrate Reasoning: The Current State of the Field. *The 12o TCM Study. The Future of the Teaching and Learning of Algebra*. Kluwer Academic Publisher, 2004, p.47-96.

Manual da Texas Instruments : *Introdução ao CBR incluindo 5 Atividades para alunos* . 1997. Disponível em: <<http://education.ti.com/guidebooks/datacollection/cbr/cbrpor.pdf>> . Acesso em: 2006.

MOMETTI, Antonio Luiz. *Reflexão sobre a prática: argumentos e metáforas sobre um grupo de professores de Cálculo*. Tese de Doutorado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PUC-SP, São Paulo, 2007

NEMIROVSKY, Ricardo; TIERNEY, Cornelia; WRIGHT, Ttracey. Body motion and Graphing. *Cognition and Instruction*, Lawrence Erlbaum associates, Inc. 1998. 16(2), p.119-172.

NEMIROVSKY, Ricardo; TIERNEY, Cornelia; WRIGHT, Ttracey. Learning to see: Making sense of the mathematics of chance in middle school. *Internatinal Journal of computers for mathematics learning*. Kluwer Academics publishers. Vol 9. p. 109-167, 2004.

NOSS, Richard; HEALY, Lulu; HOYLES, Celia. *The Construction of Mayhematical Meaning: Connecting Visual with Symbolic*. Educational Studies in Mathematics, Vol 33. p. 203-233, 1997.

NOBLE, Tracy; NEMIROVSKY, Ricardo; DiMATIA, Cara. WRIGHT, Tracey. Experiencing Change : the Mathematics of change in Multiple Enviroments. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(1), p.85-108, 2004.

NÚÑEZ, Rafael. Do Real Numbers Really Move ? Language, Thought, and Gesture: The embodied Cognitive Foundations of Mathematics. *Embodies Atificial Intelligence, LNAI 3139*, Spring-Verlag Berlin Heidelberg, 2004. pp. 54-73.

NÚÑEZ, Rafael. Cold the future taste purple ? Reclaiming mind, body and cognition. *Educação Matemática Pesquisa*, educ, São Paulo, 2001, v.3, n.2.

PAPERT, S. Computer-based microworlds, in Taylor, R. *The computer in the school, tutor, tool, tutee*. Teacher College Press, New York, 1980.

PERELMAM, C. *Tratado da Argumentação- a nova retórica*. São Paulo. Martins fontes, 2000.

RADFORD, Luis. DEMERS, Serge. GUSMÃO, José. CERULLI, Michelli. Calculators, Graphs, Gestures and Production of Meaning. *Proceeding of the Conference of the International Groups for the Psychology of Mathematics Education. PME 27*, University of Hawaii, 2003. Vol. 4, pp. 55-62.

ROBUTTI, O. The construction of Mathematics Knowledge through multiple perspectives. *Topic Study Group 28: New trends I Mathematics Education as a discipline, ICME10*, Copenhagen, 2004.

ROBUTTI, O; GHIRARDI, S. From motion to graphic and symbolic representation: a teaching experiment in primary school. *CIEAEM 57*, Piazza Armerina, July 23-29, Italy, 2005

SCHEFFER, Nilse Fátima; Movimentos corporais, sensores, informática e representação Matemática. *25ª Reunião anual da Anped*, 2002.

ZUFFI, Edna Maura. Alguns Aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função. *Educação Matemática em Revista*. Número 9, ano 8, 2001.

ANEXO
TRANSCRIÇÃO

Anexo I

Um índice e a transcrição dos três momentos estão como abaixo.

Índice

Este índice apresenta os intervalos de tempo nas quais as principais ocorrências para nossa análise ocorreram. Procuramos assim facilitar a busca dos eventos relevantes.

- a) 0m – 7 m : Os alunos estão dispostos em grupos e lêem o problema. Demonstram inquietação e uma certa timidez com a presença da câmera. Lêem o problema individualmente.
- b) 7m - 20m : Os alunos discutem entre si o problema e procuram entender e resolver , com papel e lápis, traçando o gráfico correspondente. Há muita insegurança e incertezas. Os gestos se fazem mais presentes como forma de apresentar e justificar argumentações. Não se nota mais inibição com a câmera.
- c) 20m - 30m : Primeira intervenção de uma professora e dificuldade em relacionar o tempo fora do eixo dos espaços. Mas, é “visível” o envolvimento dos alunos na atividade.
- d) 30m - 57m: Os alunos apresentam suas resoluções na lousa. Justificam e argumentam
- e) 57m – 1h24m : Começa a atividade com o sensor e a calculadora gráfica. Passam a manipula-los tentando simular um movimento que deu origem ao gráfico apresentado na calculadora. Vão percebendo os limites do experimento : não balançar o sensor, não ficar muito perto da parede. Aos

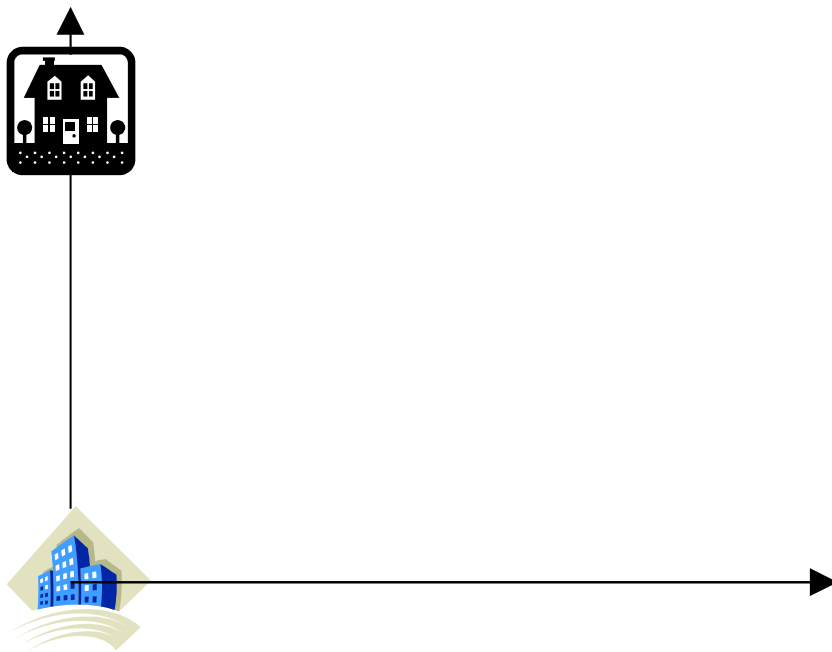
poucos vão correspondendo ,aos movimentos, os traçados gráficos da calculadora.Percebem o problema da origem e do traçado horizontal , na tela da calculadora, correspondendo a estar parado.Os professores procuram intervir por meio de perguntas às questões pouco definidas.

- f) 1h25m –1h40m Começam a reinterpretar o problema inicial depois do experimento com o sensor .
- g) 1h40m : O experimento termina

Primeiro Momento

“A primeira atividade foi o esboço do gráfico do problema apresentado abaixo:

Um estudante sai de casa para ir à escola, após 2 minutos lembra que esqueceu um livro e volta para casa. Pega o livro e volta em direção à escola quando, após 4 minutos de caminhada lembra que esqueceu (menino esquecido este !!) o dinheiro da merenda. Volta para casa, pega o dinheiro da merenda e retorna para a escola onde finalmente chega. Considerando a trajetória da casa à escola uma linha reta, esboce o gráfico.”



Transcrição do Primeiro Momento

Os cinco grupos estão formados e os alunos lêem o problema individualmente.

Observações Iniciais

0 – 1'30s : Elenice orienta o grupo 1 em como ligar o gravador na hora em que irão discutir o problema.

3'40s : Berenice reforça os eixos posição e tempo no papel onde está o problema como apresentado acima.

6'00s : Elenice observa o grupo 1.

7'00s : Até aqui os alunos se mostram dispersos e não concentrados na resolução do problema, talvez em função da câmera e do inusitado do experimento.

8'00 : Alice observa o grupo 1.

9'00s : A1G1 fala , A2G1 e A3G1 ouvem (não inelegível).

10'00s : Os grupos são filmados e, de modo geral, há participação dos alunos.

11'00 : Há um esforço dos grupos em relacionar o movimento real com os eixos de posição pelo tempo. Fazem marcações de tempo no eixo de posição. (as falas não são inteligíveis)

Falas

13'00 : A1G3 fala para A2G3 : *ele sobe* (ao mostrar o eixo vertical do deslocamento).

13'35s: A3G3 fala para A4G3: *aqui se ele levou dois minutos para ir até sua casa, e depois voltar,, dois e dois são quatro , gastou quatro minutos para ir e voltar. O tempo que ele vai, ele vai voltar.*

15'00s : (A mesma dupla tenta relacionar valores negativos mas não é inteligível) .

15'20s : A2G3 fala para A1G3: *. Ele vai em dois minutos, volta e depois vai de novo em quatro minutos.* (indica o movimento de ir e voltar só no eixo vertical) .

A1G3 contra argumenta que: *se fosse assim, por que tem isso aqui* (mostra o eixo horizontal com o lápis e faz um gesto de estalar os dedos).

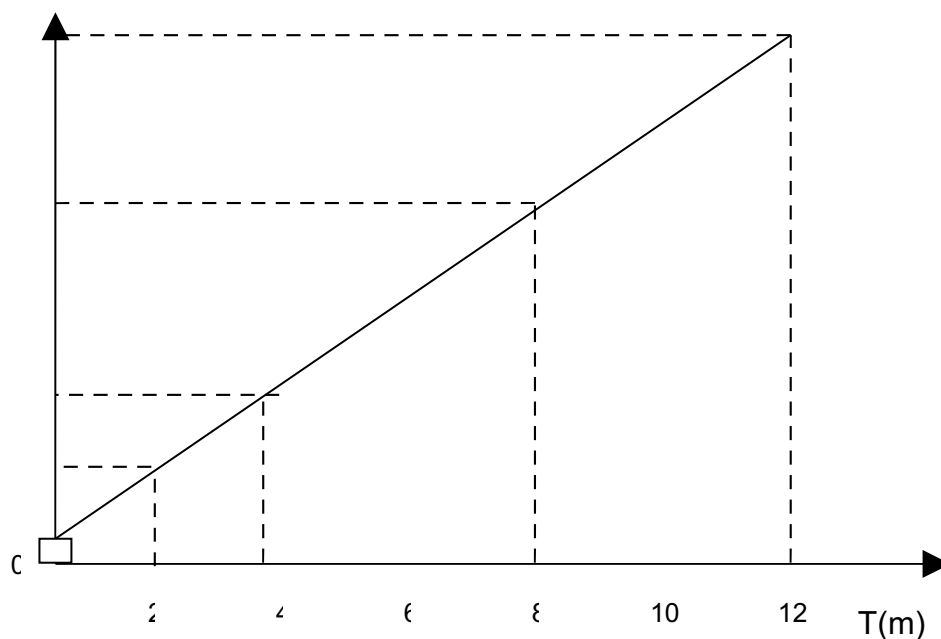
(Continua a discussão do problema até os 17'00s onde ouve-se, em voz alta, sobre ir e voltar acompanhado de gestos com as mãos : indo as mãos se afastam enquanto volta as mãos se aproxima do corpo.)

17'00s: A2G3 demonstra dificuldade de separar o eixo dos tempos e da posição dizendo): “*por que ele tem que dá a volta aqui* ‘ (fazendo um gesto com o lápis traçando uma curva).

A1G3 : *porque é gráfico.*

A2G3 *É que não estou acostumada com o eixo do T aqui* (aponta o mesmo eixo dos tempos).

18'30s: (A5G3 apresenta um gráfico marcando pontos sempre em posição crescente, de modo “linear”).



A3G3 : *mas como ele voltou ?*

A4G3: *Ele andou dois minutos, esqueceu o livro. Tava andando lá tal..esqueceu o livro..espera* (pede a A3G3 para deixar ela falar). *Ai chegou na casa dele, pegou o livro e ta andando. Andou quatro minutos Quatro minutos não significa que ele chegou na escola. Quatro minutos foi o tempo que andou e lembrou que esqueceu*

A3G3: *se quatro minutos fosse o tempo que ele levou para chegar até a escola ai seria a soma.*

A4G3: *não tem nada a haver, quatro minutos foi o tempo que ele perdeu.*

A1G3: *dois menos dois e quatro menos quatro*

A3G3: *se ele volta é negativo, ele ganhou tempo e perdeu tempo (indicando com a mão indo e voltando)*

A4G3: *não tem a distância que ele levou para chegar lá na escola.*

A2G3: *Há, não tem conta !*

A1G3: *não tem lógica fazer uma soma.*

(Continua uma discussão entre os alunos mas não fica claro as falas.)

21'10s : A3G3: *Agora tem que justificar.*

A2G3: *tem que justificar a resposta ? Tem que justificar a resposta !*

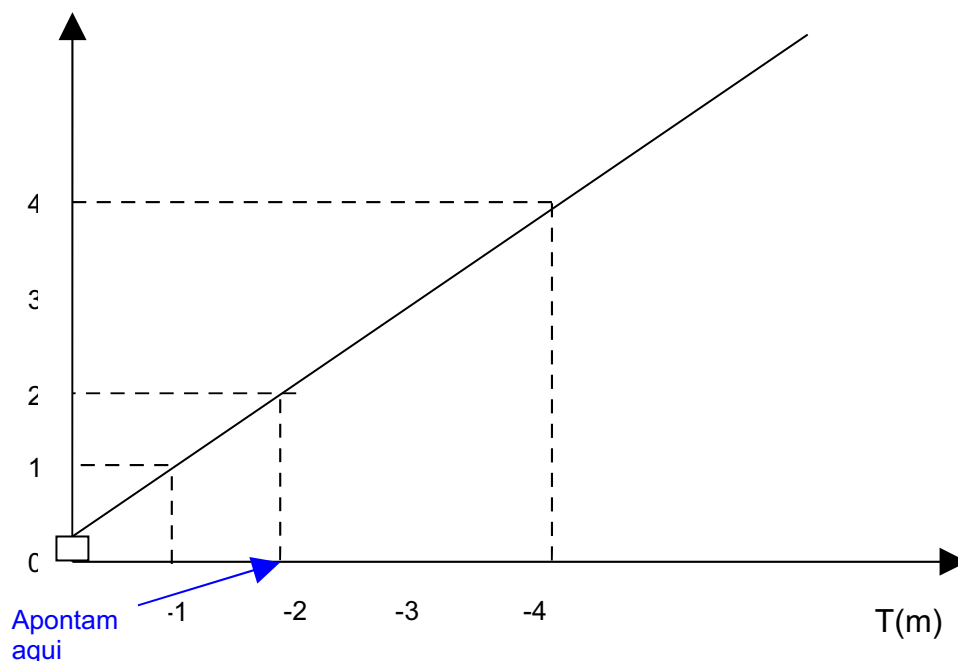
A1G3: *Ele andou 2 minutos ele está aqui (aponta no eixo vertical o ponto 2). Ai ele voltou, é negativo, no menos dois.*

21'50s : Alice: *ele andou até aqui não foi ? (aponta o primeiro ponto da coordenada do gráfico linear feito).*

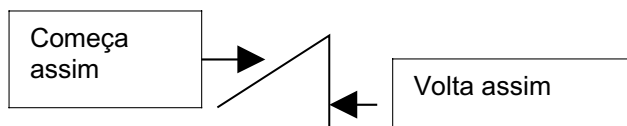
A1G3: *não até aqui . (indica o correspondente ponto no eixo vertical)*

Alice: *Ai ele esqueceu. Onde que ele voltou ?*

A1G3 3 A2G3: *volta por baixo (indica o ponto logo abaixo da coordenada do primeiro ponto.)*



Alice : *Mas se ele está andando aqui ele vai voltar assim ?* (com o dedo mostra o traçado no gráfico



A3G3: *Ah não, quando ele está voltando é negativo.*

Alice : *Mas como ele volta ?*

A4G3: *Se o tempo está correndo, não significa que é menos não.*

A2G3: *Lógico que é menos, de dois se tira dois...Ele andou dois e voltou dois. Ele voltou pro zero.*

A4G3: *por que ?*

A2G3: *de onde ele saiu.*

A4G3: (olhando para Alice) *Ele não levou dois para ir ? e depois mais dois para voltar ? então são quatro minutos não significa que é menos, que subtrai. Ai ele tá no tempo quatro quando ele chega na casa dele.*

24'00s : (a discussão se prolonga na confusão entre eixo dos espaços e eixo dos tempo e em como associar os dois num gráfico.(não é inteligível))

A2G3: *Se ele começou aqui ele voltou aqui* (aponta o zero mas num tempo maior). *Depois quatro mais quatro oito.*

A3G3: *Há dois no quatro e quatro no oito* (se referindo aos pontos no gráfico)

A4G3: *Mas ele não gastou quatro mais quatro mais dois ...são doze.*(somando todos os tempos)

(A grupo concorda).

A3G3: *dois com quatro e quatro no oito*

A2G3: *não quatro no doze.*

A2G3: *então se tem que marcar aqui em cima o quatro e aqui em baixo o doze.*

A4G3: *Se você marcar em baixo de dois em dois tem que marcar em cima também de dois em dois se não vai dar errado.*

27'00s : (Parece haver muita dificuldade em pensar distância sem uma valor numérico definido.O problema apresenta números apenas para o tempo e eles tem a tendência de relacionar esses valores temporais à distancia.Não

conseguem traçar o gráfico do movimento. Não visualizam o gráfico descendente na volta. Marcam só os pontos de ida e volta).

(A discussão continua mas não é inteligível).

30'20s : (A professora intervém).

Alice: *O que que vocês fizeram aí ? que que vocês estão relacionando aí ?*

A1G4: *gráfico vezes distância .*

Alice: *relação distância e tempo, que mais ?*

32'00s : *Quem entendeu e pode representar isso pra gente ?*

32'34s: *Quem entendeu e pode explicar mais detalhadamente pra gente ver.*

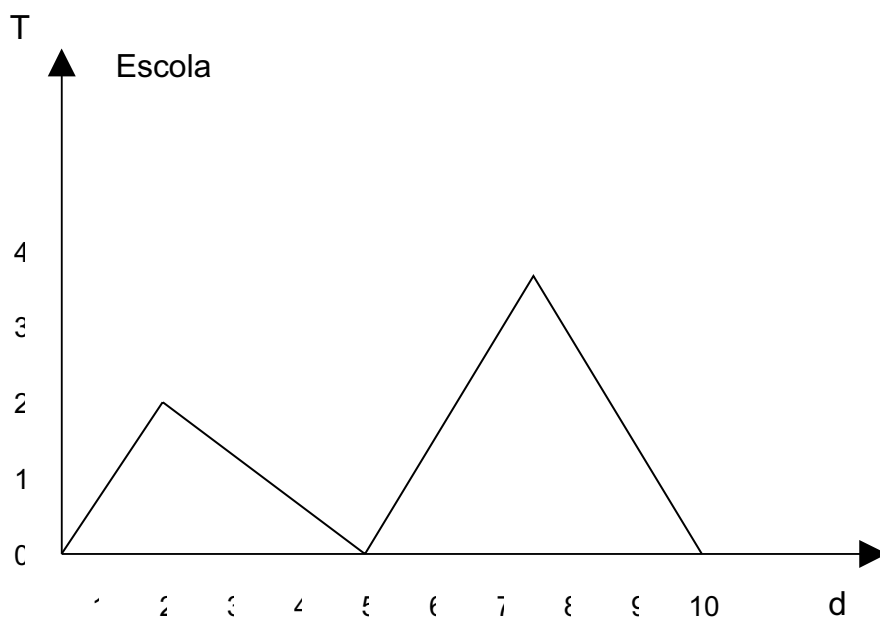
A1G4: *professora, e se tiver errado ?*

Alice: *não tem problema não.*

34'00s : (Os alunos estão intimidados e inseguros em apresentar suas soluções. A câmera mostra a resolução de A2G1. (apesar da solução apresentada, sentem-se inseguros em justificar)).

35'00s : Alice : *vai um de cada grupo*

(A1G5 vai à lousa e começa a desenhar o gráfico):



A1G5: -- *Ai gente ó . O menino primeiro ele saiu né do zero. Aí ele foi né até o quarteirão 5 mais ou menos, ele foi até a metade do caminho. Aí.... errei, desculpe* (apaga o primeiro trecho do gráfico).

--*Ele veio... ele andou dois minutos*(desenha o primeiro trecho do gráfico). *Ai ele lembrou que esqueceu . aí ele voltou 5 quarteirões* (desenha o segundo trecho do gráfico).

--*Ai ele veio até o 4 minutos, ai então ele voltou* (desenha o terceiro e quarto trechos do gráfico).

--*Eu fiz assim mas eu não sei se está certo.*

37'43s : Alice::*Ele voltou e ficou em casa ?*

A1G5: *Haaa !..* (e se afasta não demonstrando vontade de responder).

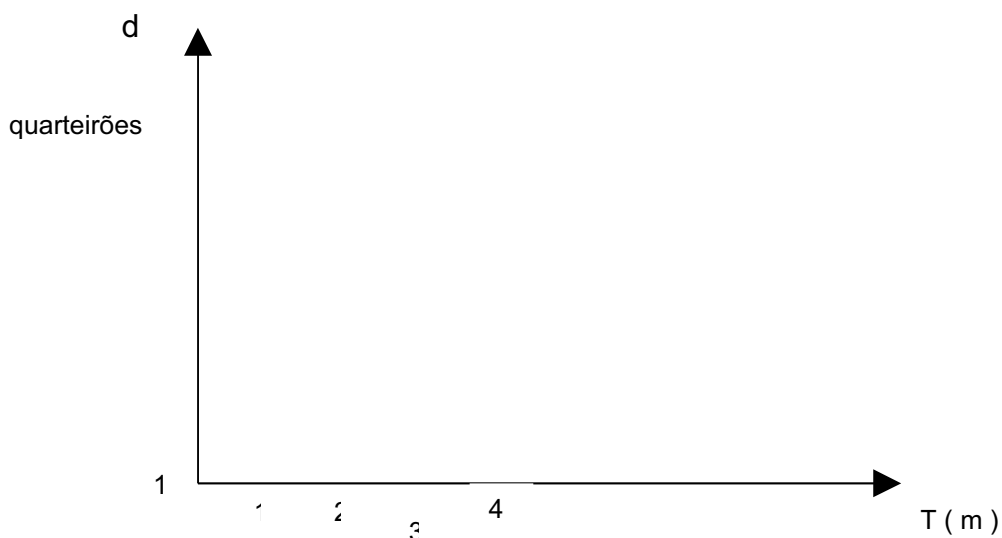
alice: *E como ele vai chegar até a escola ?*

A1G5: *não sei.*

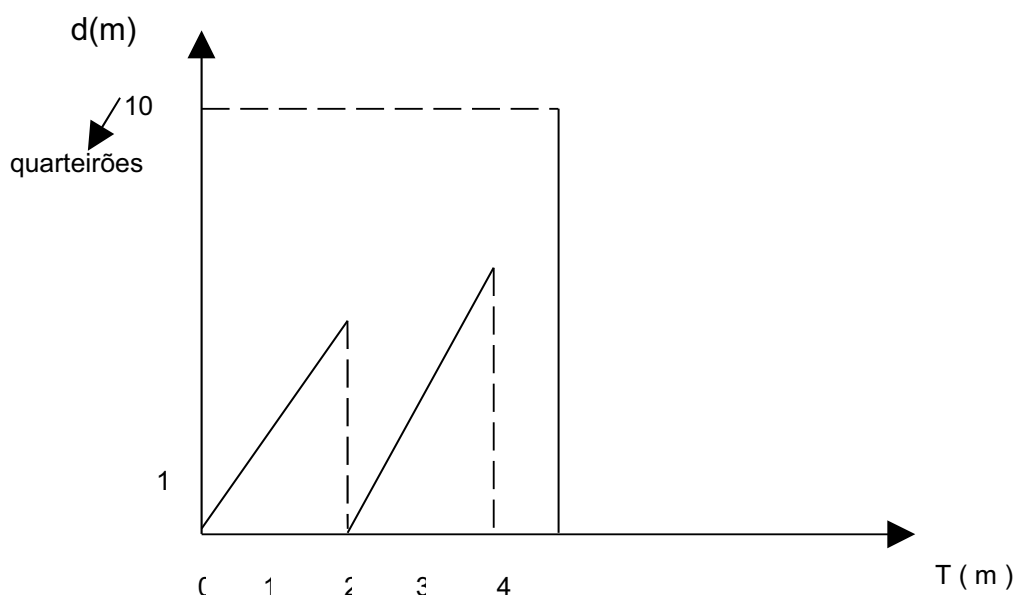
(Começa uma discussão geral tentando convencer a aluna de que ele voltou (mas não é audível)).

A1G5: *Ele voltou* (Olhando o papel). ..*Professora esta parte a gente não fez.* (E se retira).

38'12s : (A1G4 se levanta e vai até à lousa.Apaga o gráfico que foi feito pela aluna anterior).



39'50s : (Durante a construção alguém (não identificado) o alerta sobre o número 1. A1G4 argumenta que representa 1 quarteirão. Compreende então que deve ser 0 a origem. Apaga o número um, desenha-o mais em cima e coloca o zero em baixo.)



40'10s (desenha o primeiro trecho e para ficando em dúvida).

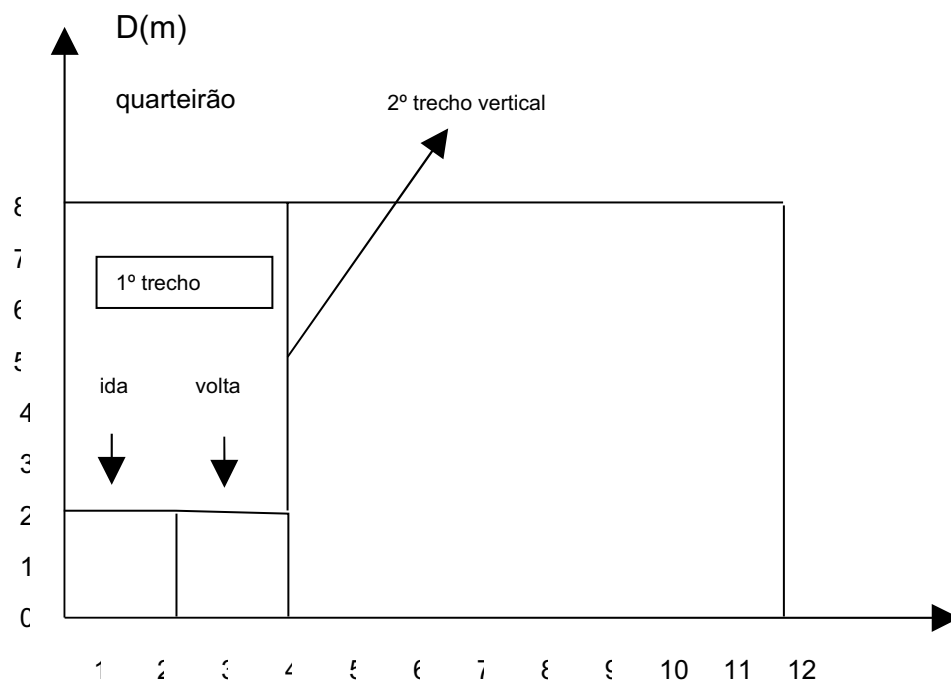
41'00s : (Desenha o segundo trecho do gráfico. E em seguida o terceiro trecho).

41'50s : começa a justificar dizendo :

A1G4:--Bom, aqui né , pelo menos eu quis dizer, ele saiu da casa dele (indicando a origem). Ela andou mais ou menos dez minutos, só que não indica a distância que ele percorreu. Ai ele falou que voltou para a casa dele (mostrando a linha tracejada vertical). Só que....depois disso ele andou mais 4 minutos (mostra o segundo trecho).Depois voltou pra casa.Ele estava mais esperto por isso que a inclinação da reta aqui é maior. Não quer dizer que ele andou mais rápido. Depois ele correu para a escola (mostrando o terceiro trecho vertical).Quis dizer que a velocidade é maior aqui. Por isso que é mais inclinado.

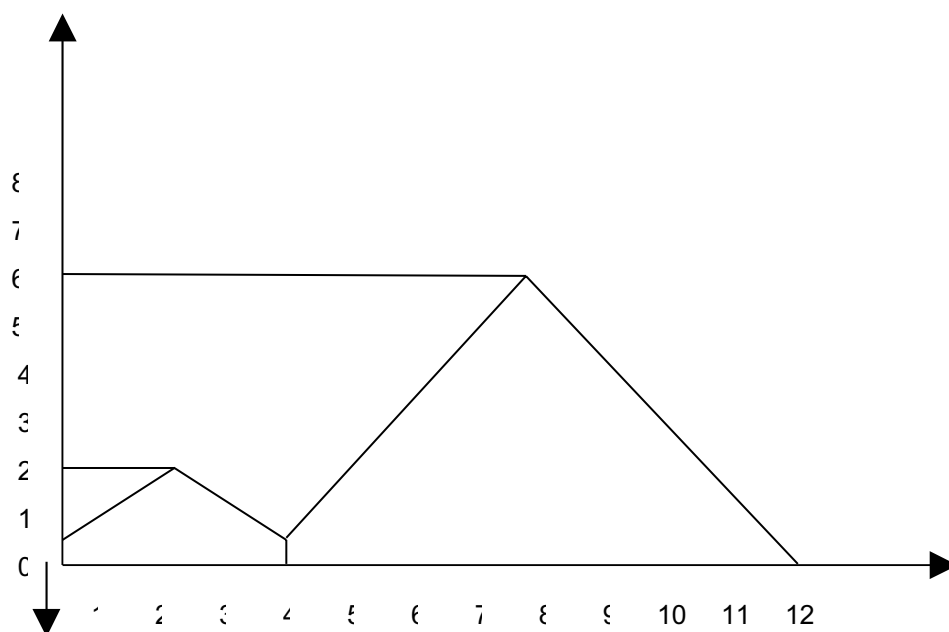
(Termina sua exposição e volta para seu grupo).

42'43s : (A2G3 vai até a lousa e desenha o seguinte gráfico):



44'23s : A2G3: : *Oh gente, presta atenção. O negócio é o seguinte : O João saiu da casa dele e em dois minutos (mostra o 2 do eixo horizontal) que ele andou ele lembrou que ele esqueceu o livro.(começa a desenhar o primeiro trecho) e voltou para casa dele. Só que onde ele voltou na casa dele ele estava no tempo 4 (traça o segundo trecho). Aí, no tempo 4 ele volta para a escola.(traça o terceiro trecho). Lá no tempo 8 mais 4 minutos, ele lembra que esqueceu o dinheiro da merenda. Entendeu ? Aí no tempo 8 ele volta para a casa dele que é no tempo 12 (traça a linha horizontal do trecho 3). Ai ele vai para a escola que é num tempo determinado que eu não sei (faz gesto com a mão que segura o giz como se fosse uma linha reta vertical para cima).Não ta falando. Entendeu ?* (E volta para seu grupo).

46'25s: (A2G1 vai até a lousa e desenha seu gráfico).
 A2G1E : *Pode falar fessora ? Ele tava indo para a escola Ai ele gastou dois minutos. Aí ele esqueceu o livro ele voltou e gastou o mesmo.(começa a esboçar o gráfico agora, aproveitando o esquema anterior com a mesma escala).*



O espaço aqui na vertical se deve ao desenho da casa. Considerou a origem o telhado.

48'20s : (relê o texto do problema mas não indica nada no gráfico feito e parece travar no momento em que João volta para casa).

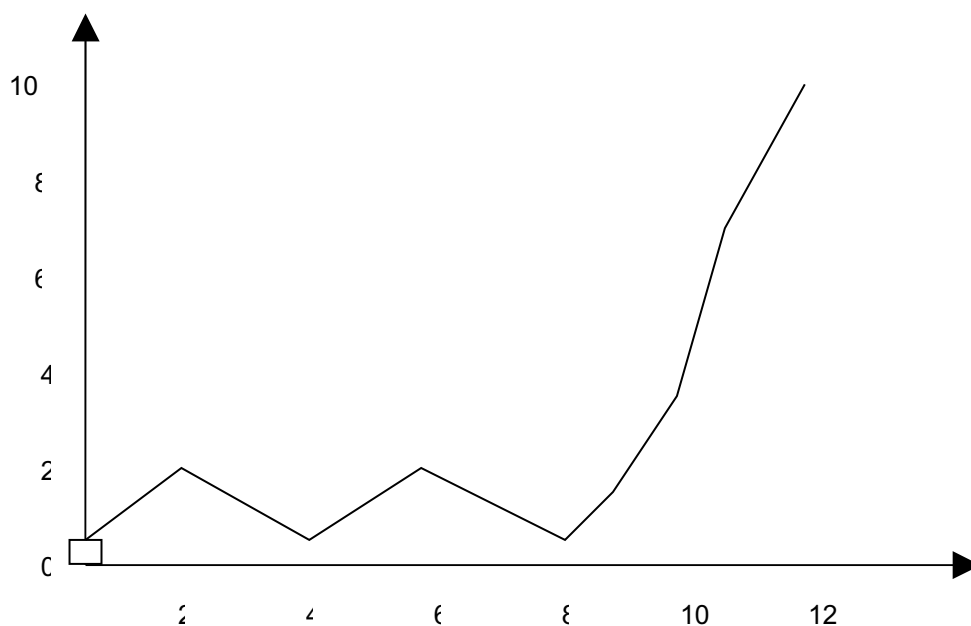
A2G1: *Há.. fessora é só.*

Alice: *Aí ele ficou em casa depois ?* (Não responde o aluno. A professora pergunta : como representaria isso ?)

A2G1: *Aqui no gráfico ? Ah.. professora pêra ai .* (fica um tempo pensando).

Essa parte não sei não . Ah professora é só ta . (Volta para seu grupo).

50'00 : (A1G2 vai à lousa e desenha o gráfico aproveitando o esquema anterior refazendo contudo a escala):



Ao desenhar a casinha, a origem acaba sendo indicada na borda superior

53'26s : A1G2: *Aqui é o ponto zero (indica a casinha). Ele andou dois minutos e estava dois quarteirões. Gastou dois minutos para voltar (indica o ponto 4 na horizontal). Mais dois continuou (indica a terceira semi-reta). Esqueceu o dinheiro da merenda, voltou (indica a quarta semi-reta). Depois começou a ir direto até chegar na escola.*

(Termina sua exposição e volta para seu grupo. Voltou para explicar tudo novamente, a pedido da professora pois tinha fala um pouco baixo, de modo mais sucinto (não inteligível)).

55'00s : Alice: : *qual dos grupos vocês acham que foi mais certo, mais próximo ?*

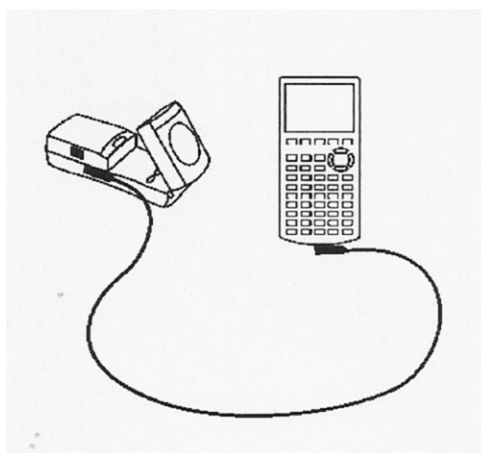
A4G3 : *eu sei não sei se estou certa .*

(Uma discussão se inicia (não é inteligível) onde parece não haver um consenso).

Segundo Momento

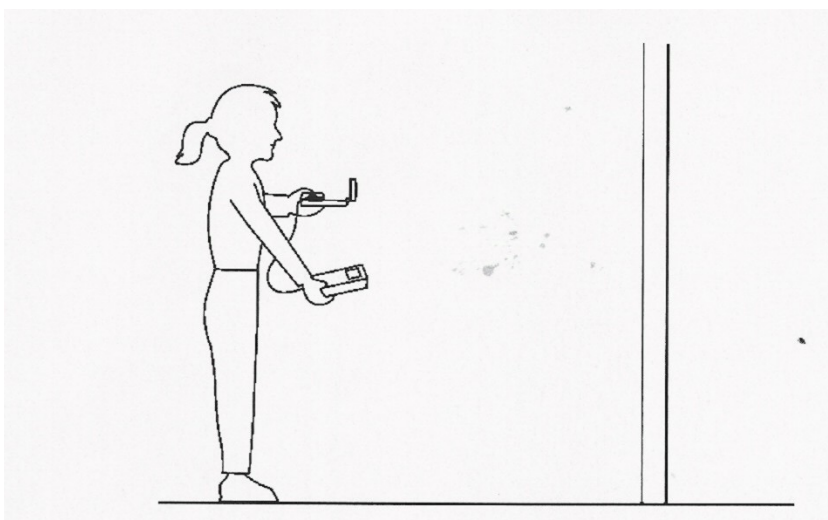
Alice: Agora gente vocês vão receber uma calculadora e um sensor.

É apresentado aos alunos, junto com uma folha de instrução de como ligar a calculadora e o sensor, a calculadora gráfica TI 89 da texas Instruments e o sensor CBR também da texas. Os professores instruem aos alunos sobre como ativar o modo simulação.



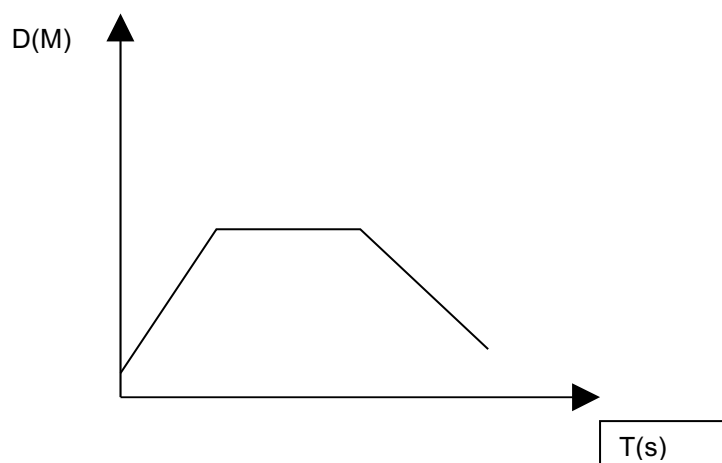
Texas Instruments, 1997

No modo simulação a calculadora traça um gráfico que os alunos, por meio de seu movimento corporal , aproximando, se afastando ou parando, em relação a uma parede, deverão construir o mais próximo possível do simulado pela calculadora.



Texas Instruments, 1997

No modo de simulação a calculadora pode apresentar, entre outros gráficos, o seguinte :



Com sensor em mãos, apontando para uma parede, os alunos irão se aproximar, afastar ou ficar parado, na tentativa de reconstruir o mais semelhante possível o gráfico apresentado. Conforme se movimentam o sensor mede a distância reproduzindo no gráfico um ponto $(P.;T)$. Desse modo, espera-se que percebam que quando se afastam o gráfico é representado por um conjunto de pontos que “sobe”, que quando ficam parado o gráfico é representado por um conjunto de pontos horizontais, e quando se aproximam que percebam um pontilhado descendente.

A partir dessa experiência corporal observaremos suas falas a respeito do que estiverem produzindo.

Transcrição do Segundo Momento

57'00s : Elenice :(não intelegível) intervém dizendo que irão para outra atividade e depois voltarão ao problema inicial).

Alice: *vocês vão pegar uma calculadora com um sensor.*(E dá a cada grupo uma folha com instruções de como ligar a calculadora e o sensor).

58'00 : (Elenice explica ao grupo 5 qual a finalidade do sensor e da calculadora gráfica).

Elenice :(não está muito audível) Fala que o sensor é um medidor de distância por meio de infra-vermelho e que o movimento será representado na calculadora gráfica.Fala que irão tentar reproduzir o gráfico que aparecer na tela da calculadora).

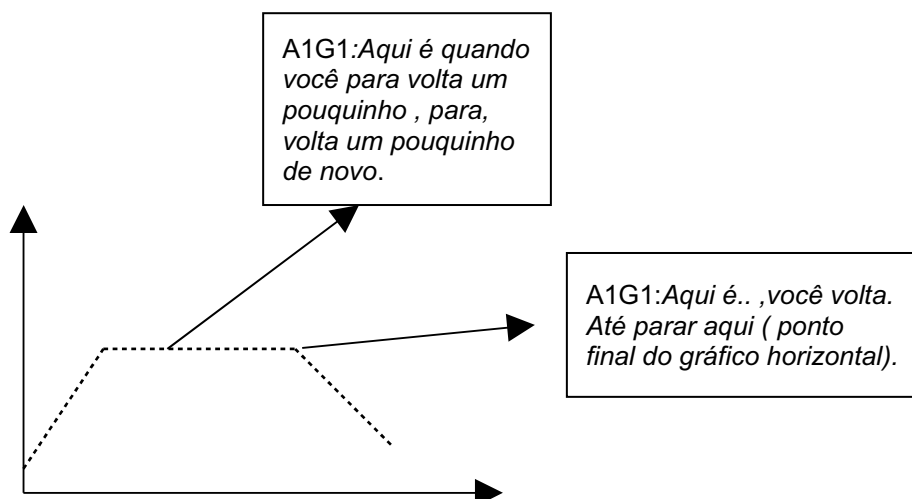
59': A2G5: *a gente pode tentar o que ta aqui* (mesmo problema anteriormente), mostrando o problema do João)

Elenice: *você pode refazer. Aqui nós vamos ter umas orientações* (aponta para a folha de instrução) *e depois vocês podem fazer e ver no que tipo de gráfico deu.Vocês vão tentar com o movimento tentar coincidir o mesmo gráfico, ta ! então lê aí.*

1h00 (As outras professoras explicam aos outros grupos o uso do equipamento.Procuram mostrar como o sensor funciona e como a calculadora constrói seus gráficos realizando movimentos com o sensor apontando para algum objeto de referência (geralmente uma parede)).

1h02 : (Os alunos do grupo 1 passam a manipular o equipamento e a tentar compreender o significado do que vêem no gráfico falando a respeito(não dá para ouvi-los).O gráficos são apresentados na tela da calculadora , cabendo aos alunos tentarem reproduzir, com seu próprio movimento, o mesmo gráfico.

1h03 : (A1G1, A2G1 e A3G1 ao se afastarem , pararem e voltar a se aproximarem da parede, percebem a representação gráfica de quando estão parados (com o indicador aponta para a parte horizontal do gráfico) . O gráfico e os comentários de A1G1 obtidos são) :

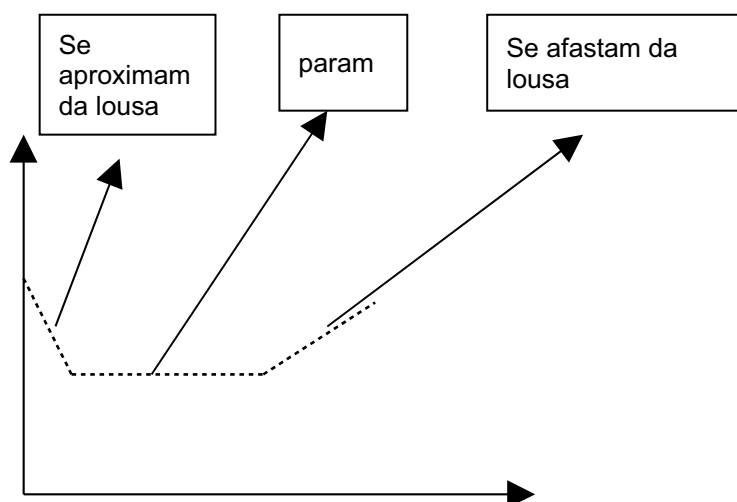


(falas com respeito aos trechos do gráfico) gráfico tipo 1

1h03'30s : (As irregularidades observados no gráfico são indicadas como um movimento de vai e vem rápido da mão de quem segura o sensor).

1h04'00s : (Realizam outras simulações e procuram representa-las com movimento do sensor).

1h0830s : (Ao verem o gráfico do tipo) :



(movimentos com respeito aos trechos do gráficos) gráfico tipo 2

(Simulam novamente o primeiro gráfico apresentado acima e se movimentam de forma a reproduzi-lo. (fizeram corretamente)).

1h10'00s : (O grupo 5 passa a ser filmado onde PA explica (não dá para ouvir).

Mostram dificuldade na manipulação do sensor):

Berenice: *o que ta pegando não é a calculadora não, o que ta pegando é isso daqui ó.*(se referindo ao sensor)

1h12'00s : (O grupo 2 é filmado) .

Elenice: : *Explica de novo como é que você conseguiu fazer ?* (gráfico do tipo 1)

A1G2: *Quando a gente começou o gráfico ele (outro aluno que usava o sensor A2G2) foi pra frente. Pro gráfico descer, ele parou um pouco para ir reto e depois continuou a descer.*

Elenice : *E reto quer dizer o que ?*

A1G2:: *Parado.*

Elenice: *E vocês acertaram a começar daqui como ?* (aponta a origem do movimento no gráfico da calculadora, não sendo o ponto zero).

A1G2: *chegando mais de trás na parede por que quanto mais de trás começa mais em cima* (aponta no gráfico)

1h12'00s : Elenice: *Esse é o primeiro ou o segundo gráfico que vocês fazem :*

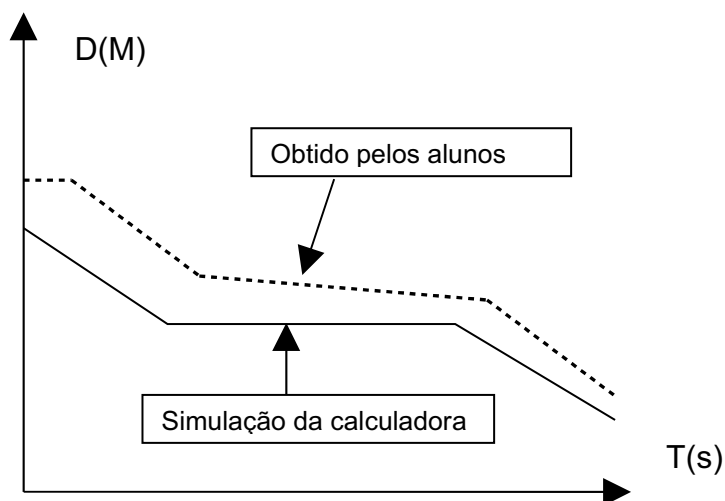
A1G2: *o segundo.*

Alice: *eles vão*

fazer mais uma vez ? Deixa eu ver o gráfico.

(os alunos

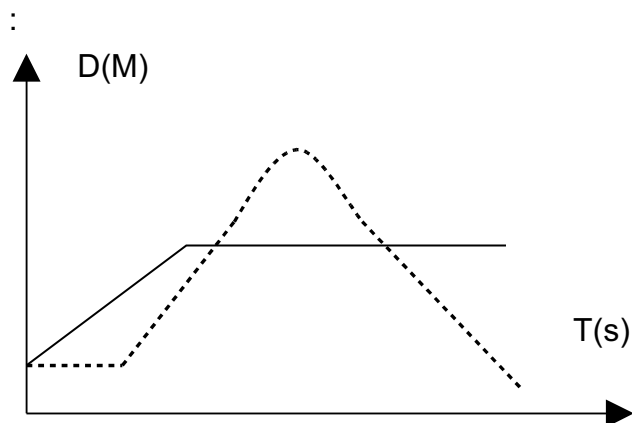
mostram para a filmadora o gráfico na tela da calculadora gráfica.)



1h12'55s : (A1G3 e A4G3, observadas pela Fátima , procuram repetir a simulação da calculadora) .

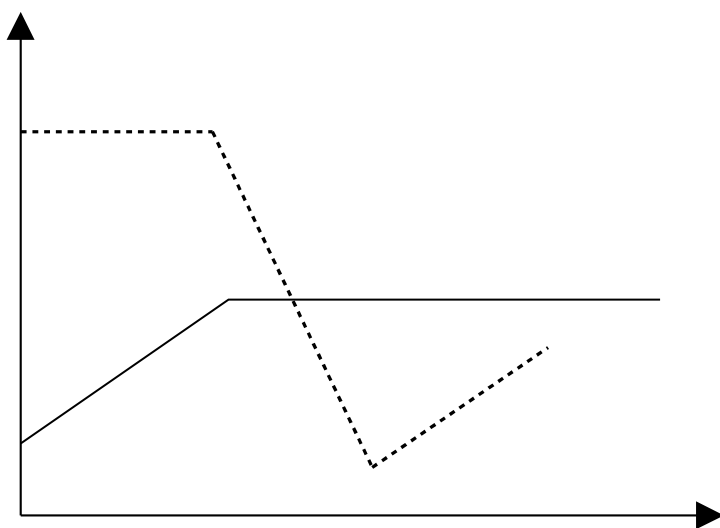
Fátima: *eu vou apertar e vocês começam o movimento, nunca pode ficar muito*

próximo da parede (limite do sensor) e somente pode andar pra frente e pra trás..e após alguns experimentos obtiveram o seguinte gráfico



1h14'55s A4G3 : *na ida nós ganhamos tempo (foram mais rápidos) na volta nós perdemos tempo (foram mais devagar).*

1h15'22s (:após uma discussão refazem o experimento. E obtém o gráfico):



Fátima: *Vocês estão saindo do mesmo lugar que o gráfico ? Olha onde vocês saíram (aponta para o início de cima) olha onde o gráfico saiu (aponta para a origem de baixo). Isso quer dizer o que ?*

A4G3 :: *Ah, então pera aí, pera aí.* :

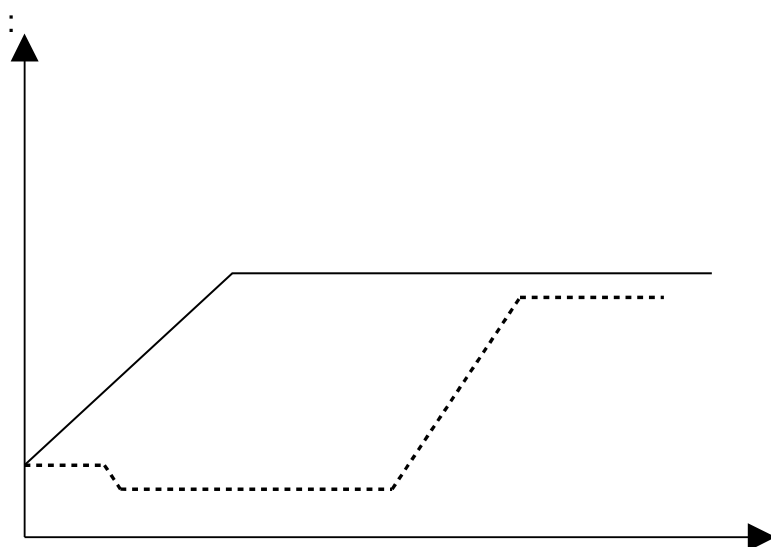
A1G3: *Nós não estamos saindo do mesmo lugar que ele .*

Fátima: : *Vocês tem que sair o mais próximo possível dele (apontando para a*

origem do gráfico). *Ou vocês saem mais próximo da parede ou mais distante da parede.*

1h16'30s : (Duas outras alunas A2G4 e A5G4 (grupo 4) são chamadas por Fátima para realizar o experimento. Foram reproduzindo os gráficos da calculadora e discutindo se deveriam sair mais próximo ou mais distante da parede (os gráficos não foram mostrados na filmagem)).

1h18'00s : (Ao refazerem o experimento mais uma vez obtiveram o gráfico) :



A2G4: : *Sair nós saímos do mesmo ponto só não fizemos o mesmo trajeto.*

Fátima: : *Será que em algum momento ele marca o momento em que você parou de andar ?*

(As alunas refazem o experimento).

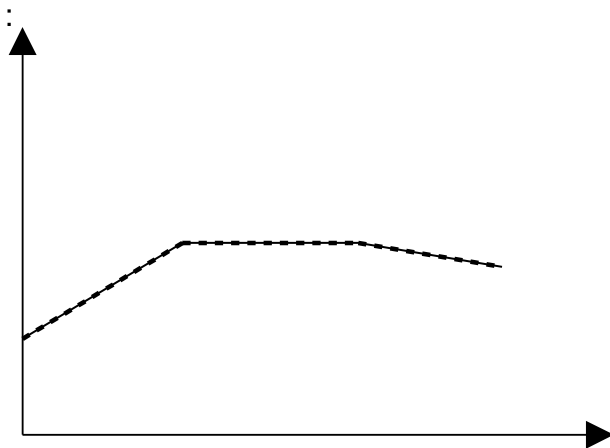
1h20'20s : (Essas mesmas alunas obtiveram um gráfico muito próximo do simulado e indicam o pequeno trecho que não se ajusta afirmando que quem segurava o sensor tremeu. Refazem novamente e obtém um novo gráfico próximo do simulado pela calculadora. Alguém (não visível) alerta para não mexer com o sensor).

A5G4: *não deu...a gente saiu depois...da outra vez foi certinho só aqui que balançou um pouco.*

A2G4: *mas já.. já deu para perceber ..*

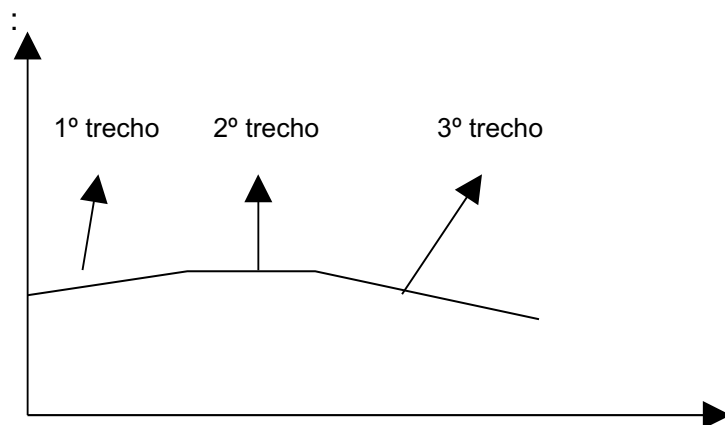
1h21'10s : (Fátima fala para fazer até chegar próximo.As alunas refazem, se aproximando e se afastando da parede procurando reproduzir a simulação da calculadora e obtém um gráfico muito próximo).

A2G4: *quase, foi quase.*



(O pontilhado (alunos), se ajusta muito próximo do simulado pela calculadora).

1h22'15s : (A1G5, sozinha, tenta reproduzir e obtém o gráfico) :



A1G5 :*Olha, na hora em que ele fez essa inclinação,...primeiro, pra partir do ponto exato, a gente mediu 3 metros.quando a gente mediu 3 metros, agente começou a andar de costas (se afastou da parede) . Ai neste momento que ficou reto (indica o 2º trecho), a gente parou. Ai quando a reta desceu (faz o movimento com o dedo*

indicando o 3º trecho) *a gente começou a andar pra frente tentando mais ou menos a mesma velocidade.*

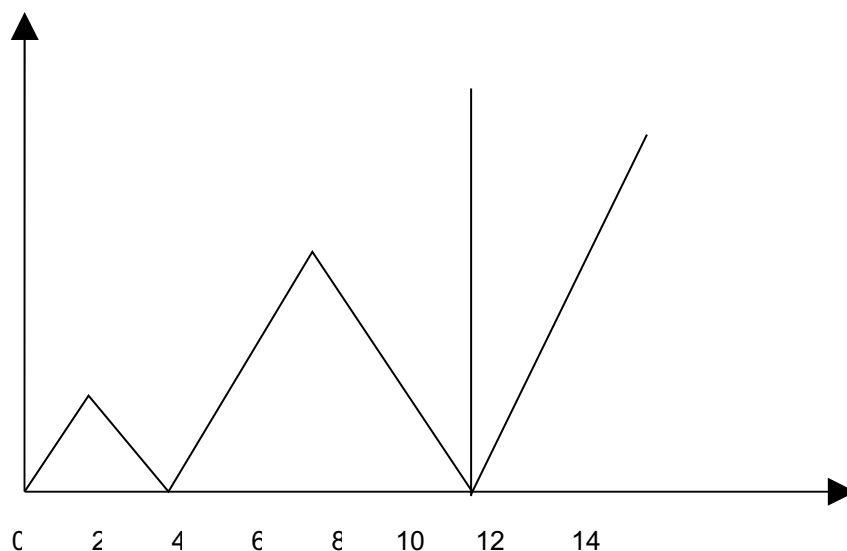
Terceiro Momento

Os alunos são chamados a resolverem novamente, usando papel e lápis, o primeiro problema, agora com a experiência do sensor e calculadora gráfica.

Transcrição do Terceiro Momento

1h23'00s : (Alguns alunos voltam ao primeiro problema e procuram resolve-lo agora com a experiência da calculadora gráfico com sensor).

1h 24'00s : (A1G1 explica novamente , no papel, desenhando o seguinte gráfico).



A1G1 :*Olha aqui, ele saiu da casa dele no ponto zero. Aí ele andou dois minutos (coloca os valores do tempo no eixo horizontal) ele vai andar do ponto zero em direção até a escola.Ele vai andar até dois minutos. Depois pra ele voltar para casa, vai gastar mais dois... o mesmo tempo da ida (os dois primeiros trechos do gráfico).*

Depois ele anda 4 minutos, quatro mais quatro vai ser oito, aqui. (desenha o 3º trecho do gráfico). Mas depois ele volta pra casa de novo, vai gastar a mesma distância que é quatro minutos (desenha o 4º trecho do gráfico) .e depois ele volta para a escola (mostra o 5º trecho do gráfico) e argumenta que é assim por que ele volta mais correndo. Mais rápido..., desenha o 6º trecho e fala para desconsiderar o 5º trecho (rabisca ele).

1h24'38s Alice : *Você acha que dá para fazer esse movimento na calculadora ?*

A1G1: *Esse daqui ? dá sim !*

1h25'00s : (enquanto isso, outros grupos continuam a tentar reproduzir as simulações das calculadoras. (não dá para entendê-los, ouvi-los) apenas entende-se : pra frente, pra trás e o gráfico sobe , o gráfico desce. (o desafio, encarado como jogo, parece estimulá-los a repetir o experimento até acertar . Parecem perceber, da forma como o sensor é usado, que ao se aproximar, o gráfico desce e ao se afastar, o gráfico sobe.))

) 1h33'40s : (Alunos do grupo 1 se dedicam a refazer o primeiro problema.

Apresentam à Alice um gráfico semelhante ao anterior. Alice lê com eles o problema .Quando ela fala que João volta correndo, A1G1 faz um gesto com a mão indicando uma inclinação da reta no gráfico mais acentuada (mais perto da vertical). Esse mesmo aluno fala, mostrando no gráfico):

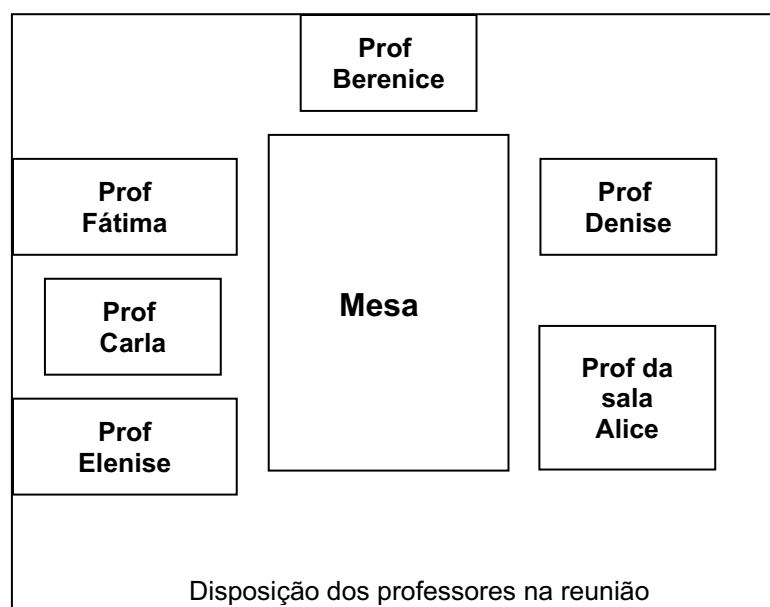
A1G1: *ele gastou dois para ir e depois mais dois para voltar, gastou quatro para ir de novo e mais quatro para voltar. Depois ele foi mais rápido (mostra a última reta do gráfico).*

1h36'00s : (Filma-se agora o grupo 3 utilizando o sensor. Estão refazendo o experimento tentando produzir um gráfico bem próximo do simulado pela calculadora. Discutem quando devem se aproximar da parede e quando devem se afastar(mas não dá para perceber o diálogo).Também falam sobre o cuidado em não balançar o sensor (há muito barulho, difícil entender bem o diálogo.).Ficam contente quando realizam os movimentos corretamente).

64) 1h40'10s : O experimento termina e os professores se reúnem para discutir .

A Reunião dos Professores

Os participantes , duas doutorandas a professora da classe e mais três professores auxiliares, discutem os eventos ocorridos durante a aplicação das atividades.



65) 1h40'25s: Elenice: *vamos discutir os fatos mais relevantes e falar do enunciado que está deixando um pouco de dúvida.*

66) 1h41'50s : Berenice: *Acho que devíamos nos organizar melhor e se tivesse cada uma num grupo, orientando, nós teríamos tirado mais proveito.No grupo em que eu tava o que me chamou mais atenção é que eles estavam ligados muito a questão de gráfico. Eles faziam inclusive assim : “ Mas a outra reta que é o outro eixo é que eu não estou sabendo o que que é ” . Eles não sabiam que era a outra variável. Eles faziam também a questão do por que que é negativo né, a parte*

negativo do gráfico. Isso me chamou mais a atenção mas depois eles discutiram e foram descobrindo. Acho interessante que eles relacionaram de mais a Física. Na hora eles falaram : “Isso é física !” O outro até falou : “ Ta vendo, não presta atenção na aula de física”. Você reparou né (olhando para Elenice).Eles tiveram aula de Física com esses gráficos retilíneos e eles se ligaram e queriam de qualquer jeito encaixar naquele gráfico.

67) 1h43'25s : Fátima :*Mas não sabiam explicar o que que era aquele tipo. Só depois de usarem a calculadora eles perceberam que o retilíneo é quando não havia movimento. Eu observei dois grupos e um deles com muita dificuldade.Eles começavam de um local, aí eu perguntei mas a onde começa o gráfico ? Ai eles perceberam que não.E resolveram então se aproximar da parede e distanciar para verificar.Nesse momento eles estabeleceram...um dos componentes do grupo...foram fixos, segura aqui, era o Marcos né (Olhando para Berenice). E aí fizeram o movimento andando pra frente e para trás. Perceberam que a velocidade delas também era a ser considerado. Ai se preocuparam só com velocidade.*

68) 1h44'15s : Berenice: *Eles usam os mesmos instrumentos que a gente usou, lembra.(creio que foi o curso do qual elas participaram anteriormente).*

69) 1h44'23s: Denise : *Vou ter que sair... (sai da reunião por ter um compromisso).*

70 1h44'45s : Fátima : *Como eu percebi essa dificuldade, Eu fazia perguntas. No momento em que elas refletiam, elas estabeleciam novos que eram importantes: a quantidade de passos, uma contava um, dois, não, como ficou: um, dois, três, quatro; não foi suficiente, então um, dois só. Paravam, esperavam a descrição do gráfico. Agora volta, mais dois passos. Então eles perceberam a necessidade de contar, a necessidade da velocidade e a necessidade de um marco referencial. Eles tiveram dificuldades porque ficaram observando só a calculadora sem estabelecer esses elementos acompanhantes para a descrição da figura, da imagem do gráfico. Só depois que elas perceberam cada um das variáveis que eram importantes: o início, a velocidade, a quantidade dos passos, o parar é que elas se aproximaram...*

71) 1h45'50s Elenice : *E você acha que elas conseguiram com a sua intervenção ou você acha que elas iriam conseguir fazer em algum momento ?*

72) 1h45'57s: Fátima : *Poderia levar um tempo maior, porque elas ficaram sozinhas um bom tempo.Eu desmembrei em dois grupos; nós tínhamos problemas com a calculadora e...demoramos a recomeçar.Então quando começamos eram seis com uma calculadora, tava difícil porque três não conseguiam acompanhar muito bem.*

Então quando os outros grupos acertaram os debates e respondiam o questionário, eu vi sobrando uma calculadora e peguei e desmembrei. Então um grupo terminou rapidíssimo e elas continuavam lá. Foi então que fui verificar o que tava acontecendo. E foi aí que percebi, mas nesse momento elas já tinham estabelecido que uma menina tinha que ficar para marcar o lugar onde começava o gráfico. Elas ainda não tinham percebido

73) 1h46'47s : Alice : e você viu que uma turma eh...o ponto dela era onde estava batendo o Sol ? (Fátima movimenta a cabeça dizendo não) Foi interessante... Ó, o Sol esta batendo aqui, amanhã(não deu para entender o comentário todo) mas houve uma fala em que os alunos disseram que : "o professora, o sol saiu não vai da para fazer .."

74) 1h47'15s : Elenice: um aluno de um grupo... tinha de fazer tudo com a régua, medidinho, como se isso fosse fazer diferença. Eu não vi ninguém se desprendendo do gráfico assim... ó: João saiu, voltou. Gente...sabe, é esboçar livremente (faz um gesto com a mão num movimento de vai e vem) o que que estava acontecendo. Não, mas eles estavam presos.

75) 1h47'35s: Berenice: É, eles se ligam muito nisso. Acho isso é muito interessante.

76) 1h47'41s : Alice : a matemática para eles tem uma definição assim..(for parte de certo ? não compreendi a fala)

77) 1h47'43s: Berenice: não deu para entender bem sobre o que ela falava.

78) 1h48'29s: Elenice : Tem outro lado. A função da matemática que vai além dessa operação, desse cálculo, mas uma leitura do que que está acontecendo, de estar refletindo o fenômeno, você não precisa ser perfeito. Você olha e fala : eu tenho idéia desse movimento aqui (faz gesto de movimento com as mãos)., é isso. eles querem....

79) 1h48'52s: Fátima : eles querem o instrumento, a medida e não o que está acontecendo, a imagem.

80) 1h49'00s : Elenice : Olha só, é difícil você falar: dois segundos passa a ser um ...passa a ser não sei quanto. Nessa transformação eu perco.

81) 1h49'07s: Carla : O grupo que eu acompanhei..acho interessante que eles colocaram que...eles esqueciam aqueles detalhes de estar andando com mais pressa, andando devagar. Eles estavam preocupados com a distância exata. Se ele gastou dois minutos para ir vai gastar dois minutos para voltar. Quando eles usaram o sensor eles começaram a perceber esse detalhe da velocidade, achei isso super

interessante.No começo..eu acompanhei do começo ao fim, da primeira atividade. Eram cinco pessoas. Quatro pessoas eles tavam vai e volta. Desenhando o gráfico segundo uma reta indo e voltando sobre a mesma reta.

82) 1h50'00s: Carla : eles estavam com dificuldade mesmo. Até que eu cheguei, **eles a gente falou errado**. A gente abria a boca eles apagavam tudo. E minhas questões eram : de onde ele está partindo ? Eu não to vendo no gráfico de vocês. Aí apagavam e esperavam, não queriam demonstrar, queriam a resposta de alguma forma.

83) 1h50'30s: Berenice : Eu fui até o fim com eles. Ai no final Vocês gostaram ? ai no final eles falaram qual que é o gráfico certo ? ,querendo a resposta correta.e o que eu achei legal..eu sugeri: porque vocês não fazem o movimento desse menino na parede, esquece o gráfico. Ah, então vou ver. Ai vocês vão ver qual que é o gráfico certo. Ai eles perceberam qual que é o gráfico certo.Eu acho legal por isso. É que a calculadora responde a pergunta do aluno. (Fátima fala : isso !) quando você desenha...ai você mostra para ele..oh ta errado. Mas ta errado porque ? a calculadora mostra ta errado por causa disso (faz um gesto com as duas mão juntas apontando para a mesa) , ta lá mostrando que ta errado.

84) 1h51'10s: Fátima : quando o grupo que apresentou essa dificuldade ...me chamaram para olhar no gráfico e refazer. Eles falaram :” Peraí o que que nós perdemos de novo ? que que nós pensamos ? “Aí eu falei : Lembre-se dos elementos que vocês consideraram importantes O que que primeiro chamou a atenção , foi a pessoal que marcou , porque isso a gente decidiu (**não entendi a fala a que se refere**). Então alguém disse :” então ele ta saindo da casa dele então a casa dele é o ponto zero. Aí é a do João. Bom, é o ponto zero. Aí andou dois minutos... ai eles pegaram a régua e marcaram os dois minutos

85) 1h51'52s: Elenice : quais foram os elementos que eles conseguiram levantar ? Fátima: Foi o inicio, o ponto de partida, o gráfico, isso foi importantíssimo para eles. Aí no final eles falaram : Nem sempre o gráfico parte da origem. Eles perceberam isso pela calculadora, se não eles tinham que se deslocar muito, ora pra frente ora mais próximo da parede, ora mais distante.. Outro ponto que eles consideraram importante foi a velocidade que influia.

Carla: achei interessante a questão do tempo quando está parado.

Elenice: O tempo quando estão parado(faz um gesto com a cabeça e esboça uma expressão de ênfase) pra mim foi o ponto mais importante. Porque eles

consideravam que isso não deveria aparecer no gráfico.

Alice: o tempo não devia estar correndo. Você insistia várias vezes na primeira atividade do João e eles não aceitavam

86) 1h52'45s: Elenice: Mas teve um grupo lá do fundão que o gráfico que eles fizeram, né... retomando o desenho do primeiro, foi em linha reta, paralela ao eixo "y", o menino indo embora para a escola, eles não consideram o tempo.

87) 1h53'02s: Carla :O interessante é que além da calculadora responder o que eles tem dúvidas, eles também conseguem operar a calculadora. Achei muito interessante um rapaz..esse rapaz ele me disse assim :agora eu vou dar a mesma velocidade. Ai eu perguntei a ele o por que..como ele concluiu isso.ele disse em momentos atrás, o gráfico não ficava reto, ele ficava uma parábola (curvo), e que agora ele estava reto porque a velocidade dele era constante., ele andava a mesma distância no mesmo intervalo de tempo.Eu achei isso super interessante.A calculadora estava passando isso para ele, o que ele não conseguia fazer é....(não concluiu).

88) 1h54'10s: Elenice: gostaria que você comentasse quando você empurraram ele. Carla :Eles faziam o gráfico e percebiam que em cima,não ficavam o bico, a pontinha como eles queriam, como eles queriam que aparecessem, ficava sempre um curvinha, uma parábola mesmo né. Ai o que eles imaginaram, eles. Uma menina mesmo, ela disse isso : que não ficava uma pontinha porque ela não parava de uma vez, ela ia reduzindo a velocidade. Quando ela ia andar, ela aumentava a velocidade, então ela ia acelerando. Então o que que eles fizeram. Colocaram uma menina lá trás e a função dessa menina era que quando chegasse nela empurrasse pra frente pra não ter tempo de parar.Eu acho isso muito interessante, eles fizeram isso umas quatro ou cinco vezes.Conseguiram fazer até a pontinha.

89) 1h55'10s Elenice: Agora eu pergunto pra vocês: Vocês esperavam isso ? a expectativa sua era essa ?

Alice : (--não entendi muito bem--) Eles tem uma dificuldade em matemática e descarregam uma bagagem com uma certa dificuldade mas eles buscam a todo momento melhorar essa bagagem.Eles não estão somente vindo e.. só por vir à aula. Eles estão buscando (--não entendi muito bem----) você percebe que estão querendo acertar, querendo buscar e com isso eles vão melhorando.

Elenice: E o comportamento deles ?

Alice: é... Eles participam, sentam juntos,um ajuda o outro. Tentam uma coisa

diferente, entendeu ? conversam,

Elenice: você tem bom relacionamento com os alunos.

Alice : Tem não, deixa eu falar sobre o relacionamento. No principio do ano tanto de manhã como no principio do ano eles entram para prestar concurso público. Gente nós tamos aqui trocando informação. É um aprendendo e o outro também . Eu tenho um conhecimento de matemática maior que vocês mas vocês também tem um conhecimento, então (...não entendi o trecho final...). Só que no começo do ano eles acham que...nada acontece. Que eles não precisam fazer nada, principalmente quando vem de escolas diferentes então é assim, não precisa de fazer nada, as vezes tem escola que não trabalha...num tem um trabalho diferenciado..tem aluno que nem abriu a pasta. Mas vocês não querem aprender. Seis vão chegar no final do ano vão fazer o que ? aí, nas avaliações dos testes..ai aconteceu o que ? eles perderam nota..aí eu sentei e falei e agora ? Tá difícil ? foi dado não foi dado ? o que que ta acontecendo ? Não é assim mesmo ! então deixa o tempo do primeiro bimestre, foi aquele fracasso né. Eu falei e agora ? que é que nós vamos fazer ? Aí teve uma turma que falou assim : Você não dá o direito que não sei o que.. (com expressão de deboche). Aí alguém (aluno) falou : Não pessoal não é ela que não deu o direito e nós, nós fizemos o que ? Nós íamos ganhar sem fazer nada, e agora ? Sabe então houve esse questionamento. Agora eles passaram, eles melhoraram assim...muito, muito eles buscam agora sabe. No primeiro ano a gente tem que ir policiando esses meninos. No segundo ano eles estão melhor. Com essas atividade, assim, há interesse, há busca.

90) 1h58'13s: Berenice : Eles tiveram muita boa vontade.

91) 1h58'15s: Elenice : Houve uma menina naquele grupo lá que..que que ela falou ? eu até anotei .Aí meu Deus do céu (...não deu para ouvir a observação ...) .

92) 1h58'35 : Fátima: Eles se espantaram com o grupo de professores de matemática. Nem todas da universidade federal mas todas professoras de matemática.Nossa..! não gosto de matemática não, tudo doido.

93) 1h58'54s Alice : eu trabalhei com 8ª série e fazia isso..joguinhos, isso e aquilo, então eu conseguia assim...um aprendizado com bastante rapidez. Principalmente no interior que é diferente da capital. Então eu conseguia isso. Eu conseguia um bom trabalho. Praticamente você não tinha reprovação. E agora estou tentando levar isso para o segundo grau porque se fica muito limitado.

94) 1h59'20s: Berenice: *Deixa eu perguntar. Essa turma foi escolhida aleatoriamente ou...*

Alice: *foi por causa do professor de educação física. Segundo horário deles é educação física. E o terceiro é comigo.e eles pegaram duas aulas. Berenice fala sobre a observação dos alunos : Mas por que sempre a gente ? aí eu pensei tipo assim né .*

95) 1h59'37s: Elenice : *Mas eles não reclamaram de perder aula de educação física não ?*

alice: *:Não .*

Elenice : *Não ? olha que interessante, .*

alice :*Eu troquei com o professor de educação física e eles vieram sem briga, sem nada. Então eles largaram a educação física para fazer matemática, e o recreio também né.*

96) 2h00'00s: Berenice : *Eles perguntaram se isso era um ENEM e eu disse que não, que era um grupo de estudo que eu fazia parte.Mas então, tinha essa curiosidade.é obrigatório ou não*

97) 2h00'23s: Elenice : *e depois é interessante que você dá o depoimento de como vai ser a reação*

98) 2h00'30s: Berenice : *Mas como vai ser a turma ?*
Alice:: *é uma turma heterogênea, tem turma boa, o Vinicius que o grandão ele não abre pasta na sala de aula, ele não abre caderno e sala de aula. Olha professora eu não entendo nada do que se fala, não entendo nada do que você explica, mas na hora de ler ele entende. Precisa ler alguma coisa para ele entender.E ele faz tudo sozinho.Você tem que dar atividade pra ele, não tentar ficar explicando pra ele, ficar fazer outras coisas de maneira diferente pra ele*

99) 2h1'13s: Elenice : *E ele interage bem com o grupo né ?*

alice :*Interage , Discute, ajuda , busca.*

Elenice: *Mas olha só que interessante ele estava escrevendo*

alice :*Pois é mas na hora que ele pegou e leu..aí ele faz*

Elenice: *Mas ele faz as atividades de casa ?*

alice :*faz !*

100) 2h01'53s: Berenice: *Pra gente encerrar qual seria o aluno problema, que tem muita dificuldade ?*

alice :*Aqui nessa turma ?*

Berenice :*Eu senti um grupo mais fraquinho...foram os meninos (aponta com o dedo para traz indicando o funda da sala de aula.) .*

Alice:*Eles tem muita dificuldade em não querer saber de matemática. Tem alguns alunos aqui que moram em favela e outros moram distantes. Então eles vieram e matemática era um bicho de sete cabeça e acabou.não quero aprender. Mas como a gente trabalhando, a gente atendendo e buscando o que eles já sabem pra tentar ajudar e aí melhorou. O Bruno tinha dificuldade o Alexandre também tinha um pouco de dificuldade.*

101) 2h02'55s: Carla : *Naquele grupo (aponta para um canto da sala) todos estavam tentando fazer as atividades usando matemática, ele foi a primeira pessoa que sugeriu que usa-se Física. Ele sugeriu que o gráfico fosse distância e tempo. Ai todo mundo..não, não isso só é Física. Aí demorou uns cinco minutos até que a Fátima explicasse e eles vieram com a idéia dele. Ele foi a primeira pessoa que deveria ser usado Física*

102) 2h03'24s: Fátima :*Eles estavam com idéia fixa,como se diz a resposta pronta, talvez até com medo de errar então já tinham perguntado à Ângela e eu perguntei: posso ajudar ? Acho que pode ? e aí perguntaram. Ai questionei Eu não tou vendo nada no gráfico. E esse ponto ?, e esse ponto ? Só tinham dois ! Cadê o trajeto do João ? Ta tudo errado, apaga (os alunos falam) . eles nem refletiram. Então eu voltei no gráfico e perguntei o que representa isso ? o que representa os dois eixos que eles chamam contrário ? e ai eles perceberam que tinham que sair no ponto certo i...*

103) 2h04'17s: Elenice : *Eu notei um grupo que tava colocando justamente há...precisava de duas variáveis...Um grupo que nitidamente usavam e os outros que faziam mas não explicitavam.mesmo duas variáveis.*

104) 2h04'44s: Carla : *esse grupo mesmo depois de quase todo o gráfico pronto, faltava a chegada à escola, e eles estavam ainda com a idéia de que a escola é o eixo "y". então, mesmo no fim eles fizeram um traço colocando no eixo y (faz gesto de paralelo ao eixo).*

105) 2h05'00s: Elenice : *exatamente , paralelo eles fizeram um eixo paralelo não foi ? (perguntando para a professora auxiliar B). Na primeira vez ela pois inclinada e depois ela pois paralela ao eixo "y". E, não era continuo se viu ? (olhando para a professora da sala).cada pedaço...*

106) 2h05'14s: Fátima : *Mas eu acho que o desenho aí nesse exercício talvez ele confunda. Por que eles acham que ali é a escola (aponta para a mesa). O desenho os leva a voltar para aquele local., acho que o desenho dificulta. Nesse sentido de que tem que ir para lá, lá que é a escola. E isso impediu de entender o gráfico, aquela inha*

107) 2h06'00s: Berenice :*Antes tava faltando a linha...já estavam fazendo o gráfico certinho sem usar os desenhos certo ? há ! não tinha reparado nesses desenhos aqui..eles já perceberam que o gráfico é que vai funcionar aqui.*

108) 2h06'16s: Elenice : *então nós podemos tirar, deixar livre.. e ver como é que vai ser.. Mais alguma coisa ?*

109) 2h06'40s: Carla : *Interessante que eles fizeram os desenhos sem usar a escola, depois que a professora falou que é a escola eles falaram mas aí que é a escola ? eu achei que aí era igreja . então eles estavam fazendo o gráfico sem utilizar o desenho da escola aí depois que eles utilizaram...*

110) 2h06'58s: Elenice : *Não precisava utilizar, quem falou que era para usar ?*

111) 2h07'06s: Fátima :*á melhor tirar mesmo por que aí tende ..é pra lá ! PA: então faz o gráfico sem desenho.*

112) 2h07'40s: Carla : *Que eles precisavam começar do zero , como eu faço para começar do zero ?(perguntava o aluno). Aí, eu não sei, como ? aí ela se eu ficar parada , não, não essa a distância da parede então nós vamos tr que começar da parede. Eles perceberam, eu não respondi nada.*

113) 2h08'05s: Fátima :*e teve outro momento agora que você comentou (aponta para a Carla) aquele grupo que você disse que estava com dificuldade que elas ficavam em alternativa e erro, teve um momento que elas não desconfiaram ora nenhuma que era para parar. E aí eu falei assim: vocês acham que se eu ficar parado o gráfico marca alguma coisa ? . Aí um disse não. Aí a outra..pera aí, vamos testar ! Aí preparou o gráfico e ficou parada. Aí elas perceberam que tinha um momento que precisavam caminhar e outro que precisavam parar.Issó foi uma evolução.*

114) 2h08'40s: alicia : *E diferença também dos alunos mesmo trabalhando é que a gente que é adulto é que a gente mais ou menos sabe as coisas. Eles não, eles leram, eles procuraram. Até um grupo perguntou se tinha outras coisas dentro da calculadora. Falei tem outras coisas sim.*

115) 2h09'15s: Berenice : *eu perguntei que eles acharam e todos responderam que sim e até falaram : Há se eu tivesse conhecido isso antes de fazer aqueles gráficos de Física. E eu achei muito rápido você conseguir fazer isso, eles não gostavam de gráfico.*

Termina a reunião !