PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC-SP

WILLIAM KFOURI

EXPLORAR E INVESTIGAR PARA APRENDER MATEMÁTICA POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

SÃO PAULO
2008

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC-SP

WILLIAM KFOURI

EXPLORAR E INVESTIGAR PARA APRENDER MATEMÁTICA POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA**, sob a orientação do **Professor Doutor Ubiratan D'Ambrosio.***

SÃO PAULO
2008

Banca Examinadora

Dedico este trabalho à minha família e principalmente, a minha esposa Maria José por toda compreensão, paciência ajuda, incentivo, apoio e amor.

Aos meus filhos Fábio, Tiago e Cíntia.

Aos meus pais, Elias e Benedita (in memorian)

Momentos de Sabedoria

Nas grandes batalhas da vida, o primeiro passo para a vitória é o desejo de vencer! Gandhi

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a todas as forças do Universo, por toda proteção, força, saúde, disposição e coragem no desenvolvimento desse trabalho, mostrando sempre os melhores caminhos para que eu pudesse concluir mais esta etapa da minha vida.

A minha família, que com todo carinho soube incentivar e compreender as ausências necessárias para a realização deste trabalho.

Ao corpo docente do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP, pelo carinho, pelo empenho em nos oferecer um mestrado bem conceituado na área de Educação Matemática no decorrer desta jornada e por tudo que nos ensinaram.

Ao meu orientador, Professor Doutor Ubiratan D'Ambrosio, pela orientação segura, pelos momentos de troca de experiências, pela participação na construção de minha trajetória como professor-pesquisador em formação, pela amizade, pelo orgulho e honra de compartilhar suas idéias e sabedoria, marcas registradas desse grande ser humano que tive oportunidade de conhecer e trabalhar, e ainda por acreditar que um dia este trabalho seria concretizado. Muito obrigado.

A Secretaria de Educação do Estado de São Paulo através da CENP (Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas) pela bolsa de mestrado concedida, dando-me tranqüilidade para execução e conclusão do curso.

Aos colegas Clécio, Rodrigo e Alexandre, do Grupo de Pesquisa Educação Matemática (NUPAPEM), pelo apoio e contribuições no decorrer de nossas conversas.

Aos professores que compuseram a banca de qualificação, pela sinceridade na análise efetuada.

A Todas as pessoas que de forma direta ou indireta, contribuíram para a realização deste trabalho, em especial aos professores que fizeram parte desta pesquisa.

O Autor

Não faz mal que seja pouco.
O que importa é que o avanço de hoje
Seja maior que o de ontem.
Que nossos passos de amanhã
Sejam mais largos que os de hoje.
Daisaku Ikeda

O dia mais belo? Hoje.
A coisa mais fácil? Errar.
O maior obstáculo? O medo.
O maior erro? O abandono.
A raiz de todos os males? O egoísmo.
A distração mais bela? O trabalho.
A pior derrota? O desânimo.
A primeira necessidade? Comunicar-se.
O que mais nos faz feliz? Ser útil aos demais.
O maior mistério? A morte.
Nosso pior defeito? O mau humor.
A pessoa que nos é mais perigosa? A mentirosa.
O sentimento mais ruim? O rancor.
O presente melhor? O mais belo que possamos dar: o perdão.
O bem mais imprescindível? O lar.
A rota mais rápida? O caminho certo.
A sensação que nos é mais agradável? A paz interior.
A maior satisfação? O dever cumprido.
O que nos torna mais humanos, mais tolerantes? A dor.
Os melhores professores? As crianças.
As pessoas mais necessárias? Os pais.
A força mais potente do mundo? A fé.
A mais bela de todas as coisas? O amor... sempre o amor!
Madre Teresa de Calcutá

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo investigar se a Modelagem Matemática seria uma alternativa viável para o ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica, sugerindo-a como uma outra possibilidade para abordar os conteúdos desta disciplina.

Para isso foi executado um mini-curso sobre este tema, destinado a professores do Ensino Médio e Fundamental, com intuito de influenciar na prática docente, além de divulgar, esclarecer e mostrar o que seja o ensino de Matemática por meio da Modelagem e suas idéias inovadoras e criar outro ambiente de aprendizagem.

Tínhamos como propósito também analisar a receptividade por parte dos professores, tornando-os interessados à implementação da Modelagem Matemática como parte do processo de ensino/aprendizagem e ainda divulgadores desta estratégia alternativa.

A partir de situações reais, cotidianas e aulas práticas, orientamos nesse mini-curso professores sobre a importância da Matemática para o conhecimento humano e compreensão do meio onde se vive.

Apresentamos alguns caminhos que a Modelagem pode proporcionar para fazer Matemática na sala de aula, de modo diferente e atraente para seus alunos. Também eliminar o estigma de que a Matemática é considerada difícil por muitos, desinteressante por outros e até inacessível para a maioria.

Descrevemos nesse trabalho, os encontros e experiências desenvolvidas com cinqüenta e cinco professores, os quais reconheceram a Modelagem como uma forma de despertar nos alunos, o interesse para o estudo da Matemática, favorecendo não somente o ensino, mas também, o desenvolvimento de um espírito aberto à investigação e a novas experiências. Apresenta como conclusão as atividades desenvolvidas de Modelagem a ser empregada no ensino de Matemática e sobre os caminhos para “fazer Matemática” na sala de aula.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Ambiente de aprendizagem; Situações reais; Prática docente;

ABSTRACT

This study aims at investigating whether Mathematical Modeling would be a viable way to the teaching and learning of mathematics in Basic Education, suggesting it as other possibility to address the contents of this matter.

For that, a mini-course on this subject was implemented, for high school teachers, with the objective of influencing their teaching practice, in addition to disclosing, explaining and showing what is the teaching of mathematics through Modeling and the innovative ideas to create another learning environment.

We also examine the connection and receptivity on the part of teachers, making them concerned with the implementation of Mathematics Modeling as part of the process of teaching / learning and advising on this strategy alternative.

From real situations, of their daily lives and practices, this mini-course showed to the teachers the importance of mathematics to human knowledge and to understand the environment where they live

We present some ways that the modeling can provide to make mathematics in the classroom different and attractive to their students. We also, would like to remove the stigma that mathematics is considered difficult by many, uninteresting by others and even inaccessible to most.

We described in this work, the meetings and experiences developed with fifty-five teachers, who recognized Modeling as a way to awaken in the students the interest for the study of mathematics, not only encouraging the teaching, but also the development of an open mind to research and new experiences. It is presented, as a conclusion, the activities developed of Modeling being employed in the teaching of Mathematics and on the ways to "make Mathematics" in the classroom.

Key words: Mathematical Modeling; environment for learning; real situations; Practice teaching;

SUMÁRIO

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO 15

1.1 Considerações sobre o ensino da Matemática. 15

1.2 Constatação de um problema e justificativa da escolha do tema. 19

1.3 Objetivos. 26

1.3.1 Objetivo geral. 27

1.3.2 Objetivos específicos. 28

1.4 Questão de pesquisa. 28

1.5 Metodologia do Trabalho 29

1.6 Estrutura do trabalho 30

CAPÍTULO II

ROMPENDO PADRÕES E VELHOS CONCEITOS 31

2.1 Acontecimentos e indagações atuais na Matemática 31

2.2 As propostas de ensino 32

2.3 Conhecendo um pouco mais sobre esses pilares: 35

2.4 O ensino de Matemática e os professores. 44

2.4.1 Situação embaraçosa... Como realmente ajudar seus alunos a aprender Matemática? 45

2.4.2 Estudo sem Fundamento e Saber sem Sabor. 47

2.4.3 Concepções da Matemática e o papel do professor 48

2.4.4 Para gostar de Matemática. 50

2.4.5 O professor de Matemática 54

2.5 Criar condições para que a aprendizagem possa ocorrer 55

2.6 Recursos para o ensino da Matemática. 56

2.7 Novas estratégias de ensino de Matemática. 57

CAPÍTULO III

CONCEITUAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA E SUA IMPORTÂNCIA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM. 61

3.1 Matemática de situações reais 64

3.2 Resolução de Problemas 65
3.3 Situação Problema. 72
3.4 Tarefa investigativa. 72
3.5 Modelagem Matemática. 73
3.6 Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática 84
3.7 Um pouco da História da Modelagem 85
3.8 Ensino por meio da Modelagem Matemática no mundo....90
3.9 Modelagem Matemática no Cenário Nacional. 94
3.10 Modelagem como estratégia de ensino e aprendizagem 97
3.11 O processo de Modelagem como estratégia de ensino....100
3.12 Argumentos favoráveis e desfavoráveis quanto a Modelagem. 102
3.12.1 Argumentos favoráveis....103
3.12.2 Argumentos desfavoráveis....105
3.13 Proposta de como avaliar um trabalho de Modelagem 107
3.14 Sugestão para realização das primeiras tarefas de Modelagem na sala de aula....111

CAPÍTULO IV

PROCEDIMENTOS DA PESQUISA E METODOLOGIA DO TRABALHO.115
4.1 – Pesquisa Qualitativa. 115
4.2 – Descrição das Etapas e Aspectos do Projeto. 116
4.3 – A Descrição e Carga Horária. 117
4.4 – Participantes da pesquisa....119
4.5 – A coleta de dados e os registros. 121
4.6 – Roteiro de Perguntas (Questionário 1) e objetivos. 122
4.7 – Roteiro da entrevista semi-estruturada....124
4.8 – Atividades. 126

CAPÍTULO V

EXPERIÊNCIAS E SITUAÇÕES DE MODELAGEM. 127
5.1 – Atividade 1 apresentada aos professores do mini-curso. 128
5.2 – Atividade 2 Desenvolvida pelos professores do mini-curso....139
5.2.1. A definição do problema e a coleta de dados. 140
5.2.2 – Construção de modelos e validações....141

5.3 – Atividades propostas durante o mini-curso. 153

CAPÍTULO VI

PONDERAÇÕES SOBRE A EXPERIÊNCIA REALIZADA. 155

6.1 – Analisando a Parte 2 do questionário. 156

6.2 – Análise da entrevista semi-estruturada. 165

CAPÍTULO VII

CONSIDERAÇÕES FINAIS. 172

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS. 179

LISTA DE ANEXOS

ANEXOS. 189

ANEXO I Projeto Mini Curso Modelagem Matemática 191
ANEXO II Questões para conhecer o professor 193
ANEXO III Entrevista (Depois do mini-curso) 195
ANEXO IV Slides do primeiro encontro 197
ANEXO V Tabulação Geral dos Dados – Parte 1 Questionário 201
ANEXO VI Trabalhos dos alunos – Grupo 1 205
ANEXO VII Trabalhos dos alunos – Grupo 2 209
ANEXO VIII Trabalhos dos alunos – Grupo 3 211
ANEXO IX Trabalhos dos alunos – Grupo 4 215
ANEXO X Trabalhos dos alunos – Grupo 5 217
ANEXO XI Trabalhos dos alunos – Grupo 6 219
ANEXO XII Medida real do lote e da escritura - divergências 225
ANEXO XIII Demonstrações do Modelo de Heron 227
Demonstração (1) 227
Demonstração (2) 229
Demonstração (3) 231
Demonstração (4) 233
Demonstração trigonométrica (5) 235
ANEXO XIV Atividade de Modelagem(calças) 237
ANEXO XV Proposta do Grupo I 239
ANEXO XVI Proposta do Grupo II 241
ANEXO XVII Proposta do Grupo III 243
ANEXO XVIII Proposta do Grupo IV 245
ANEXO XIX Proposta do Grupo V 257
ANEXO XX Fotos durante o Curso 259

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Resolução de Problemas e suas divisões. 68
Figura 2 – Esquema de Modelagem proposto por D'Ambrosio 77
Figura 3 – Esquema proposto por Biembengut 78
Figura 4 – Esquema de uma modelagem proposto por Bassanezi 82
Figura 5 – Gráfico das presenças nos encontros 120
Figura 6 – Unidade de área padrão 132
Figura 7 – Desenho inicial apresentado pelo grupo G4 133
Figura 8 – Esquema para divisão do quadrilátero em dois triângulos. 134
Figura 9 – Gráfico cartesiano dos dados coletados 141
Figura 10 – Gráfico do modelo definido pelos grupos I, II e III 142
Figura 11 – Gráfico do modelo definido pelo Grupo IV 143
Figura 12 – Gráfico do modelo definido pelo Grupo V 143
Figura 13 – Resultado apresentado pelo programa LINEAR REGRESSION 144
Figura 14 – Gráfico cartesiano mostrando irregularidades no modelo 146
Figura 15 – Gráfico do primeiro modelo criado na função menor inteiro 147
Figura 16 – Gráfico do segundo modelo criado 148
Figura 17 – Gráfico da tabela da revista "Manequim" 151

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Organograma proposto Biembengut das fases da Modelagem 79
Quadro 2 - Tarefas desempenhadas nos casos de Modelagem 101
Quadro 3 – Seqüência de Modelagem em sala de aula por Biembengut 111
Quadro 4 - Organograma do Mini curso 119

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Comparecimento nos encontros 120
Tabela 2 – Dados levantados durante o curso com professores de Diadema 141
Tabela 3 – Calças jeans comercializadas atualmente 149

LISTA DE SIGLAS

CAEM – Centro de Aperfeiçoamento do Ensino da Matemática

CEB – Câmara de Educação Básica

CEE – Conselho Estadual de Educação

CENP – Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas

CETRANS – Centro de Educação Transdisciplinar

CIRET – Centro Internacional de Pesquisas e Estudos Transdisciplinares
CNE – Conselho Nacional de Educação
DCNEM – Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
ECMI – European Consortium for Mathematics in Industry
ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática
FFCL – Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras
FINEP – Financiadora de Estudos e Projetos
ICMI – International Comissionon Mathematical Instrucrion
ICTMA – International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications
IMECC – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
LDB – Lei de Diretrizes e Bases
MEC– Ministério da Educação, Cultura e do Desporto
NCTM – National Council of Teachers of Mathematics
NUPAPEM – Núcleo de Pesquisa e Apoio a Profissionais de Educação Matemática
OEA – Organização dos Estados Americanos
PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio
SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SEF – Secretaria de Educação Fundamental
SEMTEC – Secretaria de Educação Média e Tecnológica
UEL – Universidade Estadual de Londrina
UNESCO – United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization (Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura)
UNESP – Universidade Estadual Paulista
UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas
UNIMEP – Universidade Metodista de Piracicaba
USP – Universidade de São Paulo

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO.

Os conhecimentos resultantes da minha vivência docente e as inquietações sobre o ensinar e aprender Matemática instigou o desejo de aperfeiçoar e expandir meus conhecimentos, a fim de contribuir para uma aprendizagem efetiva e formação mais sólida de nossos alunos.

Assim, comecei a ler algumas publicações em revistas de educação e de matemática que pudessem auxiliassem no meu trabalho. Isto despertou a curiosidade e o interesse de investigar tendências da *Educação Matemática* [1]e do ensino moderno desta disciplina. Tal cenário contribuiu para o ingresso no Programa de Estudos Pós–graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

1.1 Considerações sobre o ensino da Matemática.

Durante 15 anos de experiência como professor de Ensino Médio, lecionando Matemática, posso descrever com propriedade e exatidão, que o ensino desta disciplina tem se caracterizado pela preocupação apenas de "passar" aos alunos definições de conceitos, regras, procedimentos, entre outras coisas de maneira rápida, sem se preocupar com a aplicabilidade e o significado dos conteúdos. Apesar de tudo, encontramos professores que ainda se esforçam para tornar suas aulas atraentes e motivadoras, nas quais ocorre o envolvimento dos alunos com os temas trabalhados.

---

[1] A expressão "Educação Matemática" pode se referir simplesmente ao aprendizado de Matemática de crianças, jovens e adultos. Entretanto, nas últimas décadas, passou a designar uma área de pesquisa e produção de conhecimento sobre como se ensina e se aprende Matemática. Neste trabalho, sempre citaremos a Educação Matemática com esse sentido.

Segundo Camilo (2002), pesquisas apontam que tal procedimento, na maioria das vezes, não leva o aluno a uma aprendizagem efetiva. Percebe-se que muitos professores valorizam apenas a memorização e a “decoreba” em detrimento de uma aprendizagem por compreensão e por significado, não dando ao aluno o prazer e a alegria de compreender e entender a importância da Matemática. Isto cria no aluno uma aversão e uma antipatia pela disciplina e, principalmente, pela pessoa do professor.

Matemática é o grande vilão. Encontramos milhares de pessoas amedrontadas pela Matemática nos bancos escolares, as quais cursam a matéria por mera imposição do currículo, com pouca ou quase nenhuma motivação. Em algumas instituições para passar de ano, uma única matéria cuja nota não foi atingida, não é motivo para reprovar o aluno. Sempre é possível uma “ajudinha” dos Conselhos de Escola, para sua aprovação. Diante disso alguns alunos até se recusam a assistir, prestar atenção às aulas e fazer atividades mínimas.

Embora haja esforços dos professores, é visível o descontentamento por parte de alguns alunos que, sem motivação, assumem uma postura passiva de apenas fazer por fazer as atividades e cumprir ordens do professor, sem entender o que está fazendo e o porquê, prejudicando desta forma o aprendizado. As aulas ficam monótonas e cansativas, pois os professores exploram somente a parte teórica e execução de exercícios repetitivos de fixação, que não exigem muito do aluno, a não ser decorar este ou aquele procedimento de resolução, aplicando em situações irreais, fazendo com que o educando não sinta a ligação que a Matemática tem com a sua vida e, conseqüentemente, não goste da matéria.

O grande número de notas baixas e exercícios feitos errados têm provocado em alguns estudantes aversão pela matéria. Além de assustar, causar baixa auto-estima e produzir insegurança, ocasiona perante os colegas de sala um complexo de inferioridade, um sentimento de incapacidade e acabam desistindo de aprender Matemática pelos trâmites costumeiros, causando em decorrência disso, significativo número de reprovações, desistências e evasões.

Por outro lado, os professores sentem-se decepcionados e frustrados ao verem o baixo rendimento de seus alunos e acabam culpando o sistema educacional. Outros até dão boas notas, acreditando na tentativa de ajudar e incentivar o aluno, ou ainda, para não mostrarem o fracasso de suas aulas e legitimar sua incapacidade de ensinar. De quem é realmente a culpa?

Há um tempo, eu estava resolvendo um exercício para um aluno, quando terminei e perguntei se ele havia entendido, ele respondeu: “Tudo bem, eu entendi... mas para que serve isso?”. Trata-se de um questionamento comum dos nossos alunos, assim como “Por que tenho que aprender essa matéria?” ou, “Isso não vai servir para nada na minha vida”. e outras variações do tema, como: “Eu odeio Matemática!!!”; “Matemática é uma má temática!!!”: “Se eu soubesse quem inventou a Matemática, mandaria exterminá-lo!!!

Incontáveis vezes ouvi e ainda ouço frases desse tipo nos corredores das escolas, como aluno ou professor. Em alguns casos não dou muita importância a estas questões, mas quando penso na Educação como um todo e conversando com outros professores, percebo que a Matemática é apenas a ponta de um iceberg, do universo que é a Educação.

A origem de questionamentos e afirmações desse tipo é corriqueira na sala de aula e, talvez sejam reflexos da própria democracia ou liberdade de expressão. O fato é que alguns estudantes de hoje só pensam no imediatismo e não querem estudar “coisas”, as quais são aparentemente inúteis e, segundo eles próprios, não têm finalidade alguma.

Argumentos como esses, no sentido de aprender somente o que é usual e útil, devem ser condenados pelos pais e professores. O educando pode ser orientado no sentido de aprender hoje para estar bem preparado e poder utilizar este conhecimento amanhã. Sempre é bom aprender e descobrir coisas novas, independentes da sua utilidade imediata.

Só para citar alguns exemplos, podemos dizer que Gregor Mendel (1822-1884) não sabia que estudando o desenvolvimento das ervilhas, mais tarde, levariam a desvendar a origem das doenças humanas. Michael Faraday (1791-1867) não pensou em usinas hidrelétricas ao desenvolver suas teorias trabalhando bobinas e magnetos na produção de corrente elétrica. Marie Skodowska Curie (1867-1934) não pensou em tratamento terapêutico de radiação contra o câncer quando estudava emissão de partículas radiativas. Charles Babbage (1792-1871) quando desenvolvia um aparelho de calcular e estudava mecanismos ou máquinas para serviços repetitivos que realizassem tarefas para o homem, não pensou em computador, modelos automáticos e muito menos Internet. Alexander Graham Bell (1847-1922) sequer pensou nos celulares ao estudar a telefonia. Thomas Alva Edison (1847-1931), criador do fonógrafo (primeiro aparelho de som), jamais imaginou o que temos hoje em som digital. Quando Albert Einstein inventou a Teoria da Relatividade (uma teoria eminentemente abstrata) nunca imaginou que fosse desembocar nas bombas atômicas.

É por isso que muitas vezes não tem sentido perguntar: “Para que serve isto?” ou “Onde eu vou utilizar isso na minha vida?”, pois não é só o que tem aplicação imediata é considerado potencialmente importante para a formação de um futuro promissor do cidadão em qualquer profissão. O conhecimento, mesmo que não tenha imediata aplicabilidade, é fundamental obtê-lo, cultivá-lo e utilizar a inventividade humana para saber usufruí-lo. Como dizia Fernando Pessoa: *“Tudo vale a pena se a alma não é pequena”.*

Costumo dizer para meus alunos: “O passado não dá para mudar, o presente está sendo vivido, e o futuro está sendo construído neste instante. Então, valorize o presente, tenha responsabilidade e crie as melhores condições para o seu futuro. Você é responsável por ele”. O que deve ser considerado importante e entendido é o valor do próprio conhecimento. Trata-se do prazer inerente ao ser humano de aprender e descobrir coisas novas, mesmo aquelas que aparentemente são inúteis. Faz parte da natureza humana desvendar o que não se conhece e a felicidade em descobrir como as coisas funcionam, e isso nunca sai de moda.

Procuro sempre reservar uma ou duas aulas por bimestre para propor um debate: Tema – “Como seria a minha vida sem a Matemática?” Fazem uma dramatização dessa situação, mostrando o que seria de nós se o homem não tivesse “inventado e desenvolvido” a Matemática. Partimos da premissa de que a Matemática, segundo alguns alunos não serve para nada e existe só para dificultar a vida deles. Observamos que a Matemática está em vários setores da nossa vida e é muito útil.

Juntos procuramos em nosso dia-a-dia em jornais, revistas, Internet, etc, onde poderia estar a Matemática: na Economia (índice de reajustes, financeiros), nos Esportes (tabelas, gráficos, medidas, contagens), na Arquitetura (desenhos, maquetes, cálculos, geometria, ângulos), na Língua Portuguesa (métricas de poesias, paginação de livros), na Biologia (genética, controle de doenças e epidemias), na Química (equilíbrios de equações, razão e proporção de reagentes), na Física (movimento de satélites e transmissão por ondas), na Estatística (levantamento de dados e pesquisas eleitorais, dados probabilísticos), na História (linha do tempo, dados históricos), na Geografia (meteorologia, gráficos, diagramas), nas Artes Plásticas (geometria de pinturas, pontos de fuga, proporções para desenho do corpo), na Astronomia (fases da lua, estações do ano, constelações, distâncias astronômicas), etc.

É importante nestes debates, proporcionar experiências para motivar os alunos, ajudar a refletir e difundir a Matemática, também estimular a criatividade e a curiosidade científica dos jovens, desenvolver neles capacidades de investigar, raciocinar, comunicar e cooperar, proporcionar a experimentação, observação e aquisição da confiança na capacidade de fazer Matemática. Fomentar um trabalho interdisciplinar que permita ao aluno tomar consciência de que a Matemática intervém no mundo real em interligação com as outras ciências. Aprender a dar valor à Matemática.

1.2 Constatação de um problema e justificativa da escolha do tema.

Infelizmente, parece estar crescendo uma rejeição pela Matemática no ensino básico e isto não é um problema advindo da Matemática, mas do modo como lidamos com ela na escola. D'Ambrosio (1999) afirma que *"o problema maior do ensino de ciências e Matemática é o fato das mesmas serem apresentadas de forma Desinteressante, Obsoleta e Inútil, e isso "DÓI" para o aluno".* Nessa linha de raciocínio, muitos professores e pesquisadores procuram meios alternativos de eliminar a deterioração e degradações do ensino de Matemática, buscando torná-la interessante, provocadora e instigante. Questionam que Matemática ensinar e como ensiná-la?

O ensino da Matemática, como vem sendo executado atualmente, utiliza-se em geral, de um livro didático cheio de ilustrações e situações-problemas pré-concebidas baseadas em conteúdos literários dispersos, muitas vezes, traduções de obras estrangeiras, incompatíveis com a realidade brasileira, recheados de fórmulas e expressões algébricas prontas. Exercícios mecânicos e repetitivos, resolvidos até a exaustão, contribuem para as aulas de Matemática serem desestimulantes, sem atrativos, carentes de desafios, tanto para professores quanto para os alunos.

O ensino baseado em conteúdos e conceitos é apresentado como verdade absoluta e incontestável, limita a capacidade e criatividade dos alunos, por ser uma coisa pronta e acabada, não havendo motivos e nem estímulos para a aprendizagem e aquisição de conhecimento. Alguns alunos em busca de boas notas, até se esforçam o suficiente e adquirem um falso conhecimento, que logo será esquecido. A menos que ele pretenda fazer um curso na área de Exatas e ingressar no campo de trabalho, prestando um concurso ou seleção, o domínio do conteúdo do Ensino Médio será de pouca ou quase nenhuma utilidade.

Em 1980, o National Council of Teachers of Mathematics — NCTM —, dos Estados Unidos, apresentou recomendações para o ensino de Matemática no documento "Agenda para Ação". Nele destacava-se a resolução de problemas como foco do ensino da Matemática nos anos 80. Também a compreensão da relevância de aspectos sociais, antropológicos, lingüísticos, na aprendizagem da Matemática, imprimiu novos rumos às discussões curriculares.

Essas idéias influenciaram as reformas que ocorreram mundialmente, a partir de então. As propostas elaboradas no período 1980/1995, em diferentes países, apresentam pontos de convergência. No Brasil essas idéias vieram sendo discutidas e algumas aparecem incorporadas pelas propostas curriculares de Secretarias de Estado e Secretarias Municipais de Educação, havendo experiências bem-sucedidas que comprovam a capacidade delas em produzir bons resultados. No entanto, é importante salientar que ainda hoje se nota, por exemplo, a insistência no trabalho com os conjuntos nas séries iniciais, o predomínio absoluto da Álgebra nas séries finais, a formalização precoce de conceitos e a pouca vinculação da Matemática de suas aplicações práticas.

Segundo os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) (1999), mais importante do que transmitir informações/conteúdos para serem reproduzidos quando solicitados, é desenvolver nos alunos habilidades e estratégias que lhes permitam, de forma autônoma, gerar novos conhecimentos a partir de outros já previamente adquiridos. Capacitando-os assim, a aprender a partir de seus próprios recursos. Certamente, terão melhores condições para adaptar-se às mudanças tecnológicas e culturais. Para desenvolver nos alunos tais habilidades, faz-se necessário investir na Matemática aplicada, contextualizada, interdisciplinar e em metodologias que os habituem a utilizar conhecimentos prévios, na perspectiva de encontrar por si próprios, respostas às perguntas que os inquietam ou que precisem responder, ao invés de esperarem uma resposta pronta do professor.

Ainda de acordo com os PCN, o ensino de Matemática, devido ao caráter formativo, instrumental e científico, propicia condições para inserção do indivíduo num mundo em constante evolução e mudança, contribuindo para investigar, questionar, pesquisar, construir hipóteses, inferir e generalizar, adquirir confiança na própria capacidade de pensar, encontrar soluções, trabalhar cooperativamente e desenvolver capacidades que deles serão exigidas em sua vida social e profissional.

Skovsmose (2001) destaca que um dos objetivos da Educação Matemática é habilitar os alunos a aplicar a Matemática na sociedade, utilizando-a no entendimento da realidade. A sua preocupação está voltada para a formação de alunos com poder de argumentação através do pensamento reflexivo, com comprometimento com a realidade.

No PCN o direcionamento do ensino de Matemática está para a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão e não apenas voltadas para a preparação de estudos posteriores. Destaca-se a importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento. Procura-se dar ênfase na resolução de problemas, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas. Salienta a importância de se trabalhar com amplo aspecto de conteúdos, incluindo, já no ensino fundamental, elementos de estatística, probabilidade e combinatória, para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos. Evidencia-se a necessidade de levar os alunos a compreenderem a importância do uso da tecnologia e a acompanharem sua permanente renovação.

Em busca do maior aproveitamento dos alunos, inúmeros estudos são apresentados em eventos e congressos de Educação Matemática, os quais apontam as mais variadas soluções e estratégias usadas espontaneamente para valorização e melhoria da qualidade do ensino de Matemática, apoiando-se na prática das seguintes linhas metodológicas:

- Matemática e cultura: História da Matemática e Etnomatemática.
- Matemática e novas tecnologias: Uso da informática e calculadoras gráficas.
- Matemática e diversão: Jogos matemáticos e desafios.
- Matemática experimental: Resolução de problemas, Tarefas investigativas e Modelagem Matemática.

Em contato com alguns desses trabalhos, os quais apontavam "novas" tendências do ensino das Matemáticas, a que mais me identifiquei foi com a Modelagem Matemática. Busquei inúmeros autores que serviram de embasamento teórico para esta monografia, cada qual com suas definições sobre a Modelagem. Dentre eles, aponto a professora Beatriz D'Ambrosio que afirma que a modelagem é *"Usada para quebrar a dicotomia existente entre a Matemática escolar formal e a sua estabilidade na vida real. Os modelos matemáticos são formas de estudar e formalizar fenômenos do dia-a-dia. É um processo de construção de um modelo abstrato para descrever um fenômeno".*

Já Biembengut & Hein (2003 p.18), dizem *"... A Modelagem Matemática no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo em que aprende a arte de modelar, matematicamente".*

Dentro desse contexto, a partir de 2003, comecei a investigar como essa metodologia de ensino poderia ajudar a olhar e agir de forma diferente no âmbito da minha prática, contribuindo para uma aprendizagem efetiva dos meus alunos. A princípio questionei: como a Modelagem Matemática poderia ajudar a olhar e agir de forma diferente na minha prática de ensino? Como trabalhar em sala de aula a Matemática de situações reais, usando a Modelagem Matemática? Quais as contribuições da Modelagem Matemática no processo ensino-aprendizagem do Ensino Médio?

Procurei uma forma de buscar relações da Matemática com a realidade e que poderiam ser atividades de Modelagem Matemática. Percebi que ensinava uma Matemática perfeita, exata e inflexível: alguns teoremas, fórmulas, o raciocínio encadeado e os resultados incontestáveis, sempre apoiados em um livro didático adotado pela escola, com inúmeros exercícios repetitivos, com pouca pesquisa e quase sem nenhuma leitura.

Iniciei os trabalhos com aulas diversificadas, alternando momentos, aulas expositivas, aulas de investigação, situações problemas e Modelagem. No começo fui muito criticado, mas os alunos tiveram um sensível progresso. Percebi que as críticas feitas por colegas era devido à resistência a mudança e porque eles ainda não conheciam estas estratégias.

Na tentativa de apresentar uma alternativa para o ensino de Matemática, usando a estratégia da Modelagem Matemática, encontrei obstáculos para propor atividades e muitas dificuldades para trabalhar, devido às exigências do currículo escolar. Com um pouco de paciência, fui mostrando aos outros professores o que era a Modelagem Matemática e como poderiam trabalhar em salas do Ensino Médio. Confesso, cometi acertos e erros, fiz muitas ponderações, construindo e reconstruindo, mas sempre caminhando no sentido de melhorar a aprendizagem de Matemática, com capacidade de criar, inventar e projetar soluções para problemas encontrados no dia-a-dia.

É possível constatar que o insucesso de alguns alunos é freqüentemente atribuído aos métodos pedagógicos inadequados, que reduzem a motivação deles e pouco contribui para a aprendizagem de Matemática.

Não foi fácil, mas acreditei e comprovei nas minhas aulas o que Bassanezi (2002) afirmou: que a Modelagem Matemática pode ser um dos caminhos *“que levam os alunos a despertar maior interesse, ampliar o conhecimento e auxiliar na estruturação de sua maneira de pensar e agir”,* além de mudar de postura e redefinir o *“papel do professor no momento em que perde o caráter de detentor e transmissor de saber para ser entendido como aquele que está na condução das atividades, numa posição de partícipe*”.(Barbosa, 1999 p. 7). ... Nesse contexto a palavra “condução” é no sentido de “problematizar” e direcionar as atividades escolares.

Depois de ler trabalhos internacionais e nacionais, pesquisar em materiais de Modelagem dos últimos 20 anos, pude constatar e dar créditos a trabalhos desenvolvidos por Blum & Sloyer (1995); Biembengut (1999 e 2000); Burak (1987 e 1992); Bassanezi (1994 e 2002); Almeida (2001); D’Ambrosio (1990 e 2000);

Borba (1987 e 1999); Bean (1998 e 1999); Meyer (1998 e 2001); Barbosa (2000 e 2004); Anastácio(1990); Camilo (2002); Caldeira (1992 e 1998); Chaves (2004); Gazzeta (1989); Correa (1992); Scheffer (2001); Jacobini (1999); Skovsmose (2000); Araujo (2002); Franchi (1993); Monteiro (1991) entre outros. Todos destacam o ambiente de ensino-aprendizagem gerado pela utilização da Modelagem Matemática em sala de aula como estratégia de ensino que propicia uma aprendizagem efetiva. Apresentam também algumas reflexões em relação à aprendizagem dos alunos e aceitação dos professores.

Para que o ensino da Matemática conduza a uma aprendizagem eficiente, assimilando conceitos, visualizando suas aplicações e solucionando problemas, é necessário que os métodos pedagógicos não visem apenas à memorização de procedimentos, mas que oportunizem ao estudante usar as ferramentas Matemáticas adequadas para solucionar problemas do seu cotidiano.

É consenso que a Modelagem Matemática *“consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”* segundo, Bassanezi, (2002, p.16). Ela permite a realização de previsões e tendências e é eficiente a partir do momento que tomamos consciência de que estamos trabalhando sobre representações de um sistema ou parte dele. É um processo dinâmico que, partindo de um problema real, associado a um conjunto de hipóteses, obtém-se um modelo que forneça possíveis soluções para o problema.

Atualmente posso afirmar que sou um defensor do uso da Matemática de situações reais, fazendo sempre experimentações usando situações problemas, tarefas investigativas e principalmente a Modelagem, com o objetivo de contribuir com o ensino da Matemática e produzir uma aprendizagem efetiva nos estudantes, encorajando-os a pensar matematicamente a cerca do mundo que os rodeia. Assim, procuro realizar com os alunos experiências diversas, interpretar fenômenos e tentar encontrar o modelo matemático que se ajusta aos dados recolhidos.

Não quero dizer com isso que abandonei o currículo tradicional, pois se assim o fizesse, seria muito criticado pelo supervisor e coordenadores da escola, por alguns professores e também pelos pais dos alunos. Entre uma aula e outra, injeto atividades que usam modelos já estudados ou crio, com ajuda dos próprios alunos, situações em que a Modelagem possa ocorrer.

Em trabalhos anteriores, pude constatar que a Modelagem desperta muito interesse e empolgação nos alunos, principalmente quando o assunto é escolhido por eles. Modelagem resgata o gosto e o interesse pelas aulas, aproxima a disciplina da realidade do aluno. Há um comprometimento na busca de soluções para os problemas, caracterizando atitudes positivas em relação à Matemática. Também estabelecem contatos com outras áreas do conhecimento, caracterizando um processo inter, multi e transdisciplinar. Os alunos sentem-se atuando e a Matemática passa a fazer sentido. Assim, a Modelagem Matemática confirma-se como uma oportunidade de aprendizagem ampla, geral e irrestrita, mas também de valorização, de utilidade e embelezamento da Matemática.

Parece ser tudo o que um professor de Matemática deseja em sua sala de aula: alunos motivados para aprender e adquirir conhecimento em um nível suficiente para ser aplicado em problemas de outras áreas, sobretudo, saber utilizá-la para compreender a sua realidade. Diante disso, como professor, defendo o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino necessária para o desenvolvimento do cidadão, bem como sua evolução social e tecnológica.

Cheguei até a questionar: “Já que esta estratégia é boa, então por que os professores de Matemática fazem pouco uso dela, mesmo contando com um referencial de pesquisa, que já soma mais de vinte anos no Brasil?”

Fazendo reflexões e analisando a forma como a Matemática vem sendo “ensinada” percebi que a disciplina não corresponde às necessidades do aluno para a formação da cidadania enquanto seres sociais. O ensino de Matemática caminha mal e muita coisa deve ser mudada para que ela deixe de ser uma vilã, um terror para nossos alunos.

Como sugestão para essa mudança, aposto na Modelagem Matemática como uma estratégia pedagógica e tentativa de recuperar o interesse dos alunos, com o intuito de minimizar as dificuldades. A partir do cotidiano dos alunos e a visão da utilização da Matemática em situações reais, a modelagem pode dar maior motivação, tornar as aulas mais atraentes, interessantes além de dar maiores oportunidades de participação aos alunos, proporcionando assim, momentos de aprendizagem mais significativa.

Em breve pesquisa com colegas docentes de diversas escolas e aqui nesta Instituição (PUC-SP), pude conferir muitos problemas, dentre eles que muitos professores não conhecem Modelagem Matemática. Confundem "Situação problema", "Tarefa Investigativa" e "Modelagem". Alguns encontram dificuldade de usar Modelagem na estrutura escolar e ficam embaraçados em expor o assunto, delimitar e formular um problema, desenvolver o conteúdo, resolver e interpretar. Outros ainda sentem apuro e insegurança em aulas práticas em que todos atuam e aperto em reconhecer Matemática no cotidiano, mas o principal deles é a "Relutância em mudar".

Mini-curso para professores

Como pesquisador, percebi que tive muita sorte e facilidade em trabalhar com Modelagem Matemática. Por todas essas questões, resolvi direcionar o foco desta pesquisa organizando um mini-curso destinado a ajudar, aperfeiçoar e orientar professores sobre o uso da Matemática de situações reais. Principalmente, como fazer o uso da estratégia da Modelagem Matemática para incrementar suas aulas, mostrando a importância e significado da Matemática na realidade, visando às contribuições para a aprendizagem do aluno. Hoje, o que era proposta, passou a ser uma realidade e tenho ministrado mini-cursos para professores da rede Pública do Estado de São Paulo.

Acredito que todos os professores, desde que instruídos e orientados, poderão trabalhar com a modelagem em complementação aos conteúdos que estão sendo executados em sala de aula. Embasado em uma pesquisa bibliográfica específica e reflexões próprias, estabeleço um paralelo entre o que é ensino tradicional e o ensino através da Modelagem Matemática. Quais as vantagens na sua utilização e os obstáculos já detectados por aqueles que nos antecederam na área, abordando aspectos como a pedagogia adotada, a criatividade, o interesse pelo estudo de Matemática e a avaliação, levando o professor a refletir sobre a sua prática educativa. A fim de que estes adotem a modelagem como alternativa e passem a ser divulgadores desta estratégia.

1.3 Objetivos.

> *"Nos dias de hoje, não basta ao professor abrir a porta, entrar na sala de aula e dar a sua aula. Ele tem que criar as condições para que a educação possa acontecer".* Antônio Nóvoa

O presente trabalho tem por objetivo orientar e capacitar professores de Matemática do Ensino Médio e Fundamental e áreas afins, comprometidos com a Educação e demais profissionais interessados no tema.

Os professores envolvidos na melhoria da qualidade do ensino tomarão conhecimento do que é Modelagem Matemática, como poderá ser apresentada e trabalhada nas atuais concepções do ensino, propondo maneiras de organização e de condução de aulas através das atividades da Modelagem. Trata-se de uma alternativa ou uma estratégia para minimizar a crise do ensino da Matemática e valorizar o conhecimento que o aluno traz e adquire na resolução de situações do dia-a-dia.

Proponho estimular o professor a conhecer os fundamentos teóricos da Modelagem Matemática, vivenciá-los no próprio curso e implementá-los em sua prática de sala de aula. Proponho também, criar uma nova imagem da Matemática, superando o desprazer e a ansiedade que se gerou em torno da disciplina nas últimas décadas, e resgatar o gosto e o interesse pelas aulas, através de temas que tenham significado para o aluno, além de inserir a Matemática no contexto sociopolítico e econômico desde as séries iniciais, através de questionamentos e debates, visando à formação do cidadão mais observador e crítico.

Através de aulas de atividades em grupo, o professor poderá integrar-se com colegas de mesma formação, trocar experiências enriquecedoras, desinibir, refletir, debater, promover o conhecimento, aprender, incitar à aprendizagem de seus alunos e principalmente trabalhar uma aula diferente daquela tradicional.

Os objetivos serão decompostos em geral e específicos:

1.3.1 Objetivo geral.

Mostrar e divulgar a Modelagem Matemática. Dar oportunidade a professores, quanto à vivência e à construção de atividades cotidianas e concretas, abrindo caminhos para conduzir as aulas de Matemática.

Redescobertas da Matemática analisando modelos simples que possibilitem a resolução de problemas de mecânica, biologia, química, eletricidade, situações de comércio, etc.

1.3.2 Objetivos específicos.

Deseja-se:

- Diagnosticar as dificuldades de compreensão dos conteúdos de Matemática apontadas pelos professores promovendo discussões e debates para esclarecimentos de dúvidas.
- Desenvolvimento de técnicas e processos de aprendizagem Matemática, tendo como base a Modelagem.
- Apresentar materiais de apoio, criados e produzidos por outros pesquisadores, para serem utilizados nas atividades pelos educadores para a melhoria da qualidade de ensino. Oficinas e aulas práticas onde professores atuam.
- Conhecer metodologias utilizadas pelos vários professores para alcançar os objetivos. Redefinição da própria práxis em contato e interação com colegas de profissão. Priorizar a cooperação, troca de saberes e de reciprocidade.
- Colaborar com professores fornecendo sugestões e dicas a serem trabalhadas com seus alunos, para que construam sua cidadania e adquiram uma atitude científica perante o Mundo. Motivar os alunos na aprendizagem de real significado da Matemática. Estimular a criatividade e a curiosidade científica dos jovens. Desenvolver nos alunos capacidades de investigar, raciocinar, comunicar e cooperar. Desenvolver a comunicação oral e escrita.
- Proporcionar momentos para que o professor adquira a confiança para poder conduzir atividades de Modelagem e proporcionar a experimentação e observação.
- Favorecer subsídios para um trabalho multidisciplinar que permita tomar consciência de que maneira e como a Matemática intervém no real em interligação com as outras ciências.

1.4 Questão de pesquisa

Este trabalho foi desenvolvido com a pretensão de contribuir para a melhoria do ensino de Matemática, através do uso da estratégia da Modelagem Matemática, orientando professores, partindo de situações reais, contextualizando os temas e desenvolvendo conteúdos.

O problema de estudo ficou assim delineado:

Que contribuições um mini-curso de Modelagem Matemática, destinado aos docentes, poderá trazer para aperfeiçoá-los e melhorar o ensino da Matemática?

Pretende-se com esta questão mostrar se um trabalho inovador e diferenciado em sala de aula como é a Modelagem Matemática, poderá ou não contribuir para melhoria do ensino. Verificar como se dará a participação e a reação dos professores a partir de situações reais, abordadas na perspectiva da Modelagem. Certificar-se de que esta estratégia busca estimular, provocar o raciocínio e resgatar o interesse dos alunos em aprender Matemática por meio de circunstâncias contextualizadas e cotidianas.

1.5 Metodologia do Trabalho

A Modelagem Matemática é apresentada nesta produção sob a visão do professor que, após conhecê-la teoricamente e vivenciá-la através do curso como "professor-aluno", faz a opção por utilizá-la na sala de aula como uma alternativa metodológica.

Para realização desta pesquisa e estudo, foram escolhidos como amostragem, professores da rede pública e particular. Para obtenção dos dados foram elaborados questionários avaliativos, observações dos participantes e suas dificuldades, além de entrevistas.

Possui este trabalho um caráter colaborativo com outras pesquisas que estão sendo estudadas, visando à melhoria da qualidade do ensino de Matemática. Segundo Fiorentini (2006) trata-se de uma pesquisa-ação por se tratar de um processo qualitativo, investigativo, intencionado, planejado e sistemático, cujos objetivos são comuns a um grupo e todos os trabalhos se apóiam mutuamente.

Procura caracterizar o conceito de Modelo e Modelagem, a partir de literatura científica existente sobre o assunto. Serão apresentados alguns exemplos e experiências do dia-a-dia, que professores poderão utilizar na sala de aula, usando a Modelagem como ferramenta estratégica de aprendizagem Matemática, visando minimizar dificuldades e desinteresse dos estudantes pela disciplina.

1.6 Estrutura do trabalho

Este trabalho está dividido em sete capítulos compreendendo esta primeira parte como sendo introdução e com os seguintes teores:

O capítulo II tratará da aprendizagem da Matemática e será examinado como os diversos estudiosos pensam e entendem a educação relacionada à Matemática e suas diferentes manifestações.

O capítulo III enfocará a questão da Modelagem no ambiente de ensino e sua interferência nas práticas pedagógicas. Além de ser abordada como uma nova proposta de ensino, retrata a alteração de padrões de comportamento do professor e do aluno diante da introdução da estratégia da Modelagem na escola e a influência no ensino da Matemática.

No capítulo IV será abordada a metodologia adotada para a análise dos resultados obtidos em pesquisa feita com professores do Ensino Médio, os detalhes da pesquisa e como os dados foram analisados.

No capítulo V serão abordadas algumas aplicações de modelagem, estudo e criação de um modelo efetuado durante o mini-curso.

No capítulo VI constarão a análise e a discussão dos resultados da pesquisa e será formulada uma proposta metodológica para a melhoria do ensino da Matemática visando dar ao educador um instrumento teórico apto a interagir com a sua prática. Propondo uma aprendizagem mediante construções e tomadas de consciência, tanto pelo educando como pelo educador.

No capítulo VII serão relatadas as conclusões desse trabalho, incluindo sugestões e recomendações para trabalhos futuros.

Por fim, serão incluídos as referências utilizadas no desenvolvimento desse trabalho e os apêndices.

CAPÍTULO II

ROMPENDO PADRÕES E VELHOS CONCEITOS.

A Matemática é reconhecida por todos pela sua múltipla importância com todas as ciências e em todos os graus.

Vivemos uma verdadeira revolução tecnológica e cultural, valorizando a criatividade e estruturação do pensamento, as quais estão modificando profundamente a vida das pessoas, as relações da sociedade, quebras de privacidade dos indivíduos, das organizações e dos próprios países. De certa forma ela facilita a comunicação, propícia acesso à informação, aumenta a produtividade e interdependência entre vários setores da produção.

2.1 Acontecimentos e indagações atuais na Matemática

Encontramos Matemática em tudo, desde o manejo de equipamentos sofisticados com mecanismos de automação, controle de gastos e produção, como também, quando procuramos entender fenômenos da natureza e suas mudanças, causando alterações no clima, aumento da poluição, maremotos, furações, frentes frias, previsão de chuvas, exploração e prevenção de seus efeitos, etc.

A Matemática tem assim, um papel fundamental e extraordinário na preparação dos jovens para a vida a qual a utilizam para entendimento, interpretação e processamento das informações, controles estatísticos em todos os níveis, levantamento de dados, relações diversas (sociais, comerciais, industriais), contabilidade, contagem, medições, raciocínio lógico e dedutivo, etc.

Por esta razão, como professor, tenho grande preocupação com o ensino da Matemática e reconheço a capacidade que ela possui de renovar seus conceitos e conhecimentos. Considero, portanto, que se faz necessário um aprimoramento contínuo para acompanhar o desenvolvimento e a evolução do mundo.

É imprescindível que o educador moderno saiba aliar à evolução do ensino, tanto as ações pedagógicas, quanto a evolução dos conteúdos, seus métodos, suas atitudes e tendências, não só da Matemática, mas também nas outras áreas de conhecimentos, tais como economia, sociologia política, biologia e medicina, ecologia (ecossistema, reciclagem e poluente,) política (crescimento, taxas desenvolvimentos).

2.2 As propostas de ensino

A preocupação com a melhoria da qualidade de ensino é crescente, tanto de governos, educadores, técnicos quanto especialistas em educação das mais variadas áreas.

Meyer (1998), afirma que não há nada mais instigante que um conjunto de pessoas, com formações e áreas de conhecimento distintas, frente a propósitos comuns concernentes a um grupo de trabalho dedicado ao ensino, à investigação e à produção de saberes, convergindo esforços para a construção de uma proposta educacional.

Espero que este trabalho aqui apresentado com muito empenho e dedicação, seja o início de longa caminhada na construção de reflexões, propostas, as quais possam gerar boas discussões e venham a se somar a tantas outras tentativas de contribuição para a melhoria do ensino por todo o nosso país.

Na escola, a Matemática se destaca entre as outras disciplinas por seus altos índices de reprovação, colaborando sobremaneira para a evasão observada em todo sistema educacional brasileiro. Existe ainda a crença de que a Matemática pode classificar os alunos em mais inteligentes e menos inteligentes, ou os que sabem raciocinar e os que não sabem. No entanto, a Matemática escolar é apenas uma das formas de se fazer Matemática.

Às vezes, dentre os alunos que não aprendem na sala aula e tiram notas baixas, pode-se encontrar aqueles que usam a Matemática na vida diária, em casa ou no trabalho, vendendo e comprando em feiras, calculando lucros ou despesas, repartindo custos e consumos, etc. Alguns são capazes de resolver rapidamente contas de cabeça enquanto outras fazem com calculadoras ou com lápis e papel. A necessidade de sobrevivência, de não ser ludibriado, enganado e trapaceado, traz motivação e faz com que seja obrigado a aprender Matemática para resolver os problemas do dia-a-dia.

Acompanhando as propostas de reforma educacional que vem se processando desde os anos 80, em todos os níveis de ensino, não só no Brasil como em todo mundo, percebe-se uma preocupação de que o ensino seja voltado para a formação do cidadão, criando condições para um trabalho interdisciplinar, pluri ou multidisciplinar e transdisciplinar, considerando como eixos centrais os princípios da contextualização, do desenvolvimento de competências e habilidades.

A UNESCO (United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization) criou no início de 1993, a “Comissão Internacional sobre Educação para o Século XXI” e um ano depois (12-15 de janeiro de 1994), após estudos, foi publicado em Paris o Relatório Delors, e logo depois traduzido em diversos idiomas, cujo título original era “Learning: the treasure within; report of the UNESCO International Commission on Education for the 21st Century”, coordenado por Jacques Delors, que sugere as novas orientações para a Educação ao Longo de toda Vida. O texto traz contribuições, no que se refere a tendências educacionais e a democratização da educação, colaborando para um debate mundial de suas principais teses, no qual se firma a condição necessária para a concepção de uma nova escola para o próximo milênio. Ele fornece pistas, recomendações e encaminhamentos importantes para o delineamento de uma nova concepção pedagógica, a profissão de ensino, a globalização, o desenvolvimento participativo e o papel do corpo docente.

Após inúmeros debates e esforços, o Relatório Mundial para a Educação no Século XXI, teve sua conclusão em 1996, coordenado por Jacques Delors, com 266 páginas, publicado em inglês, francês, espanhol, russo, árabe, e chinês. No Brasil foi publicado em 1998, com o título de “Educação - Um Tesouro a Descobrir” - e prefaciado pelo Ministro da Educação. No relatório, Capítulo Quatro, chegou-se à conclusão que a educação do século XXI deveria assentarse em quatro aprendizagens fundamentais, denominados Pilares da Educação: *Aprender a Conhecer, a Ser, a Fazer e a Viver Juntos*. Esses pilares foram pensados em função de um mundo em ritmo de mudanças profundas e das incertezas e perplexidades geradas por essas mesmas mudanças.

Na apresentação do documento-livro em 1998, o representante da UNESCO no Brasil Jorge Werthein[2], relata que "ostenta propostas que oferecerem caminhos visando à melhoria das práticas pedagógicas dos educadores no cotidiano da sala de aula". Na apresentação brasileira de Morin, "Os sete saberes necessários à educação do futuro", Werthein esclarece que *"As teses desse importante documento não somente foram acolhidas com entusiasmo pela comunidade educacional brasileira, como também passaram a integrar os eixos norteadores da política educacional". "... Uma educação só pode ser viável se for uma educação integral do ser. Uma educação que se dirige à totalidade aberta do ser humano e não apenas a um de seus componentes".* (Jorge Wenthein. In Morin, 2000. 11)

Outros estudos importantes foram realizados e culminaram em documentos, dentre eles: a "LDB (Lei de Diretrizes e Bases) 9394/96" de 20 de dezembro de 1996; da Resolução nº 3 da CEB/CNE, de 26 de junho de 1998, que institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM); o Parecer nº15/98, da CNE/CEB, aprovado em 01 de junh o de 1998 (Processo 23001.000309/97-46); os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), elaborados pela SEMTEC/MEC (desde a primeira versão deste documento, de dezembro de 1997 e depois 01/06/98); os Parâmetros Curriculares do Ensino Fundamental, (MEC/SEF, Brasília, 1998); os Parâmetros Curriculares do Ensino Médio (MEC/SEMTEC, Brasília, 1999); Lei nº 10.172/01 (que aprova o Plano Nacional de Educação); e os PCN+ Ensino Médio (também usada a sigla PCNEM , Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, Brasília: SEMTEC/MEC, 2002 e atualizado em 6/12/2003).

Examinando estes documentos, pude constatar o delineamento de uma nova concepção pedagógica em que todos educadores e pesquisadores

---

[2] **Jorge Werthein**, nascido em Buenos Aires (Argentina) em 1941, sociólogo e educador, é Ph.D em educação e desenvolvimento pela Universidade de Stanford (USA). Foi Representante da UNESCO no Brasil desde 1996 até setembro de 2005

compromissados em educação, estabelecem ou apresentam preceitos fundamentais para melhoramento das condições e qualidade de ensino do nosso sistema educacional num futuro próximo.

O alvo principal destes documentos da educação era estudar e refletir sobre os novos desafios do ensino nos próximos anos, formular propostas e recomendações que possam servir como plano de atividades, nos quais apontam as "obrigações" e sugestões para renovação, e ainda, a ação em todos os níveis.

Juntando todos os princípios e valores presentes, percebe-se que as necessidades básicas de aprendizagem compreendem tanto os instrumentos essenciais de aprendizagem quanto o conteúdo de que precisam os seres humanos para sobreviver: desenvolver plenamente suas capacidades, viver e trabalhar com dignidade, participar plenamente do desenvolvimento, aprimorar a qualidade de sua vida, tomar decisões com informações suficientes e continuar a aprender. Precisamos então pensar a avaliação educacional de forma multidimensional para atender uma necessidade de ver o todo e reduzir os riscos de uma visão parcial.

Diante do exposto, pode-se representar em termos de desfecho, os quatro pilares da educação, de forma concisa, suas finalidades e seus objetivos como uma possibilidade de solução para ensino do século XXI. Delors ressalta nitidamente os quatro pilares como um novo tipo de educação, ensino de qualidade que poderá propiciar a construção efetiva de um novo cotidiano escolar, em que uma nova didática possibilite que os temas a serem trabalhados em aula sejam vinculados à experiência prévia de cada um dos envolvidos num contexto sócio-cultural mais abrangente.

2.3 Conhecendo um pouco mais sobre esses pilares.

– Aprender a Conhecer (pensamento); significa a aprendizagem dos métodos que nos ajudam a distinguir o que é real do que é ilusório, e a ter assim um acesso inteligente aos saberes da nossa época. É aprender a compreender o mundo que nos cerca, tanto quanto é necessário para conduzir suas vidas com alguma dignidade, desenvolver suas habilidades e se comunicar com os outros. Aprender para se beneficiar das oportunidades oferecidas. Adquirir o espírito científico que é indispensável para apropriação de idéias. Segundo Nicolescu[3], a inesgotável riqueza do espírito científico, não se dá pela assimilação de uma enorme massa de conhecimentos, mas pela qualidade do que é ensinado. E "qualidade" quer dizer fazer com que a criança, o adolescente ou o adulto penetre no próprio coração da abordagem científica, que tenha o permanente questionamento relacionado com a resistência dos fatos, das imagens, das representações e das formalizações.

– **Aprender a Fazer** (sensação); é tornar as pessoas aptas a enfrentar numerosas situações e a trabalhar em equipe, não somente uma qualificação profissional ou treinamento ocupacional: educar para fazer os tipos de trabalho necessitados no futuro. Significa a aquisição de uma ou várias profissões, bem como dos conhecimentos e das práticas associadas a ela. A aquisição de uma profissão passa necessariamente por uma especialização.

– **Aprender a Conviver** com os outros (emoção): educar para evitar o conflito, resolvê-lo pacificamente, desenvolver a compreensão do outro e a percepção das interdependências ao realizar projetos comuns. Aprender a viver junto significa respeitar as normas culturais, religiosas e políticas que regulamentam as relações entre as nações e os seres que compõem uma coletividade. Porém, essas normas devem ser verdadeiramente compreendidas, admitidas interiormente por cada ser e não sofridas como imposições ou obrigações exteriores. Nicolescu assegura que, "Viver junto" não quer dizer simplesmente tolerar o outro com suas diferenças de opinião, de cor de pele e de crenças; submeter-se às exigências dos poderosos; navegar entre intrigas e discussões, fingindo escutar o outro embora permanecendo absolutamente convencido das próprias posições.

[3] Basarab Nicolescu, Italiano, é um dos mais atuantes e respeitados físicos teóricos no cenário científico contemporâneo. Professor de física teórica da Universidade Pierre e Marie Curie, em Paris, onde foi fundador do Laboratório de Física Teórica e de Altas Energias. É também presidente do Centro Internacional de Pesquisas e Estudos Transdisciplinares (CIRET), fundado na França, em 1987. Na última década, Nicolescu tem produzido diversos textos que procuram desvendar as relações entre arte, ciência e tradição, propondo novos modelos de pensamento que possam resgatar à cultura e à sociedade um ser humano mais completo, capaz de enfrentar os desafios da complexidade, a intrincada teia de relações entre conhecimentos, disciplinas e sistemas (naturais, culturais e econômicos), que caracteriza o mundo contemporâneo. Nicolescu integra o corpo de pesquisadores do Centro de Educação Transdisciplinar - CETRANS, de São Paulo.

– **Aprender a Ser** (intuição): educar para se auto-conhecer, despertar a imaginação, o ânimo e a criatividade; desenvolver sua personalidade com maior capacidade, segurança, liberdade de pensamento, discernimento e, tanto quanto possível, tornar-se donos do seu próprio destino, respondendo pelos seus atos. Aprender a ser significa descobrir os nossos próprios limites e condicionamentos, descobrir a harmonia ou a desarmonia entre nossa vida individual e social, investigar as nossas incertezas, as nossas crenças, quer seja educador ou educando. Segundo o relatório, o desenvolvimento do pensar crítico e autônomo é agente facilitador para que processos de inércia e passividade sejam superados e a aquisição, cada vez maior de responsabilidade pessoal, é essencial no nosso tempo presente. O essencial é o desenvolvimento da estética e do sentido ético, da sensibilidade, pois são elementos facilitadores de processos que podem permitir a consciência de que nenhuma das potencialidades humanas deve ser desprezada e, por isso, o desenvolvimento integral da pessoa humana, em relação à inteligência, deve ser objeto de constantes pesquisas e aprimoramentos, visando à aprendizagem integral.

Para entender melhor os quatro pilares da educação é necessário esclarecer distinções e fazer um comparativo entre a interdisciplinaridade, a multidisciplinaridade ou pluridisciplinaridade e transdisciplinaridade. No entanto, como existem divergências conceituais e algumas confusões entre os pesquisadores do tema, foram adotadas nesse trabalho as definições elaboradas no Congresso de Locarno, acontecido em Locarno, Suíça, de 30 de abril a 02 de maio de 1997 e divulgado em O Projeto CIRET-UNESCO, (1997).

A pluridisciplinaridade ou multidisciplinaridade diz respeito ao estudo de um único objeto de determinada disciplina, ou por diversas disciplinas ao mesmo tempo, isoladamente e sem nenhuma cooperação, isto é, recorremos a informações de várias matérias para estudar um determinado elemento, sem a preocupação de interligar as disciplinas entre si. Por exemplo, uma pintura renascentista pode ser estudada pelo enfoque da história da arte interligado com o da física, da química, da religião e da geometria. Um único objeto será, assim, enriquecido pelo cruzamento de várias disciplinas. A pesquisa pluri ou multidisciplinar adiciona algo mais e enriquece a disciplina, mas, esse enriquecimento permanece apenas no quadro da área em questão. Em outras palavras, pluri ou multidisciplinaridade representa o estudo de um único objeto com múltiplos enfoques, revelando a riqueza presente no confronto de idéias. Geralmente as contribuições teóricas das disciplinas são isoladas, sem interação com as demais, e, não obstante as suas potencialidades e procedimentos revelam-se às vezes insuficientes para compreender/analisar a complexidade das questões embutidas na temática em foco. Obtém-se, assim, um maior conhecimento do objeto de pesquisa, porém, desagregado.

A interdisciplinaridade diz respeito à transferência dos métodos de uma disciplina a outra; busca conciliar os conceitos e promover avanços como a produção de novos conhecimentos. Ela mostra-se importante para uma das respostas aos problemas provocados pela excessiva compartimentalização do conhecimento. Em outras palavras, unem fronteiras e é considerada a convergência de duas ou mais áreas do conhecimento, não pertencentes ao mesmo setor, as quais se integram, transferem métodos e contribuem para o avanço das fronteiras da ciência ou tecnologia que geram novos conhecimentos ou novas disciplinas, o que seria praticamente impossível sem essa interação.

A Física Nuclear e Medicina, por exemplo, juntando forças e gerando meios com recursos radioisótopos para a cura do câncer; a Computação e Biologia, gerando biologia computacional e bioinformática. Tanto a pluridisciplinaridade quanto a interdisciplinaridade ultrapassam as disciplinas, mas sua finalidade também permanece inscrita na pesquisa disciplinar.

A transdisciplinaridade, (o prefixo "trans" o indica “além de”), ultrapassa as fronteiras epistemológicas das disciplinas, como as duas modalidades anteriores, e diz respeito ao que está ao mesmo tempo entre as disciplinas, através das diferentes disciplinas e além das disciplinas. Sua finalidade é a compreensão do mundo atual e de dar um sentido à vida através da unidade dos conhecimentos. Rompe territórios, completando e fazendo a transferência dos métodos de uma disciplina a outra. Ela é uma forma de ser, saber e abordar, atravessando as fronteiras epistemológicas de cada ciência, praticando o diálogo dos saberes sem perder de vista a diversidade e a preservação da vida no planeta, construindo um texto contextualizado e personalizado de leitura dos fenômenos.

D’Ambrosio nos ensina que:

> *"O essencial na transdisciplinaridade reside na postura de reconhecimento que não há espaço nem tempo culturais privilegiados que permitam julgar e hierarquizar como mais corretos – ou mais certos ou mais verdadeiros – os diversos complexos de explicações e de convivência com a realidade. A transdisciplinaridade repousa sobre uma atitude aberta, de respeito mútuo e mesmo de humildade com relação a mitos, religiões e sistemas de explicações de conhecimentos, rejeitando qualquer tipo de arrogância ou prepotência".* (1997, p 9/10)

Em resumo, trabalhar por meio de uma ou mais disciplinas é uma atividade de ocupação multidisciplinar. Já trabalhar entre duas ou mais disciplinas é uma atividade de ocupação interdisciplinar; e trabalhar além disciplinas é uma atividade de ocupação transdisciplinar. Nesse sentido D'Ambrosio, faz uma analogia na afirmação em que as disciplinas são como "gaiolas epistemológicas" e que devemos, para superar as dificuldades de voar sozinhos e confinados, "sairmos dessas gaiolas e juntamente com o passarinho de outra gaiola, voarmos juntos à procura de alguma coisa...criando um modo novo de voar". Para encontrar novos caminhos, desvendar o que está oculto, olhar de outra perspectiva, voar juntos, fora das gaiolas, temos de nos valer dos saberes já estabelecidos, as disciplinas, e a experiência, nossa e de outros, utilizando-as em outros contextos. (2003, p 70-71).

De outra forma podemos entender que quando o professor trabalha única e exclusivamente dentro da sua disciplina, está fazendo um trabalho dentro de sua gaiola, isto é tratado como uma atividade Multidisciplinar. Quando seu trabalho envolve duas ou mais disciplinas, está apenas saindo de sua gaiola e indo para outra, isto é apreciado como uma atividade Interdisciplinar. Quando o trabalho envolve duas ou mais disciplinas, considerando e valorizando o que já existe, agregando sempre o novo, isto é considerado uma atividade Transdisciplinar.

D'Ambrosio acrescenta que:

> *"....experiências anteriores constituem conhecimento, memória do que se aprendeu, do que se leu, do que se refletiu. É uma forma de acúmulo de saber...Comportamento e conhecimento são ações permanentes enquanto se está vivo. Vida é ação, e ação se manifesta de acordo com o conhecimento e comportamento. Quando paramos de conhecer coisas novas, não dá mais para dizer que se está vivo.(2003, p.70-71). A Vida e o Viver transcendem as disciplinas".*

Estas considerações refletem-se na Educação. É notória a preocupação da necessidade de colocar em destaque o conhecimento do ser humano, em seus diferentes níveis de realidade, no qual requer a unificação dos saberes e independente das áreas. Isto pressupõe que esses saberes sejam claros, compreensíveis e possam ser vividos coletivamente, dentro de um modelo globalizado, indo da sociedade de conhecimento, num contexto ético e de respeito mútuo, de confiança, compromisso e responsabilidade pela ação, até um desenvolvimento interior e exterior do indivíduo. Um verdadeiro homem de ação deveria poder dialogar com todos ao mesmo tempo. A linguagem disciplinar é uma barreira aparentemente intransponível para um neófito (principiante, recém convertido), e todos nós somos neófitos em relação aos outros. Estamos sempre aprendendo.

No Congresso de Locarno, Michel Camus[4], um poeta engajado no movimento transdisciplinar, apud Nicolescu sugere mais três pilares, os quais poderiam ser a “missão” do educador de amanhã: aprender a pensar, aprender a criar, aprender a reunir o que está disperso e a eliminar o que é contingente. Arrematando e preenchendo o saber pela compreensão, a possessão rígida dos saberes pela capacidade de re-ligação e de invenção.

Com uma visão mais ampla de Transdisciplinaridade, A UNESCO realizou a “Commission internationale sur l’éducation pour le vingt et unième siècle” em Zurique de 27 de fevereiro a 01 de março de 2000, que sugeriu acrescentar mais dois:

– **Aprender a Antecipar**: uma vez que não podemos mais permitir aprender pela destruição;

– **Aprender a Participar**: através do envolvimento as soluções dos problemas devem abranger a sociedade;

Até mesmo, na busca do aperfeiçoamento e melhoria da qualidade da educação e conseqüentemente, a qualidade de vida, o teólogo brasileiro

[4] Michel Camus, vice-presidente do Comitê de Iniciativa do Instituto Internacional para a Ópera e a Poesia de Verona, escritor, filósofo, diretor da Editora "Letras Vivas", produtor-delegado na França-Cultura. Publicou *Adonis, le visionnaire*, Monaco, Le Rocher, 2000.

J.B.Libânio[5] sugere outro pilar: **Aprender a Discernir**, no qual possibilita usar nossa liberdade para vôos mais altos na descoberta deste rico mundo interior, onde há tanto para aprender. Discernir significa apreciar, separar ou distinguir uma coisa de outra, assinalando as diferenças existentes entre elas. Segundo ele necessitamos de perseverança no auto-conhecimento através do estudo e da vivência. Mudança de hábitos exige disposição e paciência para atingir o ideal de viver melhor e estar aberto a experimentar novas sensações sempre, a cada momento. E um aprendizado, não importa o resultado, fica a certeza da lição.

Dewey (1952) fala do aprender como um processo de crescimento indefinido. De fato, a capacidade humana de reter informações e experiências com a qual poderá transformar o futuro é imensa e pode crescer a cada dia.

> *“O homem não aprende por uma necessidade que, satisfeita, faça desaparecer aquela capacidade. Aprender é, muito pelo contrário, uma função permanente do organismo, é a atividade pelo qual o homem cresce, mesmo quando o seu desenvolvimento biológico de há muito se completou”.* Dewey (1952)

Aprender é uma questão de adquirir hábitos segundo Dewey, que pode ser intuitivo ou pelo processo educativo. Tais hábitos podem ser alcançados autonomamente a tornar-se uma fonte inesgotável de intelectualidade, que dá flexibilidade de raciocínio, facilidade e eficiência nas várias práticas de ações, além de serem produtos de educação chegando a ser instrumento para reeducação permanente, indispensável para a vida.

Diante disso, os PCN possuem as melhores orientações definidas pelos Conselhos Nacionais, Estaduais e Municipais, sem caráter obrigatório. São contribuições de especialistas e organizações da sociedade civil. Conforme sugestão apresentada na cartilha da Reforma do Ensino Médio (p.11) a educação:

> *“... deve promover o desenvolvimento pessoal e a autonomia intelectual do aluno, tornando-o capaz de tomar decisões ao longo de sua vida, de modo a interferir criticamente na sociedade em que vive. Por isso é necessário que o currículo deva ter consonância com as características sociais, culturais e cognitivas do sujeito humano. Como a construção do conhecimento científico, tecnológico e cultural é um processo sócio-histórico, o*

[5] João Batista Libânio é padre jesuíta, escritor e teólogo. Ensina no Instituto de Teologia Santo Inácio, em Belo Horizonte, e é vigário da paróquia Nossa Senhora de Lourdes, em Vespasiano, na Grande Belo Horizonte. www.paulus.com.br/imprensa

> *ensino pode configurar-se como um momento em que necessidades, interesses, curiosidades e saberes diversos confrontem-se com os saberes sistematizados. Portanto, deve-se abranger todas as dimensões da vida”...“Assim, é importante que as escolas consolidem suas identidades, respeitando os sujeitos, integrando-se organicamente ao seu meio social, identificando dimensões da realidade motivadora de uma proposta curricular coerente com os interesses e as necessidades de seus alunos. Nessa perspectiva, muda-se o foco do olhar do ensino para a aprendizagem, o que leva o aluno a ‘aprender a aprender’, participando mais efetivamente da construção do seu conhecimento, desenvolvendo-o enquanto sujeito”.*

Mas o que é aprender?

Dewey diz *que “aprender significa adquirir um novo modo de agir, um novo pensar, um novo comportamento (behavior) de nosso organismo”* (1952. p.22). Usando uma máxima popular: “viver para aprender e aprender para viver”. Afinal, uma coisa é certa, ninguém pode sequer pensar em parar de aprender. Foi-se o tempo em que o sujeito, depois de uns tantos anos de escola ou empresa, podia dizer que já havia aprendido tudo o que precisava e dava por encerrada sua vida de aprendiz. Cada vez mais, é fundamental estar disposto a continuar aprendendo o que puder, com quem puder, enquanto viver. Afinal, “ninguém é tão bom que não tenha muito que aprender, nem tão ruim que não tenha o que ensinar”.

Segundo Emilia Ferreiro em entrevista ao jornal do colégio Bandeirantes de São Paulo:

> *“Aprender exige enfrentar desafios intelectuais - e para permanecer no desafio é preciso ter energia e auto-confiança. Por isso, é necessário permitir que as crianças aprendam, permitir que tenham confiança na capacidade de aprender e na capacidade de continuar aprendendo. O prolongamento da educação básica que temos hoje é razão mais que suficiente para manter nas crianças a capacidade de continuar aprendendo e não apenas obrigá-las a permanecer na escola esses anos todos, simplesmente porque isso foi estabelecido por lei”.*

Segundo Dewey, *“aprender para a vida significa que a pessoa não somente poderá agir, mas agirá do novo modo aprendido, assim que a ocasião que exija este saber apareça”* (1952. p.22).

Isto nos leva a fazer uma ponderação séria, sobre o futuro da educação. Todas as propostas falam da educação e de suas obrigações. Segundo os textos, o que cabe à educação é dar informações, mostrar fórmulas e modelos para que o indivíduo possa viver socialmente, e ter material suficiente para a sua sobrevivência. Conforme diz Delors; "*À educação cabe fornecer, de algum modo, os mapas de um mundo complexo e constantemente agitado e, ao mesmo tempo, a bússola que permite navegar através dele" (Capítulo IV, p.89).* Portanto, a educação deve preparar as crianças e os jovens para possíveis descobertas de experimentação.

Delors diz mais... "*É desejável que a escola lhe transmita ainda mais o gosto, o desejo e prazer de aprender, a capacidade de ainda mais aprender a aprender, a curiosidade intelectual. Podemos, até, imaginar uma sociedade em que cada um seja, alternadamente, professor e aluno"* (p. 18). Todos trabalhando juntos e comprometidos para continuação da educação ao longo de toda a vida.

De forma sintetizada, o relatório Delors, ultrapassa a distinção tradicional entre educação inicial na escola e educação permanente. Traz respostas ao desafio para enfrentar um mundo em constante e rápida transformação, aconselhando que o estudo, além de ser extremamente necessário, deve ser contínuo, a fim de que o cidadão esteja preparado para acompanhar a inovação, tanto na vida privada como na vida profissional. Em resumo conta que no processo ensino-aprendizagem, deve-se desenvolver:

– A capacidade de aprender a aprender continuamente;
– A capacidade de pesquisa, análise, síntese e avaliação;
– O pensamento crítico; comunicar, dialogar e argumentar suas idéias e opiniões;
– A criatividade, a iniciativa;
– Capacidade de organizar em função das suas necessidades;
– A capacidade de identificar, refletir e resolver problemas, para tomar decisões;
– A capacidade para trabalhar e conviver em equipe;
– A capacidade de lidar com os imprevistos; assumir riscos; aprender com os erros;
– A capacidade de fazer previsões ou antecipação de resultados;
– A abertura para o outro que lhe é diferente; ser solidário e benevolente;
– A capacidade de ajuda mútua na construção do conhecimento e produção do saber.

Diante do exposto acima, percebe-se a necessidade de mudança frente ao ensino tradicional, centrado no professor. Dentre as possíveis alternativas, vislumbra-se indistintamente como uma prática pedagógica diferenciada a estratégia da Modelagem Matemática, conforme será visto mais adiante. Tratando-se de uma alternativa metodológica de trabalhar a Matemática de forma que a mesma esteja próxima da vida do aluno e permita que ele possa compreender e atuar no mundo atual, com a obtenção de modelos matemáticos ou a resolução de problemas de situações reais, integrando docente e discente, no processo ensino aprendizagem.

2.4 O ensino de Matemática e os professores.

Saber Matemática torna-se cada vez mais necessário no mundo atual, em que se generalizam tecnologias e meios de informação baseados em dados quantitativos e espaciais em diferentes representações. Também a abrangência de fatos do mundo do trabalho exige da escola, cada vez mais, o desenvolvimento de pessoas que saibam fazer perguntas, que assimilem rapidamente informações e resolvam problemas utilizando processos de raciocínio e pensamento cada vez mais elaborados.

Nas últimas décadas, existiram algumas tentativas de mudanças no ensino da Matemática, porém mudanças substanciais não ocorreram. Por esse motivo, a Matemática continua sendo vista como um dos maiores problemas do currículo escolar.

Prieto[6] (2004) afirma que:

> *"o que é real e acontece nas escolas é que a maior parte dos alunos lida bem com a Matemática desde a Educação Infantil até, aproximadamente, a 3ª série do Ensino Fundamental e daí para frente passa a odiar essa disciplina".*

Por que grande parte dos alunos chega ao Ensino Médio com muita dificuldade para usar algoritmos e conceitos estudados nas séries anteriores?

Carvalho (1992, p.15), apud Huppes (2002, p. 44), diz que:

> *"a sala de aula não é o ponto de encontro de alunos totalmente ignorantes com o professor totalmente sábio, e sim um local onde*

[6] Andréa Cristina Sória Prieto é Consultora Pedagógica em Matemática na Futurekids do Brasil, Pós-Graduada em Psicopedagogia e Direito Educacional com Graduação em Pedagogia.

> *interagem alunos com conhecimento do senso comum, que almejam a aquisição de conhecimentos sistematizados, e um professor cuja competência está em medir o acesso do aluno a tais conhecimentos".*

A Matemática é vista por grande parte dos professores como uma ciência pronta e acabada, perfeita e imutável, infalível, rigorosa e precisa. Essa visão, segundo Prieto (2004), cria dois grandes problemas:

> *"O primeiro é que o professor julga ser o detentor do saber dos conteúdos matemáticos e deseja transmiti-los aos alunos para que passivamente se amoldem aos novos conhecimentos. O segundo é que o professor passa a idéia de que uma ciência tão perfeita só pode ser aprendida por pessoas privilegiadas, pois os seus conteúdos são tão abstratos que nem todos podem entendê-los".*

Por exemplo, Jean Piaget (1988) diz que as estruturas do pensamento são adquiridas pela ação do sujeito sobre o meio, portanto cabe ao professor criar condições para a construção progressiva dessas estruturas através de atividades que envolvam experimentação, reflexão e descobertas.

Carvalho (1994) propõe que deva haver interação entre professor e aluno, bem como a comunicação entre indivíduos ou grupos do meio. Prieto (2004) certifica que:

> ...*"cada aluno tem a capacidade de processar as informações de uma mesma realidade, criando significados próprios e construindo o seu próprio conhecimento. Para que isso ocorra, o professor procura adotar uma linguagem simples, clara e objetiva, evitando assim o desinteresse do aluno. Contextualizando sempre de forma bem prática a aprendizagem. Interagindo com esses alunos".*

Vindo de encontro a essas idéias, espera-se que o professor possua amplos conhecimentos da disciplina que ensina, seja competente e comunicativo, tenha responsabilidade, comprometimento e entusiasmo, saiba envolver seus alunos e criar situações de aprendizagem.

2.4.1 Situação embaraçosa... Como realmente ajudar seus alunos a aprender Matemática?

Hoje, o grande desafio é fazer o aluno compreender o seu papel na sociedade, de agente ativo e transformador da sua realidade, e a importância da Matemática no seu dia-a-dia.

Quanto à Matemática, inúmeras são as propostas e tentativas por vezes inéditas nos livros didáticos, as quais colocam à disposição dos professores novas ferramentas de que poderão (ou não) tirar proveito. Tais ferramentas podem ser úteis à concretização dos objetivos gerais ou específicos da disciplina. Dentre as proposições, alguns merecem destaque:

- Permitir a participação efetiva dos alunos na sua aprendizagem e a interação com colegas e professores de várias disciplinas. Não apenas no espaço da sala de aula e da escola, mas nos espaços de que a sociedade dispõe.
- Apresentar situações de aprendizagem desafiadoras que pretendem, sempre, envolver tanto o aspecto cognitivo como o emocional, estimulando a procura de respostas, buscando em pesquisas, debates ou outras formas de chegar às soluções dos desafios.
- Desenvolver os programas curriculares, selecionando temas que estejam relacionados aos interesses e realidade dos alunos
- Usar a transdisciplinaridade como foco principal para o desenvolvimento da personalidade. Não se trata de investir na perspectiva individualista, mas de aproximar os alunos à realidade da vida, aos projetos e ansiedades da sociedade, ou do coletivo.

Parece fácil. Tudo é muito simples no papel, porém devemos analisar não só a aprendizagem, como também as condições da escola, tipos de alunos e suas expectativas, capacidade dos professores, características da comunidade da qual fazem parte.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998, p.42):

> *"A educação escolar deve constituir-se em uma ajuda intencional, sistemática, planejada e continuada para crianças, adolescentes e jovens durante um período contínuo e extensivo de tempo, diferindo de processos educativos que ocorrem em outras instâncias, como na família, no trabalho, na mídia, no lazer e nos demais espaços de construção de conhecimentos e valores para o convívio social".* Complementa dizendo que *"o objetivo da educação intelectual não é saber repetir ou conservar verdades acabadas, pois uma verdade que é reproduzida não passa de uma semiverdade: é aprender por si próprio a conquista do verdadeiro, correndo o risco de despender tempo nisso e de passar por todos os rodeios que uma atividade real pressupõe".*

2.4.2 Estudo sem Fundamento e Saber sem Sabor.

Geralmente, em todos os graus do ensino de Matemática, observa-se que o estudante ouve, repete e resolve os exercícios a partir de exemplos dados pelo professor. Este tipo de prática faz com que o processo de ensino-aprendizagem, ao invés de contribuir para o desenvolvimento do pensamento lógico do indivíduo e para o fornecimento de experiência na solução de problemas em outro campo da atividade humana, apenas se restringe a um acúmulo de informações que nada contribui para a construção do conhecimento.

Segundo Leal (1999, p.18) *“esta maneira de ensinar torna esta bela Ciência em uma ciência fria, acabada em si mesma, de difícil compreensão e sem espaço para o desenvolvimento da criatividade humana”.* Por outro lado, quando se discute a melhoria do ensino, as preocupações giram em torno das necessidades dos alunos, da infra-estrutura física da instituição e da formação do professor, mas dificilmente questiona-se o aperfeiçoamento do professor, considerando que sua formação é deficiente, na maioria dos casos.

Monteiro (1991, p.110) afirma que inúmeras alternativas que buscam *"tornar o ensino da Matemática mais significativo para quem aprende, na medida em que parte do real-vivido dos educados para níveis mais formais e abstratos”*. É, portanto, fundamental criar espaços próprios na aula de Matemática – como, por exemplo, os momentos de discussão – em que a reflexão possa ocorrer.

> *“É interessante que os alunos partilhem idéias, raciocínios, processos, estabeleçam conexões, comparações e analogias, construam conjecturas e negociem significados e desenvolvam capacidades de comunicar e argumentar”.* (Monteiro, 1991, p.110).

Na dinâmica da discussão, o professor é chamado a intervir no sentido de fomentar e desenvolver a capacidade dos alunos em aprender compartilhando com os outros. Muitas vezes, ao mesmo tempo em que o professor procura gerir a discussão entre os alunos, também se envolve em raciocínio matemático, tentando compreender e legitimar as idéias apresentadas por eles. Deste modo, os alunos podem observar de perto o professor a “fazer Matemática”. A negociação e interpretação das regras de discussão permitem ao professor uma melhor gestão e dinamização destes momentos. (Rocha, 2004)

Hurd (2000, p.5) destaca que *“o ensino de ciências do século XXI deve ser organizado em termos de problemas, projetos, investigações e experimentos relativos aos assuntos de sua própria cultura”*, de forma que os estudantes participem da tomada de decisão, formando julgamentos, e escolhendo ações que envolvem elementos de risco, incerteza, valores e ética, fazendo uso de conhecimentos científicos e tecnológicos. Nesse sentido, a exigência faz com que o aluno deva observar, experimentar, comparar, estabelecer relações, analisar, justapor, compor, encaixar, levantar hipóteses e argumentar.

2.4.3 Concepções da Matemática e o papel do professor .

Huppes (2002, p. 44) afirma que a Matemática tem sido a imposição autoritária por um professor que domina o conhecimento matemático e o transmite a um aluno passivo, que deve se moldar à autoridade da “perfeição científica”. Por outro lado:

> *“o sucesso em Matemática representa um critério avaliador da inteligência dos alunos, na medida em que uma ciência tão nobre e perfeita só pode ser acessível a mentes privilegiadas, os conteúdos matemáticos são abstratos e nem todos têm condições de possuí-lo”.* Huppes (2002, p. 44)

Segundo D’Ambrosio (1986, p.22), a aprendizagem da Matemática deve estar voltada para a melhoria da qualidade de vida, porém,

> *“Muito pouco do que se faz em Matemática é transformado em algo que possa representar um verdadeiro progresso no sentido de melhorar a qualidade de vida. É inadmissível que aceitemos esse fato sem contestação, como um fato consumado, e não façamos esforços para mudá-lo”.* D’Ambrosio (1986, p.22)

De acordo com Freire (1995 apud Huppes, p. 49) *“A atitude do professor, que como ponto de partida, subentende que os alunos sejam uma ‘caixa vazia’ em que o conhecimento pode ser despejado, não cabe mais no processo educativo”.* As novas abordagens acentuam o papel ativo dos aprendizes e a importância dos seus conhecimentos prévios. É necessário que professores criem situações de aprendizagem em que os alunos sejam ativos e evitar aulas caracterizadas por um monólogo desgastante para ambos (professor e aluno).

O professor sabe que os alunos são diferentes uns dos outros nas necessidades, nos interesses, nas aptidões, nas capacidades, que aprendem em estilos e ritmos diferentes. O difícil é para ele e para a escola trabalhar com essas diferenças, pois geralmente as turmas são bastante numerosas, têm um programa curricular a ser cumprido.

Segundo D'Ambrosio (1986, p.25), "*a adoção de uma forma de ensino mais dinâmica, mais realista e menos formal, mesmo no esquema de disciplinas tradicionais, permitirá atingir objetivos mais adequados à nossa realidade".* É fácil perceber que a razão mais evidente é que não conseguem compreendê-la e a maior parte dos assuntos ensinados não faz parte da vivência do aluno. Porque, afirma D'Ambrosio (2000, p.31), *"interessa à criança, jovem e ao aprendiz em geral aquilo que tem apelo às suas percepções materiais e intelectuais mais imediatas"*. Muitas pessoas não conseguem dar significado à Matemática, mesmo que tenham instrumentos intelectuais para realizarem esta tarefa. A tendência afetiva adquirida é evitar a Matemática.

Por esta razão, de acordo com D'Ambrosio:

> *"é muito difícil motivar com fatos e situações do mundo atual uma ciência que foi criada e desenvolvida em outros tempos em virtude dos problemas de então, de uma realidade, de percepção, necessidades e urgências que nos são estranhas".* D'Ambrosio (2000, p.31)

Conforme Perrenoud (2000), no desenvolvimento de competências privilegia-se as práticas inovadoras e, portanto, as competências emergentes, aquelas que deveriam orientar as formações iniciais e contínuas, aqueles que contribuem para a luta contra o fracasso escolar e desenvolvem a cidadania. É muito difícil destacar quais as competências mais importantes do professor de Matemática, pois todas são importantes.

O PCN+ destaca que o professor de Matemática deve: saber Matemática, saber ensiná-la e saber onde se aplicam os conceitos dados em sala. Além disso, criar situações em que a aprendizagem possa ocorrer, organizar e dirigir situações de aprendizagem, envolver os alunos em suas atividades, promover trabalhos em equipe e ensino dinâmico, envolver os pais, utilizar novas tecnologias e buscar estar sempre atualizado. Esclarece:

> *"...Esses bons pontos de partida, no entanto, estão cercados de difíceis obstáculos, como a tradição de ensino estritamente disciplinar do ensino médio, de transmissão de informações desprovidas de contexto, ou de resolução de exercícios padronizados, heranças do ensino conduzido em função de exames de ingresso ao ensino superior".* (PCN+, p.10-11)

Freire reforça dizendo:

> ... *"Não há como não repetir que ensinar não é pura transferência mecânica do perfil do conteúdo que o professor faz ao aluno, passivo e dócil. Como não há também como não repetir que, partir do saber que os educandos tenham não significa ficar girando em torno deste saber. Partir significa pôr-se a caminho, ir-se deslocar-se de um ponto a outro e não ficar, permanecer."* (Freire, 1997 apud Caesura,[7] n. 29, jul./dez. 2006 - 59)

Hoje, como sempre, o professor de Matemática deve manter-se atento ao que se passa à sua volta. Por um lado o ensino da Matemática é claramente ineficaz, gerador de incapacidade e traumas; por outro lado são avançadas propostas potencialmente interessantes para ultrapassar as dificuldades atuais. É a consciência profissional do professor que o obriga a analisar as propostas que vão aparecendo e enriquecendo a sua prática com o que observa, transmitindo ainda as conclusões a que vai chegando. D'Ambrosio afirma que:

> *".... Havia, e ainda há, infelizmente, matemáticos e mesmo educadores matemáticos que vêem a Matemática como uma forma privilegiada de conhecimento, acessível apenas a alguns especialmente dotados, e cujo ensino deve ser estruturado levando em conta que apenas certas mentes, de alguma maneira 'especiais', podem assimilar e apreciar a Matemática em sua plenitude"*. (D'Ambrosio,1986, p.9).

2.4.4 Para gostar de Matemática.

Há diferenças significativas em relação ao "gostar da Matemática" e em relação ao possuir "domínio" dessa disciplina. Esse trabalho propõe juntar estas circunstâncias visando incentivar o aluno a participar das atividades Matemáticas com alegria e entusiasmo, permitindo que ocorram chances de participação, favorecendo o desenvolvimento de atitudes positivas o que, provavelmente, possibilitará sucesso na disciplina.

O estudo das atitudes vem se constituindo em um dos temas principais da psicologia aplicada ao ensino. O desenvolvimento de atitudes favoráveis em relação à Matemática, bem como estudos sobre as concepções e as crenças em relação à Matemática, vêm ocupando cada vez mais espaço. Segundo estudos de

---

[7] Caesura: revista crítica de Ciências Sociais e Humanas. Editora da Universidade Luterana do Brasil. Canoas. Disponível eletronicamente pelo site: **www.editoradaulbra.com.br**.

Coll[8] (2003), a construção de atitudes positivas nos estudantes deve ser um objetivo crucial dos educadores que pretendam ir além da simples transmissão de conhecimentos, garantindo aos alunos espaço para o desenvolvimento de autoconceito positivo, de autonomia nas tarefas e nos esforços, além do prazer na solução dos problemas*. “As atitudes guiam os processos perceptivos e cognitivos que conduzem a aprendizagem de qualquer tipo de conteúdo educacional seja conceitual, procedimental ou atitudinal”.* (Coll, 1999,).

O aluno autônomo terá mais confiança na sua habilidade de raciocínio, bem como na sua capacidade Matemática, e produzirá resultados satisfatórios, se este for encorajado, sentindo a autonomia e responsabilidade pela sua aprendizagem.

Os alunos que recebem o conteúdo matemático em sua forma pré-estabelecida e imposta tornam-se cada vez mais incapazes de transferir as aprendizagens novas ou de trabalhar com abstrações de pensamento que possam ser aplicadas em outras situações. Ausubel (1978) apontou que o conhecimento sobre as diferenças existentes entre a aprendizagem mecânica e a significativa é básico no processo ensino-aprendizagem. Afirmou que:

> *“Esta diferença crucial entre as categorias de aprendizagem mecânica e significativa tem implicações importantes para o tipo de processo de aprendizagem e memorização subjacentes a cada categoria. Uma vez que os materiais aprendidos mecanicamente não interagem com a estrutura cognitiva de forma substantiva, orgânica, são aprendidos e fixados de acordo com as leis de associação”. (p.133)*

Piaget (1998) tem reiterado a autonomia como um meio para facilitar a aprendizagem, levando o sujeito a uma maior eficiência e criatividade. Aparentemente, os professores com atitudes negativas não encorajam os alunos a desenvolver e a atingir esta autonomia, limitando muito o desenvolvimento do pensamento crítico, isto é, estimulam a submissão, desencorajando-os no envolvimento e a participação do aluno nas atividades propostas.

Por outro lado, o aluno não pode estar isento de responsabilidade, disposição pessoal, objetivos e compromisso com seu próprio aprendizado. Com

[8] César Coll Salvador é diretor do Departamento de Psicologia Evolutiva e professor da Faculdade de Psicologia da Universidade de Barcelona, Espanha. Foi consultor do Ministério da Educação (MEC) entre 1995 e 1996, colaborou na elaboração dos nossos PCNs.

finalidade definida, professores com atitudes positivas procuram despertar estas obrigatoriedades, com criatividade e sem imposição por meio de incentivos, trabalhos diferenciados, situações de interesse e do cotidiano deles, participação do grupo e o uso de tecnologias (calculadora, computador), dentre outros.

A maneira como vem sendo executado o ensino da Matemática, utilizando situações problemas pré-manipulados e baseados em conteúdos literários, muitas vezes, traduções de obras estrangeiras, fora da realidade brasileira, recheados de fórmulas e expressões algébricas prontas, contribuem para a execução de aulas de Matemática desestimulantes, sem atrativos, carentes de desafios, tanto para professores quanto para os alunos. Além disso, a experiência demonstra que na maioria das vezes, não se consegue relacionar aquilo que se aprende com os problemas do cotidiano do indivíduo e isto provoca atitudes negativas nos alunos.

Segundo Ponte (1992 apud Macintyre p.14), *"... O modelo de ensino que acredita que descrever ou dizer como são as coisas é a melhor forma de ensinar está ligado, na prática, à reprodução e à memorização da informação; não está apoiado nos processos ativos da construção do conhecimento, nem conta com a participação do aluno",* não possibilitando a utilização e a assimilação da informação.

Para D'Ambrosio (1986), é importante que a criança desenvolva capacidade de matematizar situações reais e de criar teorias adequadas para as situações mais diversas. O conteúdo ensinado de Matemática deve permitir o reconhecimento de informações onde ele esteja. O essencial é identificar o tipo de informação adequada para certa situação ou fornecer condições mínimas para que sejam encontrados, entendidos ou esclarecidos, em qualquer nível, os conteúdos e métodos adequados.

Ensinar a partir de situações reais, para aumentar o interesse e motivação do aluno é necessário e urgente. Segundo Fischer (1992, p.42, apud Huppes 2002, p. 54):

> *"o chavão que tomou conta do discurso do professor – ensinar a partir da realidade – exige não apenas coerência entre discurso e ação, mas deve ir além disso: exige que os professores descubram como é a realidade sob o ângulo do pensamento"* .

É partindo da realidade que o aluno já conhece e aplicando teorias de aprendizagem adequadas que se motiva o aluno a desenvolver sua criatividade e aprender através de suas próprias ações sobre o mundo. Ele elabora os conceitos de acordo com suas necessidades e estes o ajudam no seu desenvolvimento. *"É preciso resgatar, na prática de sala de aula, a dialética que existe entre forma e conteúdo, pois estes perdem o sentido quando separados"* (Medeiros, 1987, p. 20 apud Huppes, 2002, p. 54).

A realidade de cada aluno é específica, e o ensino deve estar associado a essa realidade, respeitando *"a leitura do mundo"* (Freire, 1999, p. 139), despertando nele o interesse e criando condições próprias para que se propicie a aprendizagem.

Segundo Ponte (1992, p.19), as interfaces entre Matemática e a realidade podem aparecer essencialmente de três formas ao longo do processo de ensino-aprendizagem:

(a) como ponto de partida para a formação de novos conceitos ou idéias Matemáticas;

(b) como exemplos de aplicação de conceitos e idéias Matemáticas a problemas concretos;

(c) como situações de modelação, em que se procura fazer o estudo duma dada situação recorrendo, se necessário, a ferramentas Matemáticas diversificadas.

Para D'Ambrosio (1986), o ponto que parece de fundamental importância e que representa o verdadeiro espírito da Matemática é "*a capacidade de modelar situações reais, codificá-las adequadamente, de maneira a permitir a utilização das técnicas e resultados conhecidos em um outro contexto*". Isto é, a transferência de aprendizado resultante de certa situação para uma situação nova é um ponto crucial do que se poderia chamar aprendizado da Matemática e talvez o objetivo maior do seu ensino.

Levando as atividades de fora para dentro da sala de aula o aluno terá condições de relacionar o que já sabe com o saber organizado, testando as aplicações a situações que normalmente são encontradas em sua vida. Conforme D'Ambrosio (1986), essa recriação de modelos pelo sujeito, que pode usar outros modelos que já foram incorporados à sua realidade, e que é a essência do processo criativo, deveria constituir o ponto focal dos sistemas educativos. Se necessário for à existência de escolas, sua ação seria essencialmente proporcionar ambiente para que a realidade, na qual está imersa a criança na chamada experiência escolar, lhe permita vivenciar, conhecer modelos que serão por elas utilizados na criação de seus próprios modelos.

Para a resolução de um problema devemos primeiro compreendê-lo e querer a sua solução para depois traçar um plano de ação e executar esse plano para finalmente fazer um retrospecto da solução encontrada. Muitas vezes o indivíduo não é estimulado em sua curiosidade, e com isso, não deseja realmente resolver o problema que se apresenta. Conforme Dante (1999, p.11), é preciso desenvolver no aluno a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia-a-dia, na escola ou fora dela.

As rápidas mudanças tecnológicas e sociais nos impedem de fazer uma previsão de quais habilidades, conceitos ou algoritmos são úteis para o preparo do aluno para seu futuro. Ensinar somente conceitos e algoritmos que atualmente são relevantes, não parece o caminho. Um caminho razoável é preparar o educando para lidar com situações novas que a ele se apresentam. Capacitá-lo para que possa intervir e transformar a sua realidade e também resistir aos obstáculos que se apresentam. *"Ensinar a resolver problemas é uma tarefa mais difícil do que ensinar conceitos, habilidades e algoritmos matemáticos"* (Dante, 1999, p.30).

Utilizando os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos o aluno precisa pensar para elaborar um plano de ação, passar a situação para a forma Matemática, organizar os dados embutidos no problema, testar uma estratégia de solução e verificar se realmente chegou à solução pretendida, *pois "não se aprende Matemática para resolver problemas e, sim, se aprende Matemática resolvendo problemas"* afirma Carvalho. (1994, p. 3).

2.4.5 O professor de Matemática

"Existem duas opções na vida: se resignar ou se indignar. E eu não vou me resignar nunca". (Darcy Ribeiro[9])

[9] Darcy Ribeiro, etnólogo, antropólogo, professor, educador, ensaísta e romancista, (1922-1997).

Tem esse trabalho o propósito de desencadear uma espécie de descoberta, a fim de ajudar o professor a motivar seus alunos e fazê-los entender onde se usa a Matemática no cotidiano. Isto nem sempre é apresentado nos livros didáticos, daí as dificuldades de muitas pessoas que lecionam esta matéria.

Convém continuar ressaltando a atuação de alguns professores, não como modelo inquestionável de docência, mas como fonte de inspiração para que continuemos a buscar um melhor caminho para chegarmos ao coração e à mente de nossos alunos. Um aluno jamais deve permanecer passivo e, mesmo que as respostas dadas sejam incompletas ou incorretas, o verdadeiro educador sempre deve fazer um comentário crítico construtivo: *“Você quase conseguiu... Valeu a tentativa”!* A forma como ele conduz a aula deve despertar a curiosidade pelo ouvir e aprender. É importante dar-lhes a oportunidade de “falar de Matemática”, de explicar suas idéias antes de representá-las no papel. Freire destaca:

> *“... o bom professor é o que consegue, enquanto fala, trazer o aluno até a intimidade do movimento do seu pensamento. Sua aula é assim um desafio e não uma ‘cantiga de ninar’. Seus alunos cansam mas não dormem. Cansam porque acompanham as idas e vindas de seu pensamento, surpreendem suas pausas, suas dúvidas, suas incertezas”.* (Freire, 1996, p.96)

Um professor deve buscar um aperfeiçoamento constante, ter um carinho especial pela profissão que abraçou e saber utilizar sua autoridade com moderação e imparcialidade. Então, por que não tentar eliminar rapidamente os poucos casos de conversa paralela durante a aula, chamando a atenção dos envolvidos de forma humorada? Por que não conversar, em particular, com qualquer estudante que necessite de uma reprimenda maior? Certamente, todos os alunos o cumprimentarão nos corredores e irão lhe pedir conselhos e orientações.

2.5 Criar condições para que a aprendizagem possa ocorrer.

Pelo que se percebe, o desafio de ensinar é tão grande quanto o de aprender. Utilizar elementos do cotidiano para instigar o aluno é apenas dar continuidade à curiosidade natural da criança. O aprendizado só se torna chato quando não há identificação com as necessidades do estudante. Ou seja, ele deve perceber que aprendendo porcentagem será capaz de calcular os juros das prestações de seu "mp4" ou seu vídeo game. Só assim terá prazer em aprender.

Já dizia Freire (1999)... *"Ensinar não é a pura transferência mecânica do saber ao aluno, passivo e dócil"*. Mesmo porque esse aluno não existe mais.

Em geral, os assuntos são apresentados de uma forma reduzida em função do tempo escasso destinado tanto aos docentes quanto aos alunos. Com esta proposta, os professores poderão ter acesso a informações atualizadas, simples e práticas, que poderão ser usadas dentro da aula para motivar e instigar o aluno, utilizando elementos do cotidiano e despertando a curiosidade natural.

Num mundo em que cada vez mais a máquina estará presente para efetuar trabalhos rotineiros ou repetitivos, mais ou menos ligados a tarefas de cálculo intensivo, os desafios de problemas a enfrentar serão melhores desenvolvidos ou absorvidos se houver o conhecimento matemático.

Hesse[10], filósofo e pensador, fala como se fosse do professor para o aluno:

> *"Nada lhe posso dar que já não exista em você mesmo. Não posso abrir-lhe outro mundo de imagens, além daquele que há em sua própria alma. Nada lhe posso dar a não ser a oportunidade, o impulso, a chave. Eu o ajudarei a tornar visível o seu próprio mundo, e isso é tudo."*

2.6 Recursos para o ensino da Matemática.

A psicóloga e professora da Universidade de Oxford Brookes, Inglaterra, Terezinha Nunes[11], chamou a atenção para a idéia de que todos podem aprender Matemática, independente da situação: quer seja família desestruturada, desnutrição, falta de equipamentos de trabalho, baixo salário dos professores, classes com número excessivo de alunos, falta de base anterior, etc.

Geralmente observa-se, em todos os graus do ensino, que o estudante ouve, repete e resolve os exercícios a partir de exemplos dados pelo professor. Este tipo de prática faz com que o processo de ensino-aprendizagem, ao invés de

---

[10] Hermann Hesse (1877-1962), Contista, poeta, ensaísta e editor de importantes obras da literatura é um dos maiores prosadores da língua alemã do século XX. Teria sido ele o último representante do romantismo germânico por enfocar acima de tudo, em ambientes imaginários, rarefeitos, a exaltação da sensibilidade do personagem e não a sua racionalidade. Os críticos alemães entendem ser Hesse um Dichter, um escritor com alma de poeta, uma categoria um tanto acima de um Schrifsteller, isto é, um romancista. Ver: http://www.paralerepensar.com.br/h_hess.htm

[11] Terezinha Nunes, psicóloga, chefe do Departamento de Psicologia da Oxford Brookes University, estuda como nasce nas pessoas o pensamento matemático. Na Universidade Federal de Pernambuco, trabalhou com operários que mal sabiam escrever, mas entendiam muito de escala e de matemática. Em 2002 concedeu entrevista a revista Edição Nº 161. Publicou o livro, *Crianças Fazendo Matemática*, juntamente Peter Bryant.

contribuir para o desenvolvimento do pensamento lógico do indivíduo e para o fornecimento de experiência na solução de problemas em outro campo da atividade humana, apenas se restringe a um acúmulo de informações que nada contribui para a construção do conhecimento.

O mesmo pensa o educador Jorge Falcão[12], que enfatizou a necessidade de sair do conceito "giz e cuspe" para o sucesso do ensino da Matemática. Afirmou *"mais importante do que ensinar os símbolos matemáticos é diversificar a representação desses símbolos e manipulá-los dentro de uma perspectiva familiar ao conhecimento dos alunos".*

Infelizmente, parece estar crescendo uma rejeição pela Matemática no ensino básico e isto não é um problema advindo da Matemática, mas do modo que lidamos com ela na escola. Nessa linha de raciocínio, muitos professores e pesquisadores procuram meios alternativos de eliminar a deterioração e degradação do ensino de Matemática, buscando torná-la interessante, provocadora e instigante.

Não será admissível que a análise de "situações da vida real identificando modelos matemáticos que permitam a sua interpretação e resolução" seja restrito somente àqueles exercícios que "dão contas exatas". A resolução de problemas nos domínios da Matemática, da Física, da Economia, das Ciências Humanas, etc., faz-se necessário, sempre que possível, se envolver o uso de um computador ou calculadora, uma vez que os avanços tecnológicos também devem fazer parte da aula. A formulação de "generalizações a partir de experiências" será em grande parte exeqüível apenas com o auxílio das capacidades numéricas ou gráficas utilizando-se para melhor aproveitamento uma calculadora científica ou gráfica ou de um computador.

2.7 Novas estratégias de ensino de Matemática.

O futuro está impregnado cada vez mais de ciência e de tecnologia e, de certa forma, a Matemática está na raiz de tudo isso. Não podemos ser cidadãos

[12] Jorge Tarcisio da Rocha Falcão. Relações entre pensamento e linguagem: explorações teóricas no contexto da educação matemática. Boletim Gepem, Rio de Janeiro, n. 41, p. 43-56, 2003. Doutor J. T. R. Falcão. Université de Paris-V, 1992 é Professor da Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Filosofia e Ciências Humanas, Departamento de Psicologia. Área de interesse: Engenharia didática e seqüências didáticas para o ensino de conteúdos matemáticos, Métodos quantitativos de análise de dados em psicologia, Cognição e afetividade e Ergonomia cognitiva.

do século XXI sem Matemática. Enxergamos suas formas no manejo de sistemas em todos os níveis da produção humana, em mecanismos de automação, da interpretação das informações e da capacidade da tomada de decisões rápidas e precisas, o que exige um cidadão com habilidades de raciocínio lógico e crítico. Por esta razão torna-se importante o crescimento de uma Educação Matemática que colabora para desenvolvimento dessas habilidades durante a formação escolar e no ensino-aprendizagem desta disciplina.

A educação da Matemática, de acordo com D'Ambrosio (2000, p.68), é *"uma estratégia da sociedade para facilitar que cada indivíduo atinja o seu potencial e para estimular cada indivíduo a colaborar com outros em ações comuns na busca do bem comum"*.

Estabelecendo relação de comparação, completa:

> *"Vejo a disciplina Matemática como uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com o seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural"*... *"Vejo educação como uma estratégia de estímulo ao desenvolvimento individual e coletivo gerada por esses mesmos grupos culturais, com a finalidade de se manterem como tal e de avançarem na satisfação de necessidade de sobrevivência e de transcendência"... "Conseqüentemente, Matemática e educação são estratégias contextualizadas e totalmente interdependentes. Procuro entender a evolução de ambas e analisar as tendências como as vejo no estado atual da civilização".* (D'Ambrosio, 1996, p 7)

Considero a Educação Matemática como um campo acadêmico, de pesquisa, prática e tecnologia, com aspectos de arte e ciência. Enquanto ela se desenvolve, emergem tendências ou ramificações, visando atender capacidades do cidadão do futuro e preparar professores para adaptação e, ainda, melhoria das condições de ensino. Outras disciplinas também têm influência na Educação Matemática, dentre elas destacam-se a Psicologia, a Filosofia e História. Surgem a Etnomatemática; Tecnologia, Informática e Comunicação; Formação de Professores, Filosofia e História da Matemática, Epistemologia e Práticas Educativas em Educação Matemática, Ensino através de Jogos, Tarefas de Investigação em Sala de Aula, Resolução de Situações-Problema e Modelagem Matemática.

Ao refletir sobre as várias tendências, procurei debater com colegas professores e ouvir as opiniões socializadas dos alunos. Inúmeras sugestões surgiram de como trabalhar a Matemática em sala de aula, quer como atividade de ensino e de aprendizagem, quer como atividade de avaliação, com o objetivo de tornar as aulas mais atraentes e motivadoras para o aluno, com aulas envolvendo temas do cotidiano (portanto contextualizadas), favorecendo o desenvolvimento de habilidades, tais como sociabilidade, solidariedade, raciocínio crítico e lógico, concentração, conjectura, dentre outras.

Ao iniciar os trabalhos na intenção de criar seguidores e divulgadores do ensino da Matemática de situações reais, com os primeiros professores, percebi o conflito e confusão em reconhecer princípios e diferenças entre Resolução de problemas, Tarefas investigativas e Modelagem Matemática. Notei também a perturbação em expor um assunto, delimitar e formular problema, o apuro, tensões e insegurança em aulas práticas em que todos atuam e o aperto em reconhecer Matemática no cotidiano.

No Capítulo que segue procuro dar sugestões e esclarecimentos sobre tais estratégias de ensino. Para cada uma dessas metodologias, será necessário o preparo, esmero e dedicação do professor. Assim, neste trabalho, proponho a possibilidade de melhoria da qualidade de ensino através da Modelagem Matemática, orientando através do mini-curso professores que divulgarão esta estratégia. Mostrando a eles, um embasamento teórico, algumas situações de Modelagem, vantagens e desvantagens, quando e onde elas poderão ser aplicadas. O professor poderá se aperfeiçoar das técnicas abordadas na Modelagem, compreender e aprender, tornando-o um agente ativo perante sua própria aprendizagem e de seus alunos.

A aula de Matemática deveria ser um dos locais privilegiados para preparar o Homem que a sociedade hoje reclama. Como escreve Polya (1978):

> *"O professor de Matemática tem uma grande oportunidade em mãos. Se preenche seu tempo apenas ensinando algoritmos, perde a oportunidade, pois mata o interesse dos alunos e bloqueia seu desenvolvimento intelectual. Se, por outro lado, provoca-lhes a curiosidade através de problemas proporcionais a seu conhecimento e os acompanha com questões estimulantes, estará lhes oferecendo o desejo e os meios para o desenvolvimento de um pensamento independente"*

Para o professor de Matemática, incorporar conhecimentos de áreas específicas para enriquecer suas aulas, promover integração entre teoria e prática, contemplando as necessidades dos futuros cidadãos não é tarefa fácil.

Geralmente professores que atuam no ensino básico, possuem experiência apenas no exercício do magistério, dominam os conteúdos matemáticos, mas não a sua aplicação. Trabalhar com Modelagem é ir além da rotina exige do professor de Matemática uma mudança de comportamento, de postura profissional e humana, dedicação e iniciativa. A rotina, apesar de cômoda, somente contribui para manter a sua formação deficitária, não favorecendo a melhoria da qualidade de ensino.

Qualquer que seja a nova metodologia, Congresso de Locarno (1997) recomenda que essa deva:

> *... "ser aplicada gradualmente, de maneira pragmática, com grande prudência e rigor, tomando como finalidade imediata a formação de formadores".* Recomenda ainda que*: "no ensino deve-se harmonizar a disciplinaridade, a interdisciplinaridade e a transdisciplinaridade, abordando os fundamentos históricos e epistemológicos de cada um e manter um fórum transdisciplinar de história, filosofia e sociologia da ciência, um atelier de pesquisa transdisciplinar, assim como um centro de orientação tanto de estudantes como de professores com a finalidade de criar harmonia e flexibilidade interior e exterior"... "... desenvolvendo diferentes níveis de inteligência dentro de uma democracia cognitiva". (*síntese do documento, 1997, parag. V*)*

O mais importante neste trabalho é romper velhos paradigmas no ensino tradicional e reconhecimento de novas metodologias científicas de ensino de Matemática, com temas contextualizados, tarefas realmente significativas, enquadradas numa visão transdisciplinar, caracterizado pela investigação, por críticas e questionamentos. É preciso ousar.

Como disse *Albert Einstein:* ***"Para descobrir novos caminhos é preciso sair dos trilhos".***

CAPÍTULO III

CONCEITUAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA E SUA IMPORTÂNCIA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM.

"Você não pode ensinar nada a um homem; Você pode apenas ajudá-lo a encontrar a resposta dentro dele mesmo".
Galileu Galilei

O objetivo deste capítulo é mostrar a Modelagem como estratégia pedagógica e quais são suas perspectivas de modo geral. Apresento breve retrospectiva histórica sobre a Modelagem no Brasil e no mundo; como trabalhar com Resolução de Problemas e quais as diferenças entre "Tarefa de Investigativas", "Situações-Problema" e "Modelagem Matemática". Descrevo a utilização dela em vários campos do ensino e, em especial, na Educação Matemática. A idéia não é somente identificar, examinar e compreender a prática da Modelagem, mas também apresentar as razões de sua aceitação ou rejeição nos meios acadêmicos e sua aplicação na sala de aula do Ensino Médio pelo professorado atuante.

Procuro deixar claro que a proposta é a melhoria da qualidade do ensino da Matemática usando a estratégia da Modelagem, justamente por acreditar na potencialidade pedagógica da aplicação da Modelagem no ensino de Matemática. Descrevo diferentes perspectivas do que vem a ser Modelagem e seu uso na Educação Matemática.

O encaminhamento das idéias deste texto irá percorrer alguns artigos, teses, dissertações e livros desenvolvidos com enfoque em Modelagem na Educação Matemática, comparando ou ressaltando as diferentes "definições" ou perspectivas que ela assume, de acordo com cada autor.

Para o leitor deste trabalho, oriento que na fundamentação teórica deste capítulo, muitas idéias e propostas de vários pesquisadores são convergentes, de modo que ao fazer a citação de cada um deles, alguns procedimentos, características e frases foram repetidos, pois aqui, procuro ser fiel aos depoimentos, artigos e livros de cada autor, no ano de sua publicação. Por se tratar de uma metodologia de ensino nova, grande parte dos autores e pesquisadores, estão vivos e em constante aprimoramento e atualização, num processo dinâmico e contínuo. Levo em consideração autores cujos trabalhos, contraditórios ou não, foram feitos até o primeiro semestre de 2007.

O ensino de Matemática desencadeou alguns movimentos nas últimas décadas do século XX, e surgiram tendências, que procuraram dar outros rumos ao ensino da Matemática e prática pedagógica. Deste modo, Fiorentini entende que *”por trás de cada modo de ensinar, esconde-se uma particular concepção de aprendizagem, de ensino, de Matemática e de Educação. O modo de ensinar sofre influência também dos valores e das finalidades que o professor atribui ao ensino da Matemática, da forma como concebe a relação professor-aluno e, além disso, da visão que tem de mundo, de sociedade e de homem”*. (1995, p. 4).

Os professores ao selecionarem antecipadamente as teorias e metodologias que vão subscrever suas atividades docentes, levam em consideração concepções e valores que possuem a respeito de sua disciplina e sobre aprendizagem e ensino. Grande parte dessas concepções e valores, Fiorentini aponta que sua origem está na própria formação escolar do professor, fechando uma espécie de círculo em que *“eu ensino a mesma coisa que aprendi e do jeito que meus professores me ensinaram”.*

Talvez isso justifique a análise de alguns modos de conceber, interpretar, considerar e entender o ensino da Matemática. Existem diferentes visões, que por sua vez são construídas, dependendo da sua região, a partir de determinantes sócio-políticos ideológicos, culturais, pragmáticos ou costumeiros, científicos ou críticos, na qual se procura compreender o que acontece dentro das escolas.

Independente das necessidades sociais e interesses locais, e ainda, da forma que o professor aprendeu, o PCN aponta que a Educação Matemática provavelmente mude ou sofra alterações para estabelecer relações com as demais atividades do curso, com a futura atuação profissional dos alunos e o exercício da cidadania. Diante disso, surgem novas tendências e propostas para a Matemática, as quais influenciam as concepções nas práticas docentes e trazem implicações para a maneira como o professor conduz as atividades.

Na Matemática escolar nos dias atuais seja na educação básica ou superior, procura-se inserir atividades envolvendo circunstâncias do dia-a-dia ou Matemática de situações reais, promovendo a resolução de situações problemas, tarefas de investigação e atividades de Modelagem.

Segundo Barbosa, cinco são os argumentos apresentados para que essas idéias devam fazer parte do currículo de Matemática: motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a Matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sócio-cultural da Matemática (Barbosa, 2003a).

Pode-se dizer que há nestas intenções alguns propósitos: levar os alunos a aprender Matemática, prepará-los, induzi-los e instigá-los a usarem a Matemática da realidade, em ocasiões diversas no dia-a-dia.

Verifica-se que a Matemática é um utensílio ou, como dizem, uma ferramenta que pode ser empregada na execução de inúmeros trabalhos, processos e situações do dia-a-dia que requerem solução rápida, velocidade do pensamento, raciocínio lógico, tomada de decisão, seleção de alternativas ou evidências, tornando-a indispensável em todos os ramos da sociedade.

Isto não é uma tarefa simples. Geralmente é difícil certificar a aplicabilidade imediata de alguns conceitos em situações reais e entender as diferenças básicas entre resolução de situação problemas, tarefas de investigação e atividades de Modelagem. Barbosa (2001b) relata que os professores ao tomarem contato com a Matemática de situações reais, são simpáticos à proposta e reconhecem a pertinência de atividades, porém identificam também possíveis obstáculos para sua implementação, surgindo certa insegurança em relação ao tema.

Ao desenvolver este trabalho, procurei compreender tais dificuldades enfrentadas pelos docentes, além de identificar e caracterizar as causas da insegurança, bem como propor as práticas de formação de professores em relação à Modelagem, sustentado por estudos sobre o tema, apresentando referências, exposição sucinta das definições, discussões sobre assunto em questão, os quais servirão como caução, amparo e garantia para execução de suas atividades.

3.1 Matemática de situações reais

Considero o fato de que interagir o conhecimento matemático com situações reais para aprender é fundamental. Conhecimento, sim, apenas informação, não. Oliveira (2005) afirma que essa é a diferença que não pode ser ignorada: "*o conhecimento supõe diálogo, erros e acertos, análise da informação, 'criticidade' e conjectura dos dados, donde se forma seu caráter social, histórico, cultural, plural e coletivo"*. Segundo os PCN, isto é que garante a formação da cidadania.

O emprego de situações reais no ensino de Matemática anseia, entre outras coisas, tirar o enfoque de uma Matemática construída apenas de maneira exata, pronta e acabada, cujo funcionamento se deve apreender por meio da prática de exercícios, privilegiando a memorização, e direcionando para uma Matemática que pode ser identificada, com espaço para a criatividade e que possa ser reconstruída, ou mesmo construída, quando se objetiva conhecer e compreender a realidade na qual se está inserido.

Neste contexto do ensino de Matemática, trabalhar com situações reais pode receber diversas denominações pelos pesquisadores. Encontramos termos como, por exemplo, ambiente de aprendizagem, método, estratégia, metodologia ou processo de ensino, entre outras. Consideram principalmente, a ação dos alunos manipularem dados e fatos verdadeiros, havendo necessidade de coletar informações, identificar, situar, discutir e interpretar. Como conseqüência, os alunos caminham para a construção do conhecimento, para o pensamento crítico e reflexivo.

Em um primeiro momento, podemos dizer que trata da realidade composta por elementos de natureza econômica, física, social, política, psicológica, etc., da qual se *"transpõe um problema para a Matemática onde será tratado através de teorias e técnicas próprias desta Ciência".* (Bassanezi, 2002, p.25).

Essa transposição pressupõe uma seleção de elementos da realidade, que podem ser guiadas pelo professor em atividades, de acordo ou não com conteúdos do currículo escolar, criando ou manipulando modelos, os quais revelam regularidades que permitirão fazer previsões e interpretações. Esta forma de ensino *“culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial”.* (D’Ambrosio, 1986, p.11).

Trabalhar com situações reais requer, por parte do professor, a compreensão e conhecimento de componentes matemáticos, além de técnicas para exercer a função. Nesse sentido, Israel (2003) relata a importância de uma bagagem Matemática realmente mínima e, sobretudo, com um pouco de boa vontade.

Segundo Israel (2003), na busca por uma aprendizagem efetiva de Matemática, não podemos nos restringir a resolver problemas do cotidiano do aluno. Isto manifesta uma limitação ou restrição do sentido da presença das Matemáticas nos alunos. Desta maneira o uso de situações reais baseia-se na idéia “de eficácia” e, por conseguinte, da “utilização” ou “utilidade” da Matemática.

Conforme ele relata, o aluno deve aprender Matemática, aprender a pensar matematicamente além de conhecer a fecundidade e as limitações de conceitos e métodos dessa ciência, independente do seu costumeiro dia-a-dia. Tal aprendizagem poderá ser também emancipadora, envolvente e revolucionária, o que o tornará firme e confiante, tanto no raciocínio lógico-dedutivo, quanto na tomada de decisões no futuro.

3.2 Resolução de Problemas

Passamos agora a mostrar brevemente o que pesquisas apontam como sendo “resolução de problemas”. Devido a inúmeros trabalhos, sentimos a necessidade de uma delimitação deste tema e apresentar suas subdivisões para o ensino da Matemática, considerando que seja um tema extremamente rico e amplo.

A “resolução de problemas” tem sido enfatizada mundialmente como um recurso metodológico para proporcionar um aprendizado de Matemática de melhor qualidade. Ela tem nos dado suporte à crença de que a construção de conceitos matemáticos pelos alunos se torna mais significativa e duradoura quando é proporcionada por meio de circunstâncias caracterizadas pela procura, indagação, investigação e exploração de novos conceitos, que estimulam a curiosidade do educando.

Embora o processo de formalização em uma ação educativa baseada nessa concepção seja mais lento, *"consegue-se um maior envolvimento do aluno com o 'fazer' matemático de modo a levantar hipóteses e conjecturas para então, investigá-las e testá-las visando a solução do problema proposto"* (D'Ambrosio, 1984, p 16/17).

Para Dante (1999), alguns motivos pelos quais se devem resolver problemas em Matemática são: fazer o aluno pensar produtivamente, desenvolver seu o raciocínio, ensiná-lo a enfrentar situações novas e dar-lhe a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática. Isto pode tornar as aulas de Matemática mais interessantes, motivadoras, desafiadoras, além de instrumentar o aluno com estratégias para solucionar os problemas.

A "resolução de problemas" poderá ser tomada como ponto de partida da prática educativa em relação ao qual se processa a aprendizagem. Muitas vezes a resolução de exercícios e resolução de problemas são tarefas que os professores consideram semelhantes, porém na resolução de exercícios os alunos dispõem e utilizam mecanismos que os levam, de forma imediata, à solução. Na resolução de problemas, isto não ocorre de forma instantânea, pois muitas vezes é preciso levantar hipóteses e testá-las. Desta forma, uma mesma situação pode ser um exercício para alguns e um problema para outros, dependendo dos seus conhecimentos prévios.

O PCN+ Ensino Médio, expõe que o ensino vem deixando de se concentrar na simples memorização de fórmulas ou repetição automatizada de procedimentos, em situações artificiais ou extremamente abstratas, ganhando consciência de que é preciso lhe dar um significado, explicitando seu sentido já no momento do aprendizado. Em resumo, o que se espera é que o aluno seja competente em resolução de problemas, se não de todos, pelo menos daqueles que permitam desenvolver formas de pensar matemático.

> *"A resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios".* (PCN+, p.112)

Na "resolução de problemas", o tratamento de situações complexas, diversificadas e do cotidiano oferece ao aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resolução e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca da solução. E, para isso, os desafios devem ser reais e fazer sentido.

Continuando o PCN+,

> "*essa competência não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticos, pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição analógica: o aluno busca na memória um exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas".* (PCN+, p.113)

Organizar um currículo para o Ensino Médio que atenda às demandas atuais, inclusive dos alunos no que diz respeito ao aprendizado do que é útil à vida e ao trabalho. Isso requer uma profunda reflexão por parte dos professores de suas experiências de trabalho partindo de atividades em sala de aula.

Várias são as iniciativas apresentadas em dissertações, teses, revistas de educação e eventos, as quais visam contribuir para melhoria da qualidade de ensino de Matemática, com divulgação de relatos de experiências de profissionais e pesquisas. Geralmente a partir do estudo de certo fenômeno ou objeto (problema real), o professor direciona a atividade em sala de aula.

Muito se tem falado que o ensino deve envolver na formação do aluno o uso de conhecimentos práticos, contextualizados e que respondam às necessidades da vida contemporânea. Por exemplo, usar tabelas de dados para criar gráficos, interpretar, analisar, dar tratamento a esses dados e propor soluções, podem ser o caminho para o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos. Em geral esses dados reproduzem ou constituem modelos de uma determinada situação. Tais modelos são utilizados como instrumentos de argumentação, questionamentos e debates. Dependendo da atividade pode estar recheada de interesses tanto dos alunos como do professor.

Uma situação só pode ser considerada como um problema se não dispomos de procedimentos automáticos que permitam solucioná-lo de forma imediata, sem exigir um processo de reflexão ou tomada de decisão sobre a seqüência dos passos a serem seguidos. Essa característica diferencia o verdadeiro problema de um simples exercício.

Quando se fala em "resolução de problemas" como metodologia de ensino, significa não ter mecanismos e algoritmos prontos que levem à solução imediata.

No entanto, cabe ressaltar que uma mesma situação pode representar um problema para certa pessoa enquanto não o representa para outra, seja porque ela não se interessa pela situação, ou porque não possui mecanismos para resolvê-la com um investimento mínimo de recursos cognitivos ou porque se trata apenas de um simples exercício. Desta forma, pode-se dizer que o problema para alguns, não passa de um exercício para outros, ou ainda, em determinados casos, uma distração. Tudo depende de interesses e de conhecimentos prévios.

Neste sentido, quando se fala em ensino de Matemática por meio da resolução de problemas, emergem ao trabalhar no ambiente de aprendizagem (em sala de aula), algumas implicações e táticas para o uso desta prática educativa, entre elas podemos destacar três formas variadas de estratégias, com procedimentos e metodologias específicas:

- Situação-Problema.
- Tarefas Investigativas.
- Modelagem Matemática.

Uma vez traduzido o problema, todo o processo a ser desenvolvido ou utilizado para resolvê-lo, empregando habilidades e competências Matemáticas para resolvê-lo, são distintos. Exigem estudos especializados e neste trabalho será detalhado apenas a Modelagem.

As três formas de "resolução de problemas" podem ser representadas, conforme o diagrama abaixo:

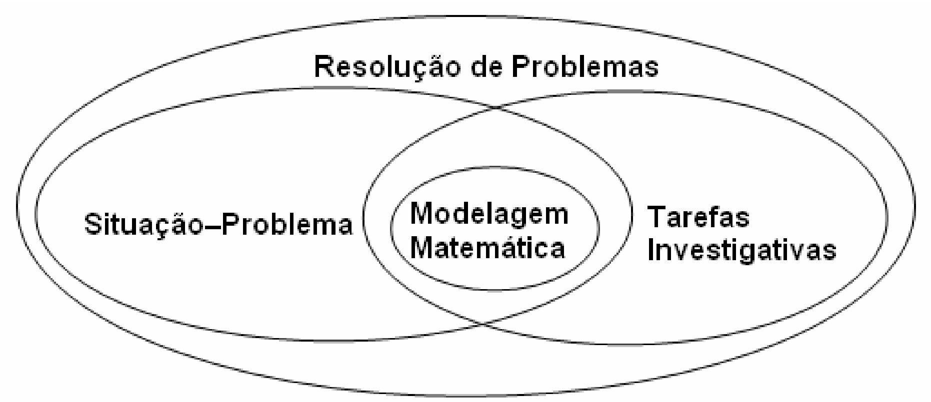


Figura 1– Quadro comparativo da Resolução de Problemas e suas divisões. Situação-Problema, Tarefas Investigativas e Modelagem.

É fácil observar pelo diagrama que "resolução de problemas" é um tema muito amplo. Percebe-se que toda Modelagem é uma "situação–problema", mas nem toda “situação-problema” é Modelagem. Assim como, toda Modelagem é considerada uma “tarefa investigativa”, porém nem toda “tarefa investigativa” é Modelagem. Mais adiante descreveremos suas diferenças.

Exercício e problema são coisas diferentes. O exercício pode ser considerado uma atividade de adestramento no uso de alguma habilidade / conhecimento matemático já conhecido pelo “resolvedor”, como a aplicação de um algoritmo conhecido, de uma fórmula conhecida, etc. Problema é aquele que se torna fonte de inúmeras idéias e é capaz de fertilizar outros campos da Matemática.

Ambos têm, portanto, seu grau de importância no aprendizado de Matemática, impulsionando em diversos ramos e propiciando o desenvolvimento do cidadão. Problema, ainda que simples, pode suscitar o gosto pelo trabalho mental se desafiar a curiosidade e proporcionar ao aluno o gosto pela descoberta da resolução. O exercício envolve mera aplicação e o problema necessariamente envolve invenção e/ou criação significativa.

Neste sentido, os problemas podem estimular a curiosidade do aluno e fazê-lo a se interessar por Matemática, de modo que, ao tentar resolvê-los, o aluno adquire criatividade e aprimora o raciocínio, além de utilizar e ampliar o seu conhecimento matemático.

O PCN+ Ensino Médio adverte:

> *“Isso não significa que os exercícios do tipo “calcule...”, “resolva...” devam ser eliminados, pois eles cumprem a função do aprendizado de técnicas e propriedades, mas de forma alguma são suficientes para preparar os alunos tanto para que possam continuar aprendendo, como para que construam visões de mundo abrangentes ou, ainda, para que se realizem no mundo social ou do trabalho. Não se trata de separar o ensino de conteúdos específicos das competências, pelo contrário, essas são duas dimensões da aprendizagem que devem ocorrer conjuntamente”.* (p. 113)

Segundo Pereira (2001), está se tornando cada vez mais comum os livros-texto e didático, conterem desafios matemáticos dirigidos ao leitor estudante e isto faz com que muitos pensem que se trata de problemas. Contudo, segundo ele, o mais adequado seria classificá-los como charadas ou quebra-cabeças, do tipo que apareciam no rodapé dos antigos almanaques, revistas de palavras cruzadas entre outras, que visam mais o entretenimento e levam à obsessão por respostas corretas.

Pereira mostra que um problema de Matemática é muito mais do que uma charada, um mistério, um enigma ou questão que se propõe para ser resolvida, cuja solução depende da decifração das partes para achar a solução. Um real problema matemático além de representar um desafio exige compreensão, explicação e interpretação para sua resolução. Proporciona contextualização e melhora o entendimento, contribui para o desenvolvimento dos vários ramos da disciplina, traz benefícios para quem o resolve (no sentido de amadurecer adquirindo habilidades) e ainda permite a possibilidade que ele possa resolver outros problemas que surgem.

Caracterizando um problema, Resnick apud Pereira (2001), apontou várias características dos problemas que foram resumidos da seguinte forma:

- **Sem algoritmização:** o caminho da resolução é desconhecido, ao menos em boa parte.
- **Complexos:** precisam de vários pontos de vista
- **Exigentes:** a solução só é atingida após intenso trabalho mental; embora o caminho possa ser curto, ele tende a ser difícil.
- **Exigem lucidez e paciência**: para na aparente desordem buscar regularidades, os padrões que permitirão a construção do caminho até a solução.
- **Obscuros:** pode ocorrer que nem todas as informações necessárias estejam aparentes; por outro lado, pode ocorrer que existam conflitos entre as condições estabelecidas pelo problema.
- **Pode ou não haver resposta única:** além de normalmente ocorrer de existirem várias maneiras de se resolver um dado problema, pode ocorrer de não existir uma melhor solução e até de não existir solução; ao contrário do que a Escola ensina.

Diante disso, percebemos que o aprendizado baseado na resolução de problemas é extremamente amplo, considerado por Polya (1978) como a essência do desenvolvimento da Matemática e que pode ser explorado por meio dos mais variados meios de ensino e em todos os níveis.

Resolver problemas inclui saber organizar as suas idéias e ter criatividade para fazer novas descobertas, constituindo um dos elementos fundamentais do desenvolvimento da Matemática como ciência que auxilia a resolução de vários problemas humanos.

Um professor conhecedor de *heurística*[13] de resolução de problemas – que, a meu ver, não se restringe à Matemática - dispõe de um importante recurso para desenvolver a sua metodologia e com isso facilitar e aprimorar o processo ensino-aprendizagem, tornando os alunos mais criativos e encorajados a realizar novas descobertas – o que é importante em todos os campos do conhecimento.

Algumas situações apresentam-se de tal forma que basta entender e aplicar alguma regra ou algum *modelo matemático* já conhecido e obter a resposta. Por outro lado, quando uma atividade é exposta ou proposta pelo professor, com intuito de desenvolver determinado conteúdo, isto se caracteriza uma situação-problema. Quando se procura buscar uma regularidade, um padrão, a partir de uma observação ou enunciado escrito, procurar modelos, generalizações, ligações, aplicações, verificações e conexões usando raciocínio Matemático, isto se caracteriza uma tarefa de Investigação.

Existem ainda situações em que as variáveis são muitas, ou os dados são insuficientes ou não explícitos e, às vezes, não se dispõe de uma única "ferramenta" Matemática para lidar com todas as variáveis. Quando há algo "estranho", que é visto pela primeira vez, no qual não temos recursos imediatos para entendê-lo e resolvê-lo, faz-se necessário formular hipóteses, procurar possíveis soluções, fazer conjecturas, isto se caracteriza uma Modelagem.

Monteiro (1991, p.110) reconhece na "resolução de problemas", situações que se privilegiam problemas do cotidiano, que buscam *"tornar o ensino da Matemática mais significativa para quem aprende, na medida em que parte do real-vivido dos educandos para níveis mais formais e abstratos"*

3.3 Situação Problema.

[13] Heurística: arte de inventar, de fazer descobertas; ramo da ciência que se dedica à procura de documentos e levantamento de dados

A “situação-problema” trata-se de um trabalho interdisciplinar que permite o desenvolvimento da disciplina. É uma circunstância ou desafio inicial na qual o professor geralmente conhece um procedimento de solução e as propriedades relacionais que permitem justificar tal procedimento e as atividades envolvidas estão pré-determinados. Ponte (1992) considera isto com uma atividade fechada. Pode representar um caso da realidade presente no cotidiano do aluno ou um caso imaginário fora da realidade do aluno.

De acordo com Pietrocola (2001), a produção do contexto e a finalidade da situação problema, bem como as adequações ao tema a ser desenvolvido e produzido, já serão conhecidas antecipadamente. A preparação e mostra de determinada “situação-problema” deve observar as seguintes características:

1. Percebido pelos alunos como um problema e com alguma importância e relevante interesse.
2. Adaptado ao nível de conhecimento dos alunos e tema a ser trabalhado.
3. Suficientemente instigador para que os alunos sintam a necessidade de abordá-lo.
4. Executável no intervalo de tempo disponível.
5. Passível de abordagens multidisciplinares

3.4 Tarefa investigativa.

A “tarefa investigativa” trata-se de um trabalho disciplinar, evolvendo ou não situações reais, e que permite indagação minuciosa, pesquisa, inquirição e devassa exploratória, dentro da matéria.

Segundo Ponte (2003), trata-se de desafios, questões que interessam e se apresentam inicialmente confusas. Embora pareça um conjunto de informações pouco estruturadas, procura-se formular questões, compor as dúvidas e sobre ela produzir diversas conjecturas. Depois, testam-se essas conjecturas, verificam-se a veracidade delas, algumas das quais, perante contra-exemplos, poderão ou não ser abandonadas. Outras, porém, sem se revelarem inteiramente corretas, poderão ser aperfeiçoadas.

Ponte classifica a tarefa de investigação, desde a apresentação do professor, o desenvolvimento do trabalho e a discussão final como sendo uma atividade aberta, de natureza investigativa e exploratória. O professor nesta condição tem o propósito de "provocar o raciocínio", levando-os a analisar e refletir sobre o seu aprendizado e a procurar significado para as suas descobertas.

Segundo Ponte, a realização de tarefa de investigação Matemática, como conceito educativo, enfrenta dois desafios: um de natureza conceitual e outro de natureza empírica. Em termos conceituais, consiste em analisar suas possíveis fontes de legitimidade dos conceitos e procedimentos básicos, ou seja, examinar as premissas em que possam justificar tal investigação, e ainda, a possibilidade de estabelecer qualquer paralelo. No que se refere à vertente empírica, consiste em analisar por meio de experiências os resultados obtidos.

Diante de dificuldades apresentadas, os alunos manipulam as construções, interpretam, reconhecem e relacionam empiricamente as propriedades. O objetivo é melhorar as condições de trabalho em sala com atividades nas quais os alunos possam ter verdadeira aprendizagem, desenvolver novas capacidades, adquirir novos conhecimentos matemáticos, fazer experimentações, conjecturar, argumentar e provar.

3.5 Modelagem Matemática.

A Modelagem Matemática trata-se de um trabalho interdisciplinar e transdisciplinar que permite o desenvolvimento da disciplina, empregando situações da realidade.

Segundo Bassanezi (2002, p.24).

> *"A Modelagem Matemática é uma estratégia de ensino-aprendizagem que, partindo de problemas reais que funcionam como elemento motivador, leva o aluno a incorporar uma gama de conhecimentos essenciais à sua ação no meio social".*

Barbosa, ao discutir atividades de modelagem na Educação Matemática desenvolvidas na escola, tomando por referência Skovsmose (2000), refere-se à Modelagem como *"um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade"* (2003, p.69 e 2004, p. 4). Problematizar refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas e investigar, refere-se à busca, à seleção, à organização e à manipulação de informação e de reflexão, na perspectiva de resolver os problemas ou responder as perguntas.

O progresso da Matemática está intimamente associado à dedicação de pensadores e cientistas que não se satisfaziam apenas com o conhecimento dos aspectos qualitativos dos fenômenos naturais, cuja compreensão é apoiada em idéias desenvolvidas a partir da intuição e do conhecimento já adquirido.

Hoje o uso da Modelagem é adequado em vários campos da ciência, porque ela é uma atividade que liga diversas áreas do conhecimento produzindo integração entre elas e contribuindo com o desenvolvimento científico e tecnológico. O Homem procura entender e criar modelos na tentativa explicar os fenômenos, associando a lógica ao uso de ferramentas Matemáticas na busca da compreensão correta daquilo que está acontecendo no mundo que o rodeia, ampliando os conteúdos e produções Matemáticas.

3.5.1 Modelo Matemático

A todo o instante, estamos medindo, comparando, avaliando, estimando, calculando, contando ou expressando alguma quantidade. A Matemática, na forma de pensamento ou de linguagem, está presente na vida de todas as pessoas, por mais que elas não se dêem conta disso ou não se interessem pela mesma. Além disso, pelo seu grande poder de síntese e de entendimento universal, a Matemática está cada vez mais presente nas informações em todos os ramos da sociedade atual.

Para entender e resolver os problemas ou situações que deparamos no dia-a-dia, expresso claramente ou não, precisamos, via de regra, relacionar com “qualquer coisa” conhecida por nós, que tenha sido previamente estabelecido/construído culturalmente ou cientificamente e que ainda possa servir de referência. A essa “qualquer coisa” chamaremos de modelo.

Sabe-se que modelos foram criados ao longo da história da humanidade para uma determinada circunstância ou época e ainda muitos estão por vir, tanto no campo social ou científico. Geralmente modelos são projetos que passam por um processo de produção complexo envolvendo a construção, a elaboração e o refinamento. Alguns se mostram eficientes aos seus propósitos, outros, porém, se mostram insuficientes e precisam ser criados ou recriados, modificados, reorganizados, remodelados ou reestruturados, com objetivo de melhorar e atender seus propósitos.

O homem ao tentar compreender o mundo à sua volta, organiza as suas observações e idéias em estruturas conceptuais as quais são chamadas de modelos. Portanto a todo o momento estamos dando forma, imitando, reproduzindo ou manipulando modelos criados por nós ou pelo outros.

O termo modelar, do Latim “Modulari”, no dicionário da Língua Portuguesa, designa uma representação de alguma coisa. É aquilo que serve como exemplo de referência, para dar forma, e ainda é dado para ser produzido ou reproduzido. Na Matemática, um modelo pode ser uma expressão, uma fórmula, um gráfico, uma equação. Ele (o modelo), segundo Scheffer (1999) representa uma situação real e pode ser uma figura, um desenho, uma maquete, uma fórmula. Assim modelo é a representação de uma imagem ou fenômeno que se quer reproduzir e entender.

O termo “modelo” foi introduzido na Matemática no último Século com a descoberta das geometrias não euclidianas de Riemann e Lobachewski. Entretanto, antes disso, pode-se encontrar Modelos Matemáticos nos trabalhos que envolviam conceitos como função, números naturais, conjuntos, entre outros. Atualmente, o termo Modelo Matemático é amplamente utilizado no circuito acadêmico e possui diversas conotações e algumas poucas definições. Abaixo são apresentadas algumas das definições pesquisadas:

Modelo Matemático é um sistema axiomático consistindo de termos indefinidos que são obtidos pela abstração e qualificação de idéias essenciais do mundo real. (Maki & Thompsom, 1973, p. 14, apud Gazzeta, 1989).

Segundo Israel (2003) os cientistas designam Modelo Matemático como sendo qualquer forma de descrição Matemática de uma classe de fenômenos ou representação Matemática de situação do real.

Segundo Swetz, (1992, p. 65, apud Gaertner, 1994), *“Modelo Matemático é uma estrutura Matemática que descreve aproximadamente as características de um fenômeno em questão”.*

Segundo Granjer, (1997, p. 78, apud Biembengut.1997) Modelo Matemático é*:*

> *“uma imagem que se forma na mente, no momento em que o espírito racional busca compreender e expressar de forma intuitiva*

> *uma sensação, procurando relacionar com algo já conhecido, efetuando deduções".* Complementa dizendo que "*um conjunto de símbolos e relações Matemáticas que traduz, de alguma forma, um fenômeno em questão ou um problema de situação real, é denominado de Modelo Matemático".* (Biembengut, 1997, p. 89).

Bassanezi (1997, p. 65 e 2002, p.19), de forma bem simplificada, descreve *modelo* como um conjunto de símbolos e relações Matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado. Mais adiante, aprofundando o conceito, este autor diz:

> *"Quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender, ou de agir sobre ela - o processo usual é selecionar, no sistema, argumentos ou parâmetros considerados essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial: o modelo"*.

A determinação do tipo de modelo a ser utilizado dependerá da situação analisada, das variáveis selecionadas e dos recursos disponíveis. Para se chegar ao Modelo Matemático tem-se que passar por um processo denominado Modelagem Matemática.

3.5.2 O processo de Modelagem Matemática

Para melhor esclarecer o conceito de Modelagem Matemática serão apresentadas a seguir algumas das definições encontradas na literatura consultada.

> *"A Modelagem Matemática é o processo de escolher características que descrevem adequadamente um problema de origem não matemático, para chegar a colocá-lo numa linguagem Matemática. A Modelagem é um processo interativo em que o estágio de validação freqüentemente leva a diferenças entre predições baseadas no modelo e na realidade".* (O'Shea e Berry, 1982, p.06, apud Macintyre, 2002, apud Leal, 1999).

Blum (1995) define Modelagem como sendo um processo de construção de modelos que transforma uma situação real em uma situação Matemática.

Bassanezi afirma que:

> *"A Modelagem Matemática é um processo dinâmico de busca de modelos adequados, que sirvam de protótipos de alguma entidade"*. É utilizado para obtenção, validação e generalização a fim de fazer previsões. "*Consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real".*(1994, p.45 e 2002, p.16)

D'Ambrosio (1986), define Modelagem Matemática através do seguinte esquema:

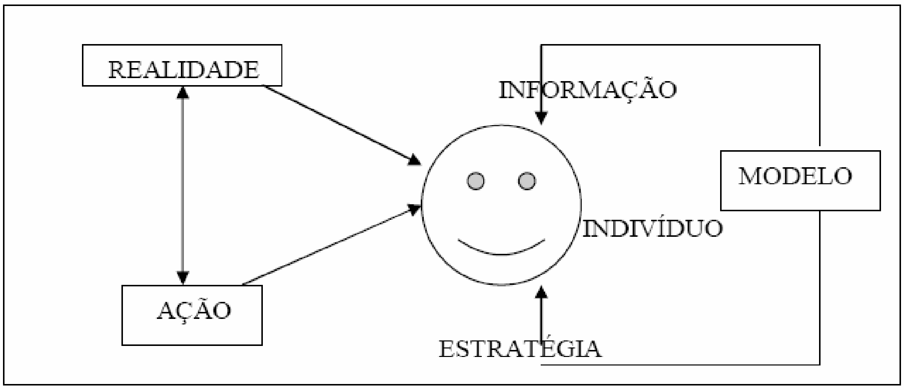


Figura 2 – Esquema de Modelagem proposto por D'Ambrosio

Segundo D'Ambrosio (1986), o indivíduo é parte integrante e ao mesmo tempo, observador da realidade. Sendo que ele recebe informações sobre determinada situação e busca, através da reflexão, a representação dessa situação em grau de complexidade. Para se chegar ao modelo é necessário que o indivíduo faça uma análise global da realidade na qual tem sua ação, definindo estratégias para criar o mesmo, sendo esse processo caracterizado de Modelagem.

Barbosa apoiado em alguns autores/pesquisadores internacionais, define Modelagem Matemática na perspectiva da Matemática aplicada, como sendo:

> *"todo o processo de abordagem de um problema não matemático, envolvendo a construção do modelo matemático, que vai desde a simplificação da situação real com vistas a reduzir o número de variáveis até a obtenção do modelo através da utilização de objetos matemáticos, como gráficos, equações, inequações, para representar certos aspectos de uma situação real".* Barbosa (2003, p.53),

Para Biembengut, Modelagem é o processo envolvido no ato ou efeito de se adquirir um modelo. Podendo, sob alguns aspectos, ser considerado um processo artístico:

> "*pois para elaborar um modelo, além de conhecimento apurado de Matemática, o modelador deve ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas"* (Biembengut & Hein, 2003, p.12)

Biembengut também propõe que a Modelagem é um meio para integrar dois conjuntos disjuntos: Matemática e realidade. Apresenta o seguinte esquema para representar essa proposta(1997, p. 65):

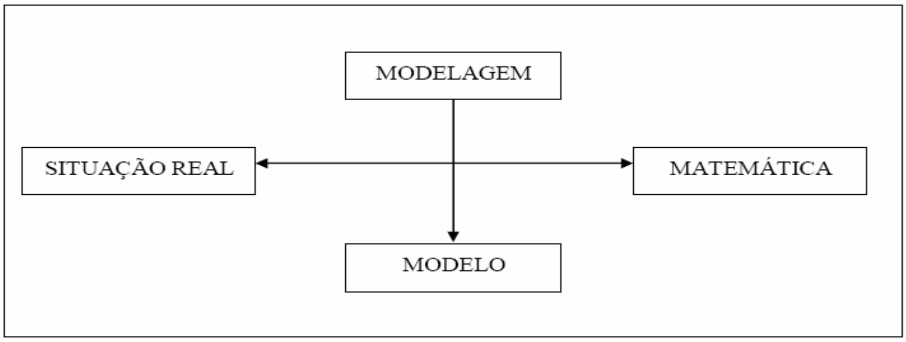


Figura 3 – Esquema proposto por Biembengut

Todos os autores citados se referem à Modelagem Matemática como um processo de traduzir a linguagem do mundo real para o mundo matemático. Mas para que isto ocorra, uma série de procedimentos devem ser realizados. Biembengut (1997 e 2000, p.13-15), agrupa e identifica esses procedimentos em três etapas, subdivididas em seis sub-etapas, a saber:

1ª etapa: Interação com o assunto;

a) reconhecimento da situação problema;

b) familiarização com o assunto a ser modelado – pesquisa.

Nesta etapa, considerada fase preliminar de envolvimento, a situação a ser estudada será delineada e para torná-la mais clara deverá ser feita uma pesquisa sobre o assunto escolhido através de um estudo indireto (por meio de livros, jornais, revistas especializadas) ou direto (por meio de experiências em campo e de dados obtidos junto a especialistas da área).

2ª etapa: Matematização

a) formulação do problema – hipótese;

b) resolução do problema em termos do modelo.

Para Biembengut (1997), esta é a fase mais complexa e desafiadora, pois é nesta que se dará a tradução da situação problema para a linguagem Matemática, ou seja, é aqui que se formula um problema e escreve-o segundo um modelo que leve a solução. Assim, intuição e criatividade são elementos indispensáveis. Para formular e validar as hipóteses considera necessário:

i. Classificar as informações (relevantes e não relevantes) identificando fatos envolvidos;
ii. Decidir quais os fatores a serem perseguidos – levantando hipóteses;
iii. Identificar constantes envolvidas;
iv. Generalizar e selecionar variáveis relevantes;
v. Selecionar símbolos apropriados para as variáveis;
vi. Descrever estas relações em termos matemáticos.

Ao final desta etapa, deve-se obter um conjunto de expressões e fórmulas, ou equações algébricas, ou ainda, gráficos, representações que levem a solução ou permitam a dedução dela. Desta forma, o problema passa a ser resolvido com o ferramental matemático que se dispõe. Isto requererá um conhecimento razoável sobre as entidades Matemáticas envolvidas na formulação do modelo.

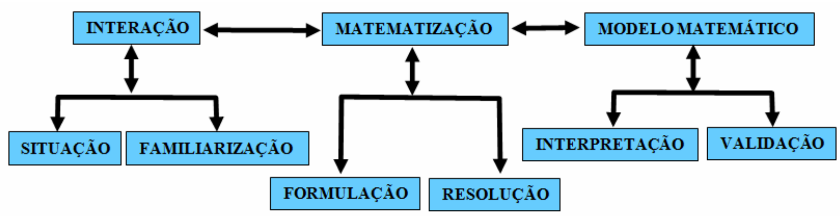
3ª etapa: Modelo Matemático

a) Interpretação da solução;

b) Verificação ou validação.

Para a conclusão e utilização do modelo é necessária uma checagem para verificar em que nível este modelo se aproxima da situação-problema apresentada. Assim, a interpretação do modelo deve ser feita através de análise das implicações da solução, derivada do modelo que está sendo investigado, para então, verificar sua adequabilidade, retornando à situação problema investigado, avaliando o quão significativa e confiável é a solução. Se o modelo não atender às necessidades que o gerou, o processo deve ser retomado para a 2ª etapa, mudando hipóteses variáveis, e outros.

Em resumo, o diagrama a abaixo, proposto por Biembengut (1999), representa o processo.



Quadro 1 – Organograma proposto Biembengut das várias fases da Modelagem

Esse esquema é um guia de possíveis caminhos para a construção de um Modelo Matemático, contudo não é suficiente para efetivar a construção do modelo, pois a Modelagem é uma arte que envolve, além de habilidades, experiência e sensibilidade lógica Matemática.

Porém, para a utilização do processo de Modelagem Matemática em cursos regulares, objeto deste estudo, o método deve sofrer algumas alterações levando em consideração o grau de escolaridade dos alunos, o tempo disponível que terão para o trabalho de classe, o programa a ser cumprido e a abertura por parte da comunidade escolar para implantar mudanças. Além disso, o professor deve ter conhecimento seguro sobre Modelagem e para tanto, deve realizar um estudo sobre a respectiva metodologia, elaborar alguns modelos e já ter experiência da proposta no ensino.

A Modelagem sempre esteve presente na construção do conhecimento matemático, pode-se inclusive dizer que, *“a modelagem é Matemática por excelência”* (D’Ambrosio no prefácio de Bassanezi, 2002, p. 11). Na tentativa de representar fatos e fenômenos observados na realidade, através de símbolos e relações que pudessem ser socialmente compartilhados, a humanidade foi, aos poucos, criando seus modelos matemáticos, ao mesmo tempo em que, forçava o desenvolvimento da Matemática.

Segundo Bassanezi (2002), a Modelagem Matemática busca, a partir de um “problema não Matemático”, fazer levantamento de dados quantos forem necessários, para obter a sua resolução através de um modelo Matemático dentro de uma teoria Matemática conhecida que facilite sua obtenção. Lembra que os métodos existentes em dada teoria podem não ser suficientes para a resolução do problema e não convergir para os resultados desejados. Neste caso, recomenda o autor, volta-se ao problema inicial, simplificando-o sem, contudo, descaracterizá-lo, mas tornando-o matematicamente tratável. A solução correta será aquela que poderá ser aplicada, justificando a decisão da resposta do problema com argumentação adequada.

Bassanezi propõe um quadro sinótico e simplificado para o que ele chama de atividades esquema de uma Modelagem Matemática e destaca e identifica diversas etapas, a saber:

1ª etapa: Experimentação – É uma atividade essencialmente laboratorial e/ou estatístico onde se processa a obtenção de dados experimentais ou empíricos para dar conta do problema não matemático e que ajudam na compreensão do problema, na modificação do modelo e na decisão de sua validade. Inclui atividades elementares, como “medir e fazer levantamentos”.

2ª etapa: Abstração – É o momento de selecionar as variáveis essenciais, formular ou problematizar questões em linguagem “natural”, levantar hipóteses e simplificar o problema em termos matemáticos.

3ª etapa: Resolução – Quando acontece a troca da linguagem natural das hipóteses pela linguagem do universo matemático coerente, em outras palavras, quando é obtido o modelo matemático capaz de responder a questão. Quando os argumentos conhecidos não são suficientes, novos métodos podem ser necessários, ou então o modelo deve ser simplificado.

4ª etapa: Validação – É o processo de aceitação ou não do modelo proposto. Comparação entre a solução obtida via resolução do modelo Matemático e os dados reais. Nesse momento, os modelos, juntamente com as hipóteses que lhes são atribuídas devem ser confrontados com os dados empíricos, comparando suas soluções e previsões com os valores obtidos no sistema real.

5ª etapa: Modificação – É um processo de decisão, no qual alguns fatores ligados ao problema original podem provocar rejeição ou aceitação do modelo inicial. Diante de uma negativa, a solução é voltar aos dados iniciais do experimento, e retomar o processo. O grau de aproximação desejado será o fator preponderante na decisão. Caso o grau de aproximação entre os dados reais e a solução do modelo não seja aceito, deve-se modificar as variáveis ou a lei de formação e com isso o próprio modelo original é modificado e o processo se inicia novamente.

6ª etapa: Aplicação. A Modelagem eficiente e conseqüente modelo adequado, permitem fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender; enfim, participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças de maneira eficaz, garantida e segura.

A figura (4) abaixo representa o esquema de Modelagem Matemática segundo Bassanezi. (2002, p. 27). As setas contínuas indicam, segundo o autor, a primeira aproximação. A busca de um modelo matemático que melhor descreva o problema estudado torna o processo dinâmico, indicado pelas setas pontilhadas.

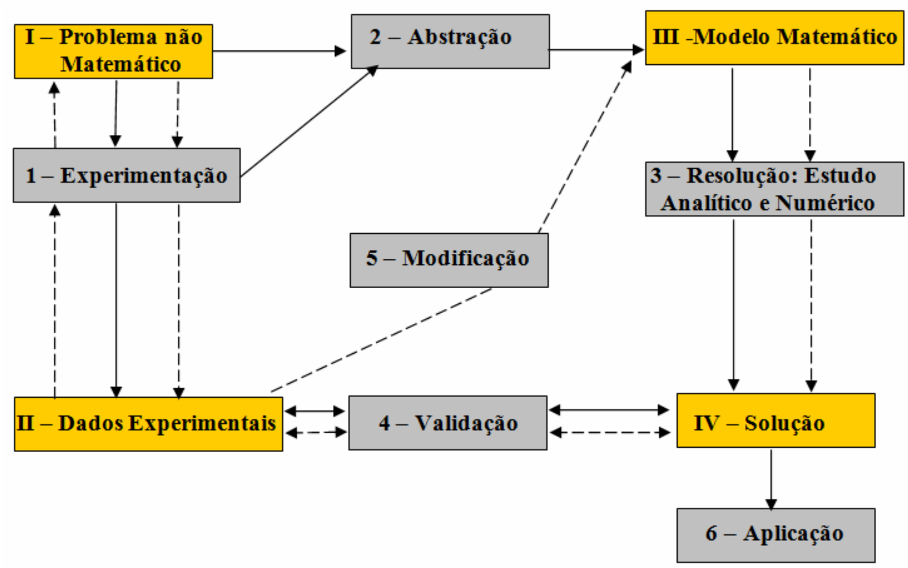


Figura 4– Esquema de uma modelagem proposto por Bassanezi

O modelo, segundo Bassanezi (2002), seria o ponto de ligação entre as informações captadas pelo indivíduo e sua ação sobre sua realidade. O modelo situa-se no nível do indivíduo e é criado por ele como um instrumento de auxílio para a compreensão da realidade. O processo de Modelagem, ou seja, o caminho de criação do modelo, ainda segundo este autor, é o processo mediante o qual se definem as estratégias de ação do sujeito sobre a realidade.

A importância do modelo matemático, segundo Bassanezi, consiste em se ter uma linguagem concisa que explora nossas idéias de maneira clara e sem ambigüidades, além de proporcionar um arsenal enorme de resultados (teoremas) que propiciam o uso de métodos computacionais para calcular suas soluções numéricas. Os modelos matemáticos ainda podem ser formulados de acordo com a natureza dos fenômenos ou situações analisadas e classificadas conforme o tipo de Matemática utilizada.

Em Machado (2005, p. 31) consta que, a despeito de algum jogo de palavras, parece haver consenso sobre Modelagem Matemática consistir na *“arte de transformar situações problemas em modelos matemáticos”* ou *“como um processo de obtenção e validação de um modelo matemático”.* O propósito é chegar a um modelo matemático capaz de dar conta de uma situação da realidade. Sua utilização no âmbito da Educação Matemática é o que difere conforme o contexto e a finalidade, ou seja, o “onde” e o “para que” a Modelagem vai ser utilizada.

Almeida & Dias (2004) acrescentam o fato de que as atividades de Modelagem são essencialmente cooperativas, sendo que a cooperação e a interação entre os alunos e entre professor e aluno têm papel fundamental na construção do conhecimento.

Niss (1993) atenta para o fato de que as atividades deste tipo (Modelagem) servem para motivar e apoiar a aquisição e compreensão de conceitos, métodos e resultados matemáticos.

A seguir, apresentar-se-á o método que utiliza a essência da Modelagem Matemática, porém, com adaptações para os cursos regulares, denominados de Modelação Matemática.

3.5.3 Modelação Matemática

Modelação é o termo usado por Bassanezi (2002), Biembengut & Hein (2000) para designar o método que utiliza a essência da Modelagem, porém, com adaptações para os cursos regulares com programas predefinidos, denominando assim, Modelação Matemática.

Biembengut & Hein (2000) definem Modelagem Matemática como estratégia de ensino-aprendizagem e ao considerá-la um método de ensino, designa como “Modelação Matemática” (p.7). Consideram que *“Modelagem é o processo que envolve a obtenção de um modelo”* como já foi dito e denominam Modelação Matemática como *“o método que utiliza a essência da modelagem em cursos regulares, com programa”* (p.18).

Mas segundo Barbosa (2001) estas variações ou alteração da nomenclatura pode mudar o foco, gerando argumentação e discussões desgastantes. Entretanto, tentativas de outros nomes são válidas, como Modelação ou modelização, mas não vingaram na Educação Matemática brasileira. O termo Modelagem continua sendo reconhecido pela comunidade de professores e pesquisadores, o que garante sua legitimidade quer seja como processo ou método de ensino aprendizagem.

3.6 Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática

Ao contrário do que se acredita, Modelagem Matemática não se resume em apenas resolver problemas em sala utilizando situações reais ou do cotidiano, como acontece com alguns professores. Quando pensam estar fazendo Modelagem, na verdade, eles podem simplesmente estar resolvendo um problema como outro qualquer.

A Modelagem Matemática como ambiente de ensino e de aprendizagem, possui uma intenção muito clara: criar um espaço baseado na indagação e investigação, um cenário de pesquisa e inquirição, diferente da forma como atualmente é trabalhado no ensino tradicional, visivelmente hegemônico nas escolas. Diferente também quanto à estrutura curricular, pois nos cursos regulares temos o programa definido e que deve ser cumprido integralmente e, como Biembengut lembra, pode causar preocupações éticas, filosóficas e metodológicas.

A Modelagem deve auxiliar o ensino e não gerar um trabalho a mais e desnecessário para o professor, prejudicando o andamento dos conteúdos. Por esta razão, é comum o professor fazer uma atividade de Modelagem Matemática apenas porque sobrou certo tempo em seu cronograma, querendo aproveitar a motivação e o tema escolhido pelos alunos. Mesmo desta forma, podem ocorrer problemas quando o tema escolhido pelos alunos desvia para outros conteúdos distantes do interesse daquele momento de ensino. Seria sensato por parte do professor, ter um relacionamento de convívio entre o conteúdo curricular e as atividades de Modelagem para valorizar o ensino-aprendizagem de Matemática.

Para Bassanezi (2002, p.38) a utilização da Modelagem como uma estratégia de aprendizagem, além de tornar um curso de Matemática atraente e agradável, pode levar o aluno a: desenvolver um espírito de investigação, utilizar a Matemática como ferramenta para resolver problemas em diferentes situações e áreas, entender e interpretar aplicações de conceitos matemáticos e suas diversas facetas, relacionar sua realidade sócio-cultural com o conhecimento escolar e, por tudo preparar os estudantes para a vida real, como cidadãos atuantes na sociedade.

Para Borba (1999), possibilita a espiralização do ensino-aprendizagem de Matemática, uma vez que requer conteúdos estudados anteriormente; desse modo, os estudantes têm a oportunidade de recontextualizar os conceitos internalizados em períodos escolares passados, fortalecê-los, ou mesmo corrigi-los.

Burak (1987, p. 21 e 1992 p. 62) define a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e um método para compreensão das ciências, pois consiste *"num conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos que o homem vive em seu cotidiano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões".* Afirma ainda que a Matemática escolar está marcada pelo "como fazer", deixando de lado o "por que fazer", apassivando o aluno e deixando-o dependente do professor. Assim, este autor entende ser necessário "através da ação do fazer, chegar ao saber", atribuindo à Modelagem a virtude de incentivar no aluno a liberdade para raciocinar, conjecturar, estimar e dar vazão à criatividade, numa aproximação da postura científica. (Burak, 1992)

Levando em consideração toda a teoria que foi apresentada até aqui e as definições destes pesquisadores, é possível concluir que, Modelagem Matemática é um método que, ao se propor uma situação/questão escrita na linguagem corrente e proposta pela realidade, transforma tal situação em linguagem simbólica da Matemática, fazendo aparecer um modelo matemático, que por ser uma representação significativa do real, que se analisado e interpretado segundo as teorias Matemáticas, devolve informações interessantes para a realidade que se está questionando.

Em sentido figurado, Bassanezi (2002, p.25) coloca que:

> *"a obtenção de um modelo pressupõe (...) a existência de um dicionário que interpreta, sem ambigüidades, os símbolos e operações de uma teoria Matemática em termos da linguagem utilizada na descrição do problema estudado, e vice-versa"*.

Logo, quanto mais conteúdo matemático possuir o modelador, mais "palavras" terão o seu dicionário.

3.7 Um pouco da História da Modelagem

A Modelagem é tão antiga quanto a própria Matemática, surgindo de aplicações na rotina diária dos povos antigos. Ao longo da história o conhecimento da humanidade foi desenvolvido através de teorias criadas a partir de observações do mundo real. Certamente se faz presente desde os primórdios do homem: As pinturas rupestres, que estão entre as obras artísticas mais remotas de que se tem notícia, são indicativas de cenas da vida cotidiana de nossos ancestrais, constituindo-se, pois, em modelos daquilo que eles consideravam como seu mundo.

Ainda na Idade da Pedra, o homem sentiu a necessidade de símbolos que servissem para contar/representar, na perspectiva de registrar/comunicar, as quantidades que percebia em seu meio. Como o homem é um ser racional, que busca a todo instante adaptar-se ao seu meio, começou a elaborar alguns artifícios que o possibilitassem resolver seus problemas de contagem. Conta a história da Matemática que, a princípio, o homem usava os dedos das mãos e dos pés para contar, em uma relação do tipo 1 para 1, depois passou a usar outras partes do corpo, como cotovelos, pulsos e ombros, mantendo a mesma relação.

Quando estes já não suportavam mais as quantidades, usavam pedrinhas que amontoavam em grupos de cinco, talvez por ser uma quantidade familiar. Algumas vezes faziam marcas em pedaços de madeira ou de osso. Assim, a pretexto de resolver um problema humano e caminhando, de forma não intencional, no sentido de estabelecer o primeiro modelo matemático – o número, que pedirá o trabalho e a colaboração de várias civilizações para ser lapidado até chegar aos moldes como, atualmente, são universalmente conhecidos. Começa o desenvolvimento, ainda que de forma embrionária, do que hoje chamamos de Matemática.

A Matemática foi se desenvolvendo por meio da prática no qual precisavam construir moradias, cuidar da terra, plantar, colher, armazenar o produto da colheita, construir sistemas de irrigação e de drenagem e criar animais para a subsistência não só individual, mas também de toda a comunidade. Para tais atividades, invariavelmente, precisava quantificar, medir, calcular, estimar, generalizar e comparar, criando modelos para atender as demandas tecnológicas do tempo.

Desenvolvendo a si mesmo, enquanto ciência, a Matemática ao mesmo tempo em que oferecia soluções para alguns problemas, propunha problemas teóricos que só poderiam ser resolvidos dentro da própria Matemática, elaborando o que hoje é conhecido pelo nome de regras ou de propriedades.

*"Os processos empíricos, suficientes o bastante para responder às questões na forma do como, não mais bastavam para as indagações mais científicas na forma de por quê". (*Eves, 2002). A modelagem propiciou também, fazer averiguações e descobertas Matemáticas, obtidas já por dedução e não mais por intuição ou por experimentação.

Foi procurando identificar e codificar o quê do mundo era desconhecido ou misterioso, fazendo generalizações que se estabeleceram importantes modelos matemáticos, os quais serviram de base para o desenvolvimento de toda a Ciência-Matemática subseqüente. Os primeiros exercícios de Modelagem fizeram a Matemática evoluir extraordinariamente a partir de problemas gerados pelas circunstâncias, sistematizando o conhecimento, reforçando argumentos e tomada de decisões. Diante dessa especialidade e superior qualidade, a Modelagem sempre esteve presente na construção do conhecimento matemático.

De uma forma genial para a época, Tales de Mileto (639-568 a.C.), com varas e sombras, criou um modelo que determinou a altura de uma pirâmide e desenvolveu a teoria dos triângulos semelhantes.

Pitágoras (580-500 a.C.) fundou uma escola que tinha como lema: "Tudo é número". Deu-nos a entender que para eles os números faziam parte da natureza das coisas e que, portanto, a Matemática já seria a modeladora de tudo.

Segundo Platão (428-347 a.C.), a Matemática seria capaz de modelar o caráter das pessoas. Ele defendia entusiasticamente que o estudo da Matemática fornecia o mais refinado treinamento do espírito e que, portanto, era essencial que fosse cultivada pelos filósofos e pelos que deveriam governar seu Estado ideal, para tornarem-se modelos de seres completos e perfeitos. A Matemática parecia da mais alta importância a Platão devido ao seu componente lógico e à atitude abstrata gerada pelo seu estudo. (Eves, 2002, p.132).

Eudoxo (488–355a.C.) utilizando modelos geométricos, explicou o movimento dos planetas e das estrelas, imaginando que os astros estivessem presos a esferas celestes transparentes, todas girando em torno da Terra. Criou fórmulas (modelos) para calcular volume do cone e da pirâmide que até hoje são usadas.

Euclides (300 a.C.) reuniu e organizou os descobrimentos de seus antecessores em treze livros ou capítulos denominados "Elementos de Euclides".

O impacto causado pelo rigor matemático euclidiano transformou os "Elementos" em uma obra incontestável por toda a idade média e moderna, constituindo-se em um modelo clássico de organização formal da Matemática por um período de mais de dois milênios.

Apolônio de Perga (c.262 a.C– 190 a.C) estudou modelos das Secções Cônicas que é considerado como uma das principais obras científicas da Antigüidade. Mostrou que de um único cone podem ser obtidas a elipse, a parábola e a hipérbole, simplesmente variando a inclinação do plano de seção.

Arquimedes (287–212 a.C.) matematizou os fenômenos físicos criando modelos, no sentido de utilizá-los na construção de máquinas, e, dessa forma, foi o primeiro a deduzir as leis das alavancas e das roldanas e, ainda, a descobrir por que os barcos e os navios flutuam. Ensinou a calcular o número "π". e a determinar a área de figuras, como elipses, parábolas e cilindros com um método que séculos depois daria origem ao chamado cálculo integral ("EURECA", Edição Especial da Revista Galileu, 2002).

Eratóstenes (276–194 a.C.) calculou o raio da Terra chegando a um valor aproximado de 40.000 km, cometendo um erro de apenas 75 km, aproximadamente. Elaborou um dispositivo que calcula todos os números primos menores que um número n: o crivo de Eratóstenes. (Eves, 2002).

Diofanto (325-409) teve uma importância enorme para o desenvolvimento da álgebra e uma grande influência sobre os europeus que posteriormente se dedicaram à teoria dos números. Em suas obras, Diofanto resolve mais de uma centena de problemas que levam a equações (Eves, 2002) e, para escrever suas equações, utilizou modelos e símbolos que marcaram a passagem da álgebra retórica, em que as expressões são escritas por palavras, para a álgebra sincopada na qual algumas expressões vêm escritas em palavras e outras abreviadas.

Com isto, ele abriu caminho para que outros matemáticos, como o árabe Al-Khowarizmi (c.825) e o francês Fançois Viéte (1540–1603), criassem a álgebra simbólica, em que as equações são totalmente escritas com símbolos os quais podem ou não representar modelos, tal como as conhecemos hoje (Guelli, 1992).

Johannes Kepler (1571 – 1630), que descreveu um modelo para previsão do movimento dos astros, um dos mais notáveis trabalhos de indução jamais feito na ciência. Kepler influenciado por seus estudos religiosos desenvolvera a idéia de que *"Deus é o Geômetra supremo, construiu o universo com formas geométricas perfeitas"*. Ele levou tão a sério esta sua crença que em um determinado momento dedicou parte de sua vida a tentar montar o "quebra-cabeças" celeste que se lhe apresentava. Antes de formular os seus precisos modelos ou leis, desenvolveu um raciocínio que visava explicar as órbitas dos planetas conhecidos e suas distâncias ao sol. Sabemos que se os gregos, principalmente Apolônio não tivessem estudado as secções cônicas, Kepler talvez não teria proposto as leis fundamentais da história da astronomia. A justificação dessas leis levou Isaac Newton (1642 – 1727) a criar a Mecânica Celeste.

Galileu Galilei (1546-1642) foi um exemplo de cientista que usou a Modelagem Matemática para descrever fenômenos naturais do mundo físico e buscar explicações e padrões de como e porque eles ocorrem. Antes de Galileu, filósofos e cientistas concentravam-se em explicar o porquê dos fenômenos naturais. Algumas deduções eram a partir de reflexões filosóficas da própria mente, outras a partir de experimentos.

Com Galileu, nasceu a procura de fórmulas Matemáticas descrevendo como esses fenômenos ocorrem, área hoje conhecida como Modelagem Matemática. Note que uma fórmula Matemática descrevendo um fenômeno não é, em geral, uma explicação das causas do fenômeno! O importante para Galileu não era saber o porquê, mas como as coisas ocorrem.

Com esses exemplos, percebe-se que na tentativa de representar fatos e fenômenos observados na realidade, através de símbolos e relações que pudessem ser socialmente compartilhados, a humanidade foi, aos poucos, criando seus modelos matemáticos, ao mesmo tempo em que, forçava o desenvolvimento da Matemática.

É indiscutível o uso da Modelagem no desenvolvimento dos diversos ramos das ciências, porém no Ensino de Matemática ainda sofre rejeições, principalmente na educação básica. Felizmente professores e pesquisadores estão conseguindo quebrar estas barreiras. Já é comum o uso desta estratégia de ensino em alguns cursos superiores de engenharia, tecnologia, biológica, etc. Atualmente a proposta da Modelagem no ensino de Matemática expandiu-se para todas as partes do mundo e em todos os níveis de escolaridade, despertando o interesse de diversos educadores matemáticos desde o século passado. Vejamos a seguir algumas considerações relevantes para que esta mudança venha ocorrendo.

3.8 Ensino por meio da Modelagem Matemática no mundo.

No começo dos anos 80, as aplicações da Matemática ganharam destaque, principalmente pela emergência do computador incorporando métodos numéricos, estatística, investigação operacional e controle matemático. Também surge relevância no campo que trata de questões relacionadas ao ensino-aprendizagem, em especial da Matemática, nos diferentes níveis de ensino. Pesquisas realizadas na área de Educação Matemática apontam que a disciplina ensinada na sala de aula e a forma de como vem sendo transmitida, não acompanharam a evolução que correspondem às demandas atuais.

Na busca de alternativas, a Modelagem Matemática passou a ser estreitamente associada ao desenvolvimento econômico-tecnológico-social tratada com Modelagem de dados e sistemas, simulação, controle e pesquisa operacional. Quanto às questões relacionadas ao ensino-aprendizagem, educadores e pesquisadores matemáticos pertencentes ao ICMI (International Comissionon Mathematical Instrucrion), iniciaram o que se configurou como sendo um movimento internacional de Modelagem, com a participação destacada dos ingleses, alemães e australianos, que desembocou na realização, em 1983, da primeira ICTMA cuja sigla significa “International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications”, ou seja, Comunidade Internacional dos Professores de Modelagem e de Aplicações Matemáticas.

A comunidade é uma organização da sociedade que existe para promover aplicações e Modelagens em todas as áreas de instrução da Matemática. Ela fornece desde a sua fundação, serviços aos membros participantes, promoção de eventos como a conferência bienal e a publicações de trabalhos. Conta ainda com uma Web site “http://www.ictma.net/”, contendo a indicação da missão da comunidade, detalhes da sociedade e dos vários serviços disponíveis.

As ICTMAs são também um importante fórum internacional devotado às questões de Modelagem e Aplicações no âmbito da Educação Matemática. Nele, discutem-se experiências de sala de aula, pesquisas e reflexões sociais e epistemológicas convergentes com o tema.

Modelagem a partir disso, pode ser definida em termos dos propósitos e interesses subjacentes à sua implementação, conduzindo a implicações conceituais e curriculares. Percebe-se que a Modelagem Matemática é vista como um método pelo qual se podem abordar as diversas situações da vida. Aliada a essa visão da prática, do habitual e do costumeiro, se junta à crença em que dessa maneira os alunos aprenderiam e se interessariam pelo estudo da disciplina.

Kaiser-Messmer (1991) iniciam um movimento em defesa das aplicações e Modelagem no ensino de Matemática. Segundo elas, um marco importante nesse movimento é o “Lausanne Symposium”, em 1968, apud Barbosa (2001 e 2003), que tinha por tema *“Como ensinar Matemática de modo que seja útil”.* Para essas autoras, *“o simpósio sublinhou a utilização das estruturas Matemáticas na realidade como o maior objetivo do ensino de Matemática. Isto não significa o ensino de aplicações prontas, mas a habilidade para matematizar e modelar problemas e situações extramatemáticos”* (p.vi).

Kaiser-Messmer (1991) apud Barbosa (2001) cita que Modelagem pode ser definida em termos dos propósitos e interesses subjacentes à sua implementação, conduzindo a implicações conceituais e curriculares. Aponta duas visões gerais que predominam nas discussões internacionais sobre Modelagem: “a pragmática e a científico-humanista”.

A **perspectiva pragmática** argumenta que o currículo deve ser organizado em torno das aplicações práticas e utilitárias, removendo os conteúdos matemáticos que não são aplicáveis em áreas não-Matemáticas. *Os tópicos matemáticos ensinados na escola devem ser aqueles que são úteis para sociedade* (ibid., p. 84). A ênfase é colocada no processo de resolução de problemas práticos aplicados e suas técnicas de resolução, focalizando o processo de construção de modelos matemáticos.

A **perspectiva científico-humanista**, por sua vez, busca estabelecer relações com outras áreas a partir da própria Matemática. Ela considera a ciência Matemática e sua estrutura como um guia indispensável para ensinar Matemática, a qual não pode ser abandonada. Refere-se ao conhecimento matemático como a ciência e ideais humanísticas da instrução com foco na habilidade dos alunos principiantes de criar relações entre a Matemática e a realidade. Assim a Modelagem, para os "científicos", é vista como uma forma de introduzir novos conceitos.

Em suma, a perspectiva pragmática volta-se para aspectos externos da Matemática enquanto que a científica, para os internos. O foco permanece, portanto, na Matemática e sua capacidade de resolver problemas de outras áreas.

Kaiser-Messmer (1991) aponta ainda, uma terceira perspectiva como sendo emancipadora, também denominada de perspectiva integrativa que é a reunião harmoniosa das outras duas com o propósito de analisar o papel da Matemática nas práticas sociais, com objetivo de servir a todos os níveis, atingir alvos traçados e dar ênfase no conhecimento reflexivo, no qual a Matemática e a Modelagem são consideradas como meios para questionar a realidade.

Barbosa (2001a) denominou esta última como perspectiva sócio-crítica, cuja tarefa é tentar sistematizar os interesses que a sustenta e suas implicações para a sala de aula.

> *"As atividades de Modelagem são consideradas como oportunidades para explorar os papéis que a Matemática desenvolve na sociedade contemporânea. Nem Matemática nem Modelagem são "fins", mas sim "meios" para questionar a realidade vivida. Isso não significa que os alunos possam desenvolver complexas análises sobre a Matemática no mundo social, mas que Modelagem possui o potencial de gerar algum nível de crítica. É pertinente sublinhar que necessariamente os alunos não transitam para a dimensão do conhecimento reflexivo, de modo que o professor possui grande responsabilidade para tal".*(Barbosa, 2001a)

Já o dinamarquês Skovsmose (1990) distingue três tipos diferentes de conhecimento que podem ser relacionados à Modelagem Matemática:

– O conhecimento matemático em si;

– O conhecimento tecnológico, que se refere a como construir e usar um modelo matemático;

– o conhecimento reflexivo, que se refere à natureza dos modelos e os critérios usados em sua construção, aplicação e avaliação.

Skovsmose (2000) exibe a noção de *"ambiente de aprendizagem"* alegando que nestas condições os alunos são estimulados a desenvolverem determinadas atividades. A palavra “ambiente” considerada quanto à extensão da sua significação, diz respeito a um lugar, circuito ou espaço que cerca, envolve. Um ambiente de aprendizagem é construído na sala de aula (ou mesmo virtual) para dar suporte a um trabalho investigativo e no qual os estudantes são convidados a formular questões, buscar explicações para elas e refletir sobre os resultados obtidos. São chamados também por esse autor de “Cenários para Investigação”.

Modelagem, segundo Skovsmose, é um ambiente de aprendizagem ou um Cenário para Investigação constituído a partir do momento em que há interesse dos alunos. Eles se envolvem e aceitam (assumem como participantes ativos) o processo de exploração e de explicação. São estimulados a investigarem situações de outras áreas que não a Matemática por meio da Matemática.

Skovsmose apud Jacobini (1999) destaca que, ao propor os cenários para investigação nas aulas de Matemática, faz com a intenção de se contrapor às situações de aprendizagem em que o professor é o centro das atenções, o conteúdo matemático é transmitido através de aulas conferenciais, com exercícios repetitivos à exaustão e as discussões são centradas nos conteúdos curriculares matemáticos. Nesse último modelo, denominado pelo autor de “paradigma do exercício” (2000) e por D’Ambrosio (2001) de “educação formal” (de Matemática), após a introdução dos conceitos teóricos e da resolução de alguns problemas, outros similares são propostos para serem resolvidos tanto em sala de aula como fora dela.

Após a 12° ICTMA, Kaiser-Messmer (2006) reforçam d uas das perspectivas de 20 anos atrás (1986) e apresentam outras que abordam metas educacionais para o uso da Modelagem, conforme segue:

- **Perspectiva Realística** com objetivos Pragmático e utilitário, isto é, resolvendo os problemas reais do mundo, compreendendo do mundo real.
- **Perspectiva Contextual** com objetivos argumentativos, psicológicos e assuntos relacionados; conformidade de sentimentos, isto é, resolvendo problemas com uso da palavra, estabelecendo a comunicação e encadeamento das idéias de um texto.

- **Perspectiva Educacional** diferenciada didática e pedagogicamente, cujo objetivo é estruturar processos de ensino-aprendizagem, dando responsabilidades aos professores e alunos.
- **Perspectiva Sócio-crítica** cujo objetivo Pedagógico é a compreensão do mundo, unindo a escola e a sociedade. O papel dos pais, na educação dos filhos.
- **Perspectiva Epistemológica** ou teórica, cujo objetivo são os processos cognitivos e compreensão destes, os quais ocorrem durante o ensino de Matemática por meio da Modelagem (Abstração e generalização).

Em parte estas perspectivas têm como base as proposições de reformulação e adaptação curricular, fazendo uso de uma adaptação e organização Praxeológica da Matemática. Descrevem as relações entre o professor, o saber e o aluno.

Para que haja aprendizagem, o professor não deve apenas efetuar uma comunicação de um conhecimento, mas propor uma situação permitindo a devolução de um bom problema ao aluno, no qual esse conhecimento é necessário à obtenção da solução.

3.9 Modelagem Matemática no Cenário Nacional.

Desde a década de 70, em breve análise de material elaborado pelo IMECC (Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica), que teve como diretor o professor Ubiratan D'Ambrosio, no período de 1972 até 1980, mostra uma proposta para o ensino de funções a partir de situações cotidianas, ou seja, eram colocadas situações do dia-a-dia para que o aluno fosse estabelecendo as relações que propiciaria melhor compreensão do conceito de função. As propostas apresentadas não abandonavam as ferramentas Matemáticas, mas utilizavam-nas no momento em que era necessário institucionalizar o conceito matemático.

No mesmo período, na década de 1970, Biembengut (2003) lembra que um dos primeiros trabalhos de Modelagem no ensino foi do professor Aristides Camargo Barreto, da PUC-RJ (Pontifica Universidade Católica do Rio de Janeiro).

Fiorentini (1996) declara que o movimento de Modelagem Matemática na Educação Matemática está ligado ao método com alunos da iniciação científica e em algumas disciplinas da área da Matemática Aplicada e Engenharia. Reforça a favor do Professor Aristides Barreto que durante os trabalhos, surgiram as primeiras atividades que procuravam desenvolver uma “estratégia de ensino” que utilizasse modelos matemáticos como motivação para o estudo de Matemática.

Em 1977 a Unicamp, por meio do Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, organiza sob coordenação do professor Ubiratan D’Ambrosio, Simpósio de Matemática, com o objetivo de discutir tendências no ensino de Matemática nas escolas elementares e secundárias. Conta com o patrocínio da OEA(Organização dos Estados Americanos), do Ministério da Educação e Cultura e do Comitê Internacional de Educação Matemática.

A Unicamp implanta em 1981 o Laboratório de Matemática Aplicada, junto ao Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, para organizar massa crítica de técnicos e pesquisadores e servir de centro motivador de pesquisas em teoria e técnicas de análise numérica, para prestar apoio a indústrias e outros setores de produção, com coordenação do professor Miguel Taube Netto.

A partir de novas idéias e propostas, em 1982, o professor Ubiratan D’Ambrosio, do Instituto de Matemática da Unicamp, apresenta os resultados de um programa de reformulação do ensino das ciências baseado na valorização dos contextos socioculturais. Surgem, nesta época, programas alternativos chamado de “Etnomatemática” para incorporar ao ensino da Matemática.

Em 1984, professor Rodney Bassanezi e Eduardo Sebastiani Ferreira, do Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação da Unicamp, desenvolvem novo método, dirigido a professores de todos os níveis, que torna a Matemática mais acessível e atraente. Este método leva ao que chamamos hoje de Modelagem Matemática.

A consolidação e a difusão se efetuaram por vários professores, em particular, pelo professor Bassanezi, da Unicamp e seus orientandos. Ele organizou pela primeira vez um curso de especialização para professores em Guarapuava (PR), Explica ele:

> *“Inicialmente faz-se um levantamento dos possíveis temas que poderiam ser abordados pela Modelagem Matemática... Divididos em grupos de mesmo interesse, passa-se à fase de visitas aos locais a serem pesquisados... Cada grupo trabalha em seu projeto independentemente – o professor de cada disciplina [do curso de*

> *especialização] funciona na maior parte do tempo como monitor dos grupos” (*Bassanezi, p. 135).

Essas idéias foram sendo ampliadas e culminaram na Proposta Curricular do Estado de São Paulo, um documento importante para situar as indicações curriculares referentes para o ensino de Matemática, que foi elaborada pela Equipe Técnica de Matemática, da Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas - CENP, em 1986.

Nesse documento a inclusão da Matemática nos currículos escolares é justificada a partir de duas vertentes básicas que são:

- Ela é necessária em atividades práticas que envolvem aspectos quantitativos da realidade, como são as que lidam com grandezas, contagens, medidas, técnicas de cálculo, etc.
- Ela desenvolve o raciocínio lógico, a capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível.

Portanto, a Matemática tem uma dupla função: aplicações práticas e o desenvolvimento do raciocínio. Esses dois aspectos são, de fato, componentes básicos indispensáveis na elaboração dos próximos currículos de ensino de Matemática. Acrescenta D’Ambrosio que a proposta curricular poderá abordar a Matemática a partir do contexto sócio-cultural dos alunos.

Atualmente a proposta da Modelagem no ensino de Matemática expandiu-se para todos os níveis de escolaridade, despertando o interesse de diversos educadores matemáticos e resultando em dissertações de mestrado e teses de doutorado. Só para ilustrar algumas que serviram de embasamento teórico deste trabalho, citamos experiências conduzidas no Ensino Fundamental (Burak, 1987; Biembengut, 1990; Gustineli, 1991; Caldeira 1998), Ensino Médio (Biembengut, 1990; Burak, 1992; Bean, 1998; Almeida 2000), Ensino Superior (Borba, Meyer, Scheffer, Meneghetti & Hermini, 1997, 1999; Franchi, 1993; Jacobini, 1999), Formação de Professores (Gazzeta, 1989; Anastácio, 1990; Burak, 1992; Barbosa, 2000) e Educação de Adultos (Monteiro, 1991).

Segundo Fiorentini (1996), os caminhos do movimento de Modelagem Matemática no Brasil possuem contornos bastante particulares, o que é ótimo para o ensino brasileiro. Tem uma conotação mais antropológica e sócio política do que as experiências desenvolvidas em outros países.

O movimento de Modelagem no Brasil cresce a cada dia. Como decorrência disso, deparamos com novos desafios, sejam teóricos ou práticos. Em 1997, a Unicamp, por meio do IMECC, organiza, sob coordenação do professor Laércio Vendite, o Encontro Mathematics for Industry, com o objetivo de discutir a Modelagem Matemática Aplicada à Indústria. Conta com o patrocínio da ECMI (European Consortium for Mathematics in Industry) e da FINEP.

Tivemos ainda, a realização da I, II, III e IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática na UNESP (Rio Claro, SP, 1999), na Universidade São Francisco (Itatiba, SP, 2001), na Universidade Metodista de Piracicaba - UNIMEP (Piracicaba, SP, 2003), na Universidade Estadual de Feira de Santana (Feira de Santana, BA, 2005) e na Universidade Federal de Ouro Preto (Ouro Preto, MG, 2007). Também inúmeros encontros estaduais espalhados por todo o país e nacionais promovidos por especialistas na área de Educação Matemática e estudantes de pós-graduação.

3.10 Modelagem como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática.

“... O método educacional mais importante é aquele em que o aluno é transportado para uma atividade real..." Albert Einstein

De tudo o que tenho vivido até hoje nas minhas variadas profissões, considero a docência a mais complexa de todas as atividades. Quando penso que sou professor de Matemática para formar indivíduos, sinto um arrepio que estremece meu corpo e a minha alma, tamanha a responsabilidade.

Para ser professor não basta ter o diploma da graduação. É preciso ser professor com atualização dos saberes constantes da prática e com a teorização que compõe essa práxis. Não me basta, sendo professor, saber o que faço. Preciso saber por que faço para quem faço, quando faço.

Tal reflexão tive, quando lendo os PCN, pude perceber a inovação de que a escola e a Matemática devem trabalhar juntas para preparar e adequar seus alunos à sociedade em que vão se inserir, possibilitando que eles sejam cidadãos conscientes, interfiram nas mais diversas situações, sendo capazes de participarem ativa, crítica e criativamente de um mundo permeado pela ciência e pela tecnologia e que possam participar da gestação de uma sociedade mais justa e solidária.

Esta nova escola que se deseja para a transformação social precisará sofrer inúmeras mudanças em todos os níveis, principalmente na formação de professores, para que eles adquiram e desenvolvam competências profissionais, além da consciência do necessário movimento de refletir e fundamentar suas práticas. As possibilidades de conquista de uma sociedade justa e fraterna passam obrigatoriamente pela escola.

O fato é que isto não é tarefa simples ou rápida, mas necessária. Através do confronto de idéias e interesses, chegar ao melhor resultado, sem que haja submissão, mas respeito ao pluralismo e às diferenças.

Quando os PCN discorrem em desenvolver a capacidade de usar a Matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real, imediatamente penso dentro dessa perspectiva, na Modelagem Matemática como estratégia de ensino concentrada na possibilidade de envolver os alunos em um ambiente capaz de investigar situações originadas na realidade, porém não apenas para exercitar ou problematizar, mas, fundamentalmente, para que haja a possibilidade de questioná-la e tirar conclusões através da Matemática.

No prefácio de seu livro “Conceitos Fundamentais da Matemática”, Bento de Jesus Caraça (1975), diz que:

> *“A Matemática é um organismo vivo, impregnado de condição humana, com as suas forças e as suas fraquezas e subordinado às grandes necessidades do homem na luta pelo entendimento e pela libertação”, mergulhando tanto como qualquer outro ramo da Ciência, na vida real.*

É indiscutível o uso da Modelagem no desenvolvimento das ciências, porém na Educação Matemática ainda sofre rejeições, principalmente no ensino de base. Toda mudança e inovações não só no ensino, como em qualquer outra posição, geralmente geram problemas, desconforto e até pânico.

Lembremos a passagem do mundo agrícola e artesanal para o mundo mecanizado durante a Revolução Industrial, no qual ocorreu a substituição da maioria dos artesãos pelo trabalho mecânico, atualmente substituído pelo trabalho automático executado por máquinas.

Nem por isto devemos ficar irremediavelmente pessimistas. Os radicalismos obscurecem a visão. Todos podemos procurar adotar posturas que permitam uma compreensão e adaptação mais alargada do mundo. As pessoas acomodadas e com um espírito negativo, sempre estarão dispostas a protestar e opor a tudo e a todos. Chaves (2005) diz que se “engessamos” uma concepção para o que é Modelagem, se não procuramos pedagogicamente adaptar o método ao nosso contexto escolar, sempre diremos que não dá para utilizá-la. E isso, sempre ocorrerá, não só com a Modelagem, mas com qualquer outro método de ensino-aprendizagem que receba o mesmo tratamento.

Toda modificação ou inovação na área educacional pode ou não ser agradável e trazer satisfação e prazer. Contudo, deve-se dizer que o professor é o protagonista neste enredo. É necessário se interar, experimentar, aprender, ir se qualificando aos poucos. Assim as pessoas se tornam mais motivadas a fazerem parte do processo, querendo abrir caminhos para uma transformação social, em que seja possível questionar e recriar valores tradicionais até então impostos.

Educação como ato político, visão crítica, ambiente favorável, integração grupal, relações democráticas, motivação para planejar participativamente, conhecimento teórico, envolvimento das pessoas da comunidade, disposição para arriscar, são requisitos para que aconteçam mudanças. Colocar-se como sujeito na construção de um projeto de Modelagem na escola exige que todos os envolvidos tenham motivação e conhecimento, evitando-se ativismo ou práticas vazias de significado, pois principalmente do grupo de professores depende a manutenção ou transformação nas práticas de ensino de uma escola.

Segundo Barbosa (2000) e Biembengut & Hein (2003), as finalidades e objetivos de Matemática no currículo moderno, estabelecem que a Modelagem poderá fazer parte integrante dos conteúdos, pois assumem importância significativa não só pelo desenvolvimento de técnicas específicas, mas também estratégias que, constituem uma base de apoio no qual os alunos utilizam na fundamentação e contextualização durante sua atividade Matemática independentemente do tema proposto, de distintos tipos de enunciado, pois trata-se de um processo pelo qual se constrói e se reforça a estrutura Matemática.

Propõe trabalhar sempre a partir de situações da realidade, desenvolver atividades que sejam feitas interdisciplinarmente e também que impliquem no crescimento de uma atitude investigativa que estimula a criatividade, a imaginação e os significados matemáticos.

De acordo com Biembengut & Hein (2003), o processo de Modelagem quando aplicado em cursos regulares, precisa de cautela e precaução levando em conta o grau de escolaridade dos alunos, tempo disponível que terão para trabalho extra classe, programa a ser cumprido e o estágio em que o professor se encontra em relação à Modelagem.

Para facilitar e para amenizar a dificuldade e a insegurança de se introduzir a Modelagem, Biembengut (1997, p. 55), sugere para aqueles que não se sentem seguros para aplicar o método, começar da seguinte forma:

a) Apresentar cada um dos conteúdos do programa a partir de modelos já conhecidos;

b) Aplicar trabalhos ou projetos realizados por colegas, por tempo curto, com uma única turma e de preferência aquela em que melhor domínio tem de Matemática;

c) Como trabalho extraclasse, para os alunos, solicita-se que busquem exemplos ou tentem criar seus próprios modelos, sempre a partir da realidade.

3.11 O processo de Modelagem como estratégia de ensino

"Eu ouço e eu esqueço. Eu vejo e eu lembro. Eu faço e eu entendo".
Provérbio Chinês

É preciso que se desenvolva no aluno uma atitude positiva para enfrentar problemas e situações novas com persistência, levando-o a não desistir dos obstáculos. Só se aprende fazendo.

Conforme Scheffer (1999) identifica, existem pelo menos 14 processos diferenciados para a Modelagem e todas merecem respeito, apesar de que algumas são convergentes em alguns pontos e divergentes em outros. Tais divergências/diferenças se dão em plano Epistemológico, Metodológico, de Ensino (Superior, Médio, Fundamental) e outros. Entretanto, nosso intuito não é aprofundar essas discussões, apenas situar a proposta que foi tratada no mini-curso, o qual propiciou a execução deste trabalho.

Para Biembengut (1999), o processo de Modelagem no ensino básico deve viabilizar o ensino de conteúdos matemáticos preestabelecidos, a ponto de torná-los significativos para os alunos.

Segundo Barbosa (2001a, p.2 e 2003, p.70), no ambiente de ensino e de aprendizagem da Modelagem Matemática, identifica-se *"três níveis de possibilidades"*, as quais ele chama de *"casos".* "Os casos não são prescritivos, mas trata-se da idealização de um conjunto de práticas correntes na comunidade" (p.70).

O autor afirma que os casos 1, 2 e 3 não representam configurações estanques, mas sim, regiões de possibilidades. Eles não pretendem engessar a prática, todavia, uma vez que é reflexão sobre a prática, alimentá-la. Esta classificação chama a atenção para o fato de que os professores e os alunos podem se envolver com diferentes maneiras de implementar a Modelagem no currículo, re-elaborando de acordo com as possibilidades e as limitações oferecidas pelo contexto escolar, por seus conhecimentos e preferências. (idem, 2001, p.10).

Os "casos" de Barbosa (2003, p.70) são categorizados conforme as tarefas que competem ao professor e/ou aos alunos desenvolverem dentro do processo de Modelagem, na sala de aula, conforme quadro a seguir:

	Caso 1	*Caso 2*	*Caso 3*
Elaboração da situação-problema	**professor**	**professor**	**professor/aluno**
Simplificação	**professor**	**professor/aluno**	**professor/aluno**
Dados qualitativos e quantitativos	**professor**	**professor/aluno**	**professor/aluno**
Resolução ou Solução	**professor/aluno**	**professor/aluno**	**professor/aluno**

Quadro 2 – Tarefas desempenhadas por alunos e professores nos casos de Modelagem (Barbosa, 2001)

- **Nível 1 ou Caso 1:** Os dados estão no problema. Trata-se da problematização de algum episódio real: a partir das informações qualitativas e quantitativas apresentadas no texto da situação, o aluno desenvolve a investigação do problema proposto. O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução.
- **Nível 2 ou Caso 2:** Tem-se o problema matemático, mas sem os dados. Trata-se da apresentação de um problema aplicado: os dados são coletados pelos próprios alunos durante o processo de investigação. O professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta das informações necessárias à sua resolução.

- **Nível 3 ou Caso 3**: Temos um problema 'não-matemáticos' e buscamos todos os dados. Tema gerador: os alunos coletam informações qualitativas e quantitativas, formulam e solucionam o problema. A partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema.

No ***Caso 1***, o professor apresenta um problema, devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos, acompanhados pelo professor, a tarefa de resolver o problema. Já no ***Caso 2***, os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar. Ao professor, cabe apenas a tarefa de formular o problema inicial. Por fim, no ***Caso 3***, trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas 'não-matemáticos', que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos.

Observa-se que do ***Caso 1*** ao ***Caso 3*** à medida que diminui a quantidade de tarefas que cabe ao professor aumenta a do aluno, transferindo para este mais responsabilidade pela resolução do problema e por conseqüência, pela sua própria aprendizagem, sem, entretanto, eximir o professor da condução do processo.

Assim, por exemplo, um professor ainda iniciante no que diz respeito ao uso da Modelagem pode optar pelo ***Caso 1***, no qual ele toma para si a maior quantidade das tarefas a serem desenvolvidas e, à medida que começar a sentir-se mais seguro e/ou mais a vontade dentro de seu contexto, vai transferindo mais tarefas aos alunos, enveredando assim pelos outros "casos" e assumindo uma postura, cada vez mais predominante, de mediador entre o conhecimento e o aprendiz, deixando de ser o que detém e transmite o conhecimento para ser aquele que, por meio de tarefas, oportuniza a aquisição do conhecimento. Ser, portanto, aquele que ensina a aprender.

3.12 Argumentos favoráveis e desfavoráveis quanto a Modelagem.

Para aplicar Modelagem no ensino em geral, em primeiro lugar, o professor que deseja ensiná-la precisa aprender a fazer Modelagem, em sua essência, no processo de desenvolvimento, em suas raízes e utilizá-la como estratégia de ensino da Matemática. Em segundo lugar, ter sempre em mente que a Modelagem pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por conteúdos matemáticos que ainda desconhece, ao mesmo tempo em que aprende a arte de modelar, matematicamente os fenômenos do cotidiano.

O ensino da Matemática usando a estratégia da Modelagem pode ser feito de várias maneiras. Na educação fazer uso da Modelagem não significa somente criar um modelo. Pode-se dizer também que é fazer uso de um modelo já conhecido e não apenas fazer um modelo novo. O ato de modelar diz respeito, a grosso modo, à representação/interpretação de algo já existente, bem como à tentativa de se prever eventos - com base em fenômenos decorridos ou reafirmar tais previsões. Em resumo, ensino de Matemática por meio de Modelagem, pode-se criar um modelo ou usar modelos prontos ou ainda, dar veracidade a um modelo já criado.

Contudo, vários motivos são colocados como benefícios ou obstáculos para trabalhar e implantar a metodologia da Modelagem no ensino da Matemática. O objetivo neste momento é relacioná-los para que possa servir de reflexão a todos.

3.12.1 Argumentos favoráveis

Vários pesquisadores apontam vantagens em introduzir Modelagem no ensino da Matemática, a citar: Blum & Niss (1991), Bassanezi (1994, 2002) apud Ferreira (2003, p. 58). Essas vantagens são apontadas como cinco argumentos descritos a seguir.

1. Argumento formativo – enfatiza as aplicações Matemáticas como processos para desenvolver capacidade em geral e atitudes dos estudantes, tornando-os exploratórios, criativos e habilidosos.

2. Argumento de competência crítica – focaliza a preparação dos alunos para a vida real como cidadãos atuantes na sociedade e competentes para reconhecer e entender exemplos de aplicações de conceitos matemáticos. Skovsmose(1990, 2000a, 2001) e Skovsmose e Borba (2000) ao tratar da Educação Matemática Crítica enfatizam esse argumento. Os autores ao referirem-se a Educação Matemática Crítica estão admitindo que a Matemática deva ter um papel político e social no desenvolvimento, contribuindo para a formação de um cidadão crítico.

3. Argumento da utilidade – enfatiza que a instrução Matemática pode preparar o estudante a utilizar a Matemática como ferramenta para resolver problemas em diferentes situações e áreas.
4. Argumento intrínseco – considera que a Modelagem fornece ao estudante um rico arsenal para entender e interpretar a própria Matemática em todas as suas facetas.
5. Argumento de aprendizagem – garante que os processos aplicativos facilitam ao estudante compreender melhor os argumentos matemáticos, fixar os conceitos e os resultados e valorizar a própria Matemática.

Barbosa (2003a, p.2), apoiado em Blum (1995), apresenta cinco argumentos para a inclusão de Modelagem no currículo:

- ✓ *Motivação:* os alunos sentir-se-iam mais estimulados para o estudo de Matemática, já que vislumbrariam a aplicabilidade do que estudam na escola;
- ✓ *Facilitação da aprendizagem:* os alunos teriam mais facilidade em compreender as idéias Matemáticas, já que poderiam conectá-las a outros assuntos; o conteúdo matemático passa a ter significação, deixa de ser abstrato e passa a ser concreto.
- ✓ *Preparação para utilizar a Matemática em diferentes áreas:* os alunos teriam a oportunidade de desenvolver a capacidade de aplicar Matemática em diversas situações, o que é desejável para moverem-se no dia-a-dia e no mundo do trabalho;
- ✓ *Desenvolvimento de habilidades gerais de exploração:* os alunos desenvolveriam habilidades gerais de investigação; Desenvolvimento do raciocínio, lógico e dedutivo em geral.
- ✓ *Compreensão do papel sócio-cultural da Matemática*: os alunos analisariam como a Matemática é usada nas práticas sociais; Desenvolvimento do aluno como cidadão crítico e transformador de sua realidade. [grifos nossos].

Burak (1992) complementa que a Modelagem pode colaborar para "*construir uma atitude científica do estudante perante o Mundo*", proporcionando experiências que ajudem a refletir e difundir a Ciência, estimular a criatividade e a curiosidade científica dos jovens, adquirir a confiança na capacidade de fazer Matemática, aprender a dar valor à Matemática.

Para Bassanezi (2002), a utilização da Modelagem para o ensino-aprendizagem da Matemática, além de tornar um curso desta disciplina atraente e agradável, pode levar o aluno a: desenvolver um espírito de investigação, utilizar a matéria como ferramenta para resolver problemas em diferentes situações e áreas, entender e interpretar aplicações de conceitos matemáticos e suas diversas facetas, relacionar sua realidade sócio-cultural com o conhecimento escolar e, por tudo preparar os estudantes para a vida real, como cidadãos atuantes na sociedade.

3.12.2 Argumentos desfavoráveis

Embora sejam vários os argumentos favoráveis para o uso da Modelagem, há alguns obstáculos, principalmente na aplicação de Modelagem como processo de ensino-aprendizagem em cursos regulares. Blum & Niss (1991) e Bassanezi (1994, 2002) apud Ferreira (2003, p. 59), destacam os seguintes obstáculos:

1. Obstáculos instrucionais – o processo de Modelagem pode ser um caminho muito lento, devido ao seu envolvimento interdisciplinar, não dando tempo para cumprir todo o programa. Por outro lado, alguns professores têm dúvida se as aplicações e conexões com outras áreas fazem parte do ensino da Matemática. Bassanezi (2002, p.37), aponta que as escolas exigem que programas dos cursos regulares devam ser cumpridos integralmente e, como a Modelagem é um processo demorado isto pode não acontecer.

2. Obstáculos para os estudantes - os alunos estão acostumados com o professor sendo o transmissor de conhecimentos, e quando são colocados como o centro do processo ensino-aprendizagem, podem se sentir incapazes e se tornar apáticos nas aulas. No ensino tradicional, os alunos simplesmente seguem receitas, sendo mais simples, e ao mesmo tempo, atingem o objetivo que é obter boas notas. Além disso, a formação de uma classe heterogênea pode dificultar a conexão dos conhecimentos teóricos com a situação prática. Se o tema escolhido não for motivador para a classe, pode haver desinteresse. Franchi (1993) revela que, ao incorporar Modelagem Matemática em suas aulas regulares, os seus alunos se sentiram apáticos ao indagar e investigar situações reais. É comum os alunos pedirem por aplicações de Matemática e isso pode ser alcançado ao se envolverem com Modelagem Matemática, porém poderão surgir aplicações com alto grau de dificuldade, desestimulando muitas vezes o corpo discente.

3. Obstáculos para os professores - muitos professores que não se sentem à vontade com o desenvolvimento da Modelagem, podem sentir sua autoridade ameaçada por falta de conhecimento do processo ou por medo de se depararem com situações embaraçosas quanto às aplicações da Matemática em outras áreas. Acreditam também que perderão muito tempo para preparar as aulas, além disso, não terão disponibilidade para realizar atividades desta natureza e cumprir todo o programa.

Para Bassanezi (2002, p.37), “apesar de todos os argumentos favoráveis ao uso da Modelagem Matemática, muitos colocam obstáculos, principalmente quando aplicada em cursos regulares”, tais como:

- ✓ O programa dos cursos regulares que devem ser cumpridos integralmente e, como a Modelagem é um processo demorado isto pode não acontecer.
- ✓ O aluno está acostumado ao ensino tradicional e com o uso da Modelagem ele pode se perder ou tornar-se apático.
- ✓ Na Modelagem o aluno passa ser o centro do processo de ensino-aprendizagem, ou seja, ele é responsável pelos resultados obtidos e pela dinâmica do processo, logo, a aula poderá caminhar mais devagar.
- ✓ Com classes heterogêneas e com muitas dificuldades em relação aos conhecimentos, o tema escolhido pode ser interessante e motivador para uns e desinteressante e desmotivador para outros.

Barbosa (1999), em um estudo feito para saber o que os professores pensam sobre a Modelagem, concluiu que eles reconhecem obstáculos para implementá-la, embora concordem que traz vantagens para a aprendizagem Matemática.

Neste sentido, percebe-se também que há certo receio em conduzir as atividades devido ao seu despreparo e, desta forma, contribuir para o enfraquecimento da autoridade do professor em sala de aula, pois os alunos possuem liberdade em seus processos de aprendizagem. Também ocorre a cobrança por parte de supervisores e diretores na preparação para o vestibular, deste modo não sobra tempo para desenvolver atividades extras como a Modelagem.

3.13 Proposta de como avaliar um trabalho de Modelagem Matemática.

"Aprender é construir significados e Ensinar é oportunizar essa construção". Vasco Pedro Moretto

O processo de ensino através da Modelagem Matemática busca uma mudança na maneira de conceber a aprendizagem e de abordar os conteúdos matemáticos. Isto implica também em mudar o modo de avaliar e seus objetivos. Ao repensar as idéias que ainda predominam sobre a avaliação atual em Matemática, como avaliar apenas o que os alunos memorizam de regras e esquemas, observa-se que esse tipo de avaliação é muito limitado, uma vez que não leva em conta a compreensão dos conceitos, o desenvolvimento de atitudes e procedimentos, nem tampouco a criatividade nas soluções.

Pensando bem é sempre um problema, mas não é só na Educação. Em todo e qualquer trabalho que se preze, avaliar é preciso. Não há como planejar algo novo sem antes olhar para trás e fazer aquelas perguntas fundamentais de qualquer avaliação: O que foi bom? O que não foi bom? O que podia ser melhor? Entretanto, sabemos que nem sempre é um momento que agrada. Talvez seja porque ao avaliar um processo, as pessoas envolvidas sentem o ego ferido diante de uma constatação de que uma função desempenhada por ela não foi boa ou poderia ser melhor. Por isso, poderíamos dizer que avaliar nem sempre é algo agradável, tanto para quem avalia quanto para quem é avaliado.

As diferentes formas e instrumentos de avaliação sejam elas atividades, provas, trabalho em classe e extraclasse, seminários e trabalho em grupo, participação ativa em sala de aula, quer seja oral ou escrita, são sempre processos complexos, os quais fazem parte do sistema educacional. A Avaliação fornece tanto para o professor quanto para o aluno, informações sobre o que está ocorrendo e sendo realizado na aprendizagem. Tem a avaliação um importante suporte para acompanhamento do aprendizado e fornecimento de “feedback”. Conforme meus estudos, acredito que a avaliação deve existir, mas não com esta concepção, segundo o qual, por um meio procura-se ‘medir’ e ‘classificar’ as pessoas com base em um mesmo referencial.

Segundo Oliveira (2005), avaliação pode ocorrer de três modalidades distintas, a saber: diagnóstica, somativa e formativa.

- **Avaliação diagnóstica**: (à priori) Leva em consideração a bagagem do estudante. (o antes)

Esta modalidade avaliativa tem por finalidade proporcionar informações acerca das capacidades da pessoa antes de iniciar um processo de ensino-aprendizagem propriamente dito, ou uma de suas fases. Além disso, pode permitir determinar a presença (ou ausência) de habilidades e pré-requisitos. Entre os instrumentos relacionados à avaliação diagnóstica, os mais comuns são os pré-testes e questionários visando posicionamentos em relação às habilidades que se deseja aferir. Estes instrumentos, em geral, buscam resgatar noções anteriores sobre determinados assuntos. Podem evitar introduções e/ou recapitulações desnecessárias, além de representar a possibilidade de aproveitar melhor o tempo do curso, permitindo adequar o conteúdo ao nível de quem aprende. Este tipo de avaliação é um auxiliar poderoso do planejamento, o qual deve permanecer aberto e flexível para os “encaixes” que este tipo de avaliação venha eventualmente proporcionar.

- **Avaliação somativa:** Leva em consideração a constatação dos resultados do processo. (o durante).

Este é o tipo de avaliação mais amplamente empregado, tanto no meio empresarial quanto acadêmico. Quando alguém utiliza as palavras “prova”, “teste”, “exame”, entre outras, está se referindo, na maior parte das vezes, a esta modalidade avaliativa. Enquanto a avaliação diagnóstica não atribui nota ou grau de classificação, a avaliação somativa sempre o faz – e nem poderia ser diferente, pois sua finalidade básica é aferir o domínio alcançado sobre determinado assunto durante e ao final de um período qualquer (final de um curso, de um módulo, de um mês/bimestre/semestre, etc.).

A atribuição da nota resultante da aplicação de um instrumento somativo pode ser comparada a uma fotografia: registra-se ali um momento de verificação, por si só incapaz de fornecer um diagnóstico amplo de aprendizagem. A avaliação somativa não deve ser desprezada, mais que isso, é preciso reconhecer que alguns processos de ensino-aprendizagem, por razões institucionais/legais, exigem a atribuição de um conceito, uma nota, o que gera uma classificação, uma hierarquia. Mas avaliar não é classificar, simplesmente. A classificação pode ser, se necessária, um dos múltiplos aspectos de um processo avaliativo mais amplo. Sendo assim, não é recomendável buscar os julgamentos sobre aprendizagens somente em instrumentos de caráter somativo.

- **Avaliação formativa:** Leva em consideração o resultado a partir do acompanhamento contínuo e dinâmico. (o depois).

Talvez esta seja a modalidade de avaliação menos praticada, em todos os âmbitos, principalmente na educação conservadora, pois ela é função da tradição classificatória que vigora na sociedade contemporânea; tradição que reduziu a avaliação ao caráter simplista da prova isolada, aplicada no final de um curso. As finalidades deste modelo não envolvem apenas a atribuição de nota, mas o recolhimento de subsídios para que estudantes e professores recebam “feedbacks” consistentes sobre a trajetória que realizam em um curso.

Envolve a chance de analisar resultados provisórios e efetuar correções de rumos, além de posicionar os participantes do processo de ensinar/aprender em relação as suas conquistas, prioridades, defasagens e objetivos. Tais pontos revelam consistências indicadoras do conhecimento que precisa ser mais amplamente consolidado para ser usado no futuro. Ao obter semelhantes informações com o uso de instrumentos formativos, os professores podem refazer estratégias e reformular o planejamento.

Os estudantes, por sua vez, podem solicitar apoio de maneira mais eficiente e administrar melhor o tempo, dedicando-se ao estudo de pontos que considerem mais necessários. E isso no espaço do curso, quando ainda é possível reorientar, corrigir, mudar. A avaliação formativa é, portanto, processual, continuada, o que significa que sua prática acompanha o processo integralmente.

Os três mecanismos de avaliação mencionados acima são sugestões e devem conter múltiplos aspectos nas atividades de Modelagem Matemática. Acima de tudo, na avaliação seria necessário compreender o significado de certo conhecimento para a maturação global do aluno.

D'Ambrosio (2000) afirma que:

> *"as avaliações como vêm sendo conduzidas (...), pouca resposta tem dado à deplorável situação dos nossos sistemas escolares. Além disso, tem aberto espaço para deformações às vezes irrecuperáveis, tanto em nível de alunos e professores, quanto de escolas e do próprio sistema".*

Segundo Biembengut (2000), é fundamental que o professor adote uma teoria de avaliação que leve em conta a mensuração do aprendizado do aluno. Essa avaliação pode ser objetiva, através de comunicação de resultados (decisões, inferências, opiniões), provas, exercícios e trabalhos (Organização do trabalho escrito e exposição oral), ou subjetiva, embasada na observação do professor, dentre elas destacamos: participação, assiduidade, cumprimento de tarefas e relatórios, espírito comunitário, qualidade dos questionamentos. A avaliação deve ser entendida, também, como um instrumento de análise do trabalho do professor, permitindo o seu redirecionamento, se necessário.

A escola tem assumido a responsabilidade de preparar nossos jovens para o melhor desempenho em uma sociedade contraditória, desigual e competitiva, em que os pontos de partida e de chegada nem sempre são os mesmos para todos. Na perspectiva atual de um currículo de Matemática para o ensino, novas funções são indicadas para a avaliação, nas quais se destacam uma dimensão social e dimensão pedagógica.

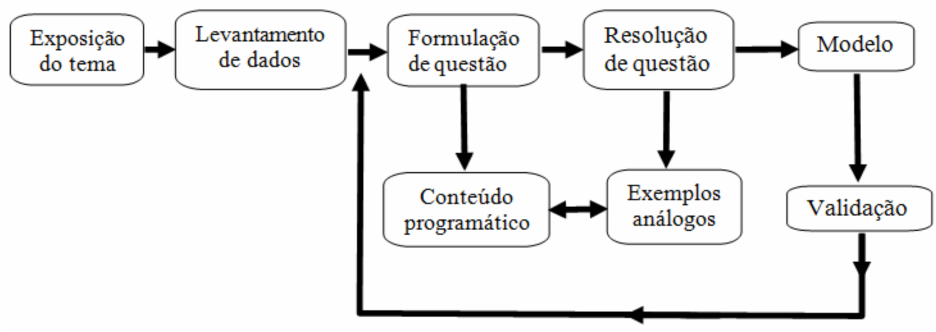
- **Dimensão social:** atribui-se a função de fornecer aos estudantes informações sobre o desenvolvimento das capacidades e competências exigidas socialmente, a fim de que possam exercer sua cidadania e inserir-se no mercado de trabalho.

- **Dimensão pedagógica:** atribui-se a função de fornecer aos professores informações do que está ocorrendo na aprendizagem, para que este se conscientize e trace novas metas ou estratégias.

3.14 Sugestão para realização das primeiras tarefas de Modelagem na sala de aula.

Nesta direção, reconhecemos que o ambiente de ensino e aprendizagem pelo uso da Modelagem Matemática, traz a possibilidade de desenvolver nos estudantes a atuação como sujeitos de seu aprendizado, provendo, durante o cumprimento das etapas requeridas, a aprendizagem do conteúdo, contextualizando-o a partir de um problema real a ser investigado e ainda proporcionando o ganho de benefícios extra-matemáticos à medida que estimula o conhecimento reflexivo e a tomada de decisões. Isso é o que D'Ambrosio (1986, p. 44), chama de o *"verdadeiro espírito da Matemática"* e talvez, o objetivo maior do seu ensino.

De acordo com Biembengut (2000), o ensino com Modelagem Matemática, abrange cinco momentos: diagnóstico, escolha do tema ou modelo matemático, desenvolvimento do conteúdo programático, orientação de Modelagem, avaliação do processo. Para orientar e acompanhar os alunos no desenvolvimento do trabalho, o professor deve fazer um planejamento que leve em consideração o número de horas-aula da disciplina e as etapas propostas pelo autor, que estão representadas no quadro abaixo.



Quadro 3 – Seqüência de Modelagem em sala de aula proposto por Biembengut

Esses momentos estão apresentados e comentados na seqüência.

- **Diagnóstico:**

É o levantamento do perfil da turma, com os dados socioeconômicos dos alunos, suas metas e objetivos, o tempo de estudo disponível para o desenvolvimento de atividades extraclasse, o turno, enfim, as características determinantes do planejamento e dinâmica das aulas.

- **Escolha de um tema ou modelo matemático**: Definição do problema.

O professor pode sugerir temas abrangentes e motivadores, que desperte interesse dos alunos e sobre o qual, de certa maneira, seja fácil obter dados e informações. Os alunos também podem participar da escolha do tema para se tornarem participantes do processo e co-responsáveis pelo ensino-aprendizagem.

Segundo o autor, a opção por temas de interesse do aluno amplia a sua motivação para o estudo e o seu comprometimento com as tarefas inerentes ao trabalho com a Modelagem (investigações, construções de modelos, simulações, discussões de resultados, relatórios), além de gerar uma expectativa de como esse assunto vai relacionar-se com a Matemática. Esse relacionamento torna-se o principal responsável pelo desenvolvimento do conteúdo curricular.

- **Desenvolvimento do conteúdo programático**:

Esta fase é semelhante à do processo de Modelagem, não esquecendo que agora existe um conteúdo programático, vinculado ao currículo escolar, e que cabe ao professor fazê-lo fluir a partir do tema. Para tanto, o professor deve seguir as mesmas etapas e sub-etapas do processo de Modelagem, acrescentando o conteúdo matemático necessário ao desenvolvimento do modelo procurado.

Fazer esse relacionamento com o programa da disciplina é, na maioria das vezes, a atividade mais difícil para o professor, principalmente porque ele precisa realizar esse trabalho em sala de aula, muitas vezes sem ter tido a possibilidade de preparar suas atividades (os assuntos surgem em função dos problemas), com vários grupos reclamando a sua presença e com pouco tempo para refletir sobre as questões levantadas pelos alunos.

- **Orientação de Modelagem:**

Tendo como objetivo fazer modelos matemáticos, o professor deve criar condições que levem os alunos a essa autonomia, incentivando a pesquisa, promovendo a habilidade em formular e resolver problemas, despertando a criatividade. Consiste em Pesquisa exploratória (Levantamento de dados), Formulação de hipóteses e questões (Levantamento do(s) problema(s) ou situações problema), Resolução do(s) problema(s) e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema, Verificação e análise crítica das soluções. (Validade do modelo).

A necessidade de coleta de dados e de pesquisa sobre o assunto em estudo é uma característica importante do trabalho com a Modelagem no ensino e essas tarefas são, geralmente, realizadas em grupos de alunos. Os resultados dessas tarefas e a necessidade de se buscarem respostas para as questões levantadas por eles constituem-se no próprio embasamento das atividades didáticas relativas aos tópicos do programa do curso. E aí reside outra dificuldade para o professor, uma vez que tais atividades extraclasse se desenvolvem em ritmos e prazos diferentes, de acordo com dinâmicas próprias de cada grupo, o que representa séria ameaça para um desenvolvimento harmônico e tempestivo do programa.

Para tanto, o professor deve prover um ambiente com liberdade e descontração, estimulando a participação no grupo no qual o aluno está inserido, sem se esquecer de incentivar a criatividade individual. Desta forma, poderá obter resultados satisfatórios em relação ao aprendizado de Matemática.

- **Avaliação do processo:**

No ensino básico é fundamental que o professor leve em conta o real do aprendizado do aluno. Nessa avaliação temos que levar em consideração a capacidade para enfrentar e solucionar problemas, saber buscar e realizar pesquisa, comprometido com os objetivos propostos pelo grupo, organização do trabalho escrito, analisar, interpretar e argumentar sobre os resultados obtidos; consolidação de conhecimentos matemáticos e exposição oral comunicando seus resultados.

Nesse sentido, Chaves (2005, p. 26) apoiada em Bassanezi(2002), defende que em sua sala de aula:

> "*a utilização da Modelagem para o ensino aprendizagem da Matemática, além de tornar um curso de Matemática atraente e agradável, pode levar o aluno a desenvolver um espírito de investigação, utilizar a Matemática como ferramenta para resolver*

> *problemas em diferentes situações e áreas, entender e interpretar aplicações de conceitos matemáticos e suas diversas facetas, relacionar sua realidade sociocultural com o conhecimento escolar e, por tudo preparar os estudantes para a vida real, como cidadãos atuantes na sociedade".* Chaves (2005, p. 26)

Acrescento que na educação básica, podemos chegar ou não a um modelo. O importante é fazer o aluno se "aproximar" da Matemática, aprendendo técnicas para manipular dados, interpretar e re-interpretar dados, estabelecer uma rotina heurística (arte de inventar, de fazer descobertas), desenvolver a curiosidade, ser apto a experimentar e investigar qualquer problema proposto, enfim, criar atitudes positivas à disciplina, perder a repugnância e o medo da Matemática.

Adiciono ainda que é uma oportunidade de eliminar mitos típicos dos estudantes sobre a natureza da Matemática. Dentre eles destaco:

- Os problemas matemáticos têm uma e somente uma resposta correta.
- Existe somente uma forma correta de resolver um problema matemático e, normalmente, o correto é seguir a última regra demonstrada em aula pelo professor.
- Entender Matemática é somente memorizá-la e aplicar mecanicamente aquilo que aprenderam, pois geralmente não tem nada a ver com o mundo real.

Finalizando, para Huppes (2002, p.86) "*aprender explorando*" é a proposta para envolver os estudantes na sua própria aprendizagem, deixando-os aprender executando tarefas com as quais eles se preocupam. Esse envolvimento poderá ser o meio para que a mudança educacional em massa aconteça neste país. Segundo o autor a interatividade (relação aluno x aluno, aluno x professor, aluno x tecnologia e aluno x conteúdo), tem gerado melhorias significativas na Educação e seus benefícios futuros serão grandes. "*Se elas não puderem ser alcançadas, as conseqüências futuras podem ser sérias, aumentando as desigualdades cada vez mais profundas na sociedade*". Para Moran (1998, p.86), apud Huppes (2002,p.87) a interação traz benefícios *"quando o aluno desenvolve a aprendizagem cooperativa e a pesquisa em grupo, há troca de resultados".* Dessa forma *"a interação bem sucedida aumenta a aprendizagem".*

CAPÍTULO IV

PROCEDIMENTOS DA PESQUISA E METODOLOGIA DO TRABALHO.

Procuramos neste capítulo apresentar a nossa proposta metodológica que norteou a pesquisa de campo e das análises. Iremos tratar da metodologia de pesquisa que melhor nos forneça elementos para responder à questão. A seguir apresentaremos o perfil de nossos sujeitos bem como os instrumentos de coleta de dados e dos critérios de análise da investigação desenvolvida na pesquisa. Finalmente o roteiro das entrevistas.

4.1 Pesquisa Qualitativa.

Este trabalho consiste em uma pesquisa de campo qualitativa realizada durante um mini-curso para professores de Matemática da rede pública do Estado de São Paulo. Pressupõe o contato direto entre o pesquisador com o professor que está sendo investigado, analisando através de entrevistas, questionário avaliativo, observações dos participantes e suas dificuldades. Possui um caráter colaborativo com outras pesquisas que estão sendo estudadas, visando à melhoria da qualidade do ensino de Matemática. Segundo Fiorentini (2006), trata-se de uma pesquisa-ação por se tratar de um processo investigativo, intencionado, planejado e sistemático, cujos objetivos são comuns a um grupo e todos os trabalhos se apóiam mutuamente.

Procuro caracterizar o conceito de modelo e Modelagem, a partir de literatura científica existente sobre o assunto. Serão apresentados alguns exemplos e experiências do dia-a-dia, que professores poderão utilizar na sala de aula, usando a Modelagem como ferramenta de aprendizagem Matemática.

4.2 Descrição das Etapas e Aspectos do Projeto.

Resumo do Projeto:

Oferecer um mini-curso de Especialização em Modelagem Matemática para professores. Projeto enviado às Diretorias de ensino de Diadema e Leste 3, conforme ANEXO I.

Os objetivos do projeto são:

Em primeiro lugar, o professor que deseja ensinar Matemática usando a metodologia da Modelagem, precisa aprender a fazer Modelagem, em sua essência, conhecer o processo de desenvolvimento em suas raízes e utilizá-la como estratégia de ensino da Matemática usando procedimentos, rotinas e modos adequados.

Metas Gerais: Mostrar algumas maneiras de se organizar e de se conduzir atividades de Modelagem Matemática em sala de aula, para que sirvam de inspiração a professores desejosos em utilizar a referida estratégia de ensino-aprendizagem em suas respectivas realidades educacionais.

Metas Específicas: aprofundar o conhecimento científico e técnico de professor de Matemática, trabalhar a Modelagem Matemática como uma estratégia de Ensino-Aprendizagem de conceitos matemáticos, valorizando-os num contexto multidisciplinar e interdisciplinar, valorizar o conhecimento de cada participante do curso na construção de modelos matemáticos de situações reais, transferir conhecimentos adquiridos na graduação e na sua experiência como docente, aos estudantes dos ensinos Fundamental e Médio.

Considero como propósito e alvo principal o desenvolvimento de professores conhecedores do que seja Modelagem e tornam-se agentes multiplicadores desta metodologia no futuro. Visa resgatar a importância da discussão teórico-metodológica para a compreensão do campo de pesquisa participante, percebida e entendida como a alternativa epistemológica, na qual, professores pesquisadores e pesquisados tornam-se sujeitos ativos da produção do conhecimento.

Incorporar as noções de sentido e significado às situações de ensino e aprendizagem da Matemática. Procuro apontar uma mudança de estilo na prática educativa, no qual proponho demonstrar uma alternativa de como ensinar e aprender Matemática através de situações reais, de modo que se torne importante para os alunos.

Mostra-se que tal alternativa contribui para a luta contra as ações destituídas de sentido na sala de aula e permite ao aluno perceber a importância da Matemática escolar. É com esta perspectiva que introduzo as atividades de Modelagem Matemática, com a finalidade de atribuir sentido e construir significados para Matemática, conforme propostas dos PCN, o qual demanda situações de ensino e aprendizagem que induzam relações entre a Matemática e a vida dos alunos.

4.3 A Descrição e Carga Horária.

O trabalho de investigação foi desenvolvido em dois mini-cursos em momentos distintos, realizados em quatro encontros cada.

O primeiro nos meses de março e abril de 2007, realizado na oficina pedagógica da Diretoria de ensino da cidade de Diadema. O segundo nos meses de maio e junho de 2007, realizado na oficina pedagógica da Diretoria de Ensino Leste 3 da Cidade de São Paulo.

O mini-curso teve duração de 16 (dezesseis) horas, sendo quatro encontros e quatro horas. As atividades foram feitas em pequenos grupos e o questionário de forma individual.

O encontro teve início com a apresentação do pesquisador e qual o propósito do curso, pois era necessário que os participantes estivessem cientes do trabalho e da importância da sua colaboração. Foi comunicado ainda que fotos seriam tiradas com objetivo de mostrar o desenvolvimento das atividades e trabalhos, e que as identificações dos presentes não seriam reveladas no trabalho, em hipótese alguma.

Programação:

Primeiro encontro:

Foi feito um questionário, conforme Anexo II, para conhecer os professores da região, e também sobre as idéias que eles possuíam sobre Modelagem, entre outras questões. Em seguida foi apresentada uma Palestra em Data-show, conforme anexo IV, contendo exposição da importância da Matemática e a crise no ensino, tendências da Educação Matemática, mostra das propostas de reforma educacional e melhoria da qualidade de ensino. Dentre as tendências, destacamos a Modelagem em breve base teórica, os principais pesquisadores e as vertentes desses temas. Procuramos responder às seguintes questões: O que é Modelagem Matemática? De que forma podemos utilizá-la em nossas salas de aula? Os professores estão preparados para usar esta metodologia?

Segundo encontro:

Voltou-ser às idéias do encontro anterior com retomada das definições e conceitos, e em seguida, mostras de exemplos e atividades de Modelagem Matemática para o Ensino Fundamental e Médio, com seus respectivos critérios de elaboração. Levantamento de possíveis problemas para a aplicação das atividades de Modelagem por parte dos alunos, professores e instituições.

Terceiro Encontro:

Etapa 1: Apresentação aos professores o cálculo da área de um quadrilátero por meio da Modelagem. Por não ter tempo para pesquisas fora da oficina, a situação foi apresentada como sendo "*Caso 1*", segundo Barbosa, no qual os dados estão no problema fornecido pelo professor. Assim, foi apresentada a Escritura de um Imóvel e as informações necessárias à sua resolução.

Etapa 2: Esta operação foi denominada como "Mão na Massa" e nela os professores fizeram a criação de um modelo de uma situação cotidianas e concretas. Nesta fase, analisou-se as dificuldades de se trabalhar com uma situação real e como encaminhar uma atividade de Modelagem.

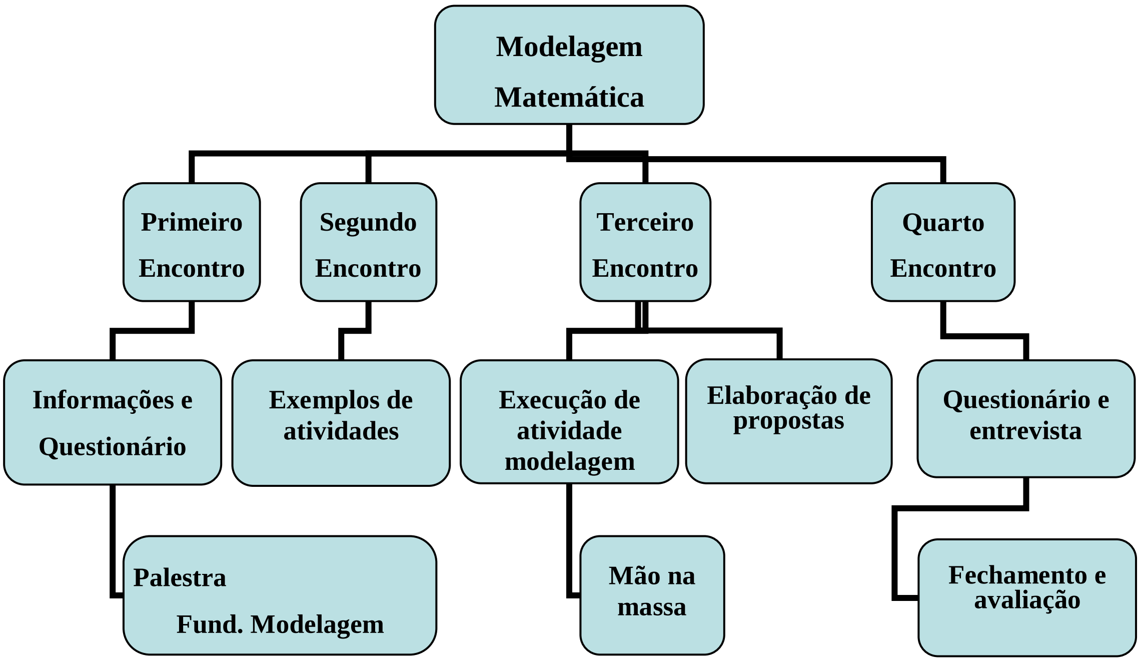
Foi solicitado aos professores participantes do mini-curso a elaboração em grupo de atividades e temas, os quais servirão de sugestões para serem trabalhados no ensino básico.

Quarto Encontro:

Foram feitos debates, questionamentos e troca de experiências entre professores. Neste dia, procurou-se responder o seguinte: É possível utilizar a Modelagem Matemática em nossas salas de aula? Como elaborar uma atividade de Modelagem? Como é possível orientar os professores a redirecionar a Matemática a usar situações reais e do cotidiano?

Breve análise conjunta das atividades feita pelos alunos e entrevista com dois professores, doravante denominados Professor “A” e Professor “B”, para sentir suas dificuldades e motivações em trabalhar com Modelagem e verificar a viabilidade do uso da Modelagem no Ensino Básico.

Para maior clareza e entendimento, os encontros foram distribuídos conforme o organograma abaixo:



Quadro 4 - Organograma do Mini curso

4.4 Participantes da pesquisa.

Este trabalho trata de uma situação planejada, que traz no seu contexto a realização de um mini-curso de Modelagem no ensino de Matemática para professores desta disciplina e, portanto, considera como sujeito da pesquisa, o próprio professor.

Os professores envolvidos na pesquisa são todos da rede pública do Estado de São Paulo e foram convidados pelos ATPs (Assistentes Técnico-Pedagógicos – Oficina) a comparecer na “Orientação Técnica de Matemática”.

Participaram da pesquisa inicialmente, ou seja, no primeiro encontro, vinte e quatro professores da Diretoria de Ensino Diadema e trinta e um professores da

Diretoria de Ensino Leste 3 da Cidade de São Paulo, totalizando cinqüenta e cinco inscritos. No segundo encontro desistiram oito professores, cinco no terceiro encontro e dois no último num total de quinze professores desistentes. Desta forma, foram considerados para efeito de pesquisa somente quarenta professores, os quais participaram de todos os encontros.

Tabela 1 – Comparecimento nos encontros

Local	Quantidade			
	1° encontro	2° encontro	3° encontro	4° encontro
Leste 3	31	27	23	22
Diadema	24	20	19	18
Total	55	47	42	40

Fonte: Lista de presença no mini-curso. Anexo V (Tabulação dos dados)

Dos participantes de Diadema, podemos observar que quatro professores desistiram após o primeiro encontro, um no segundo e outro após o terceiro. Já na Leste 3, percebemos a desistência de quatro professores após o primeiro encontro, quatro no segundo e um após o terceiro encontro.

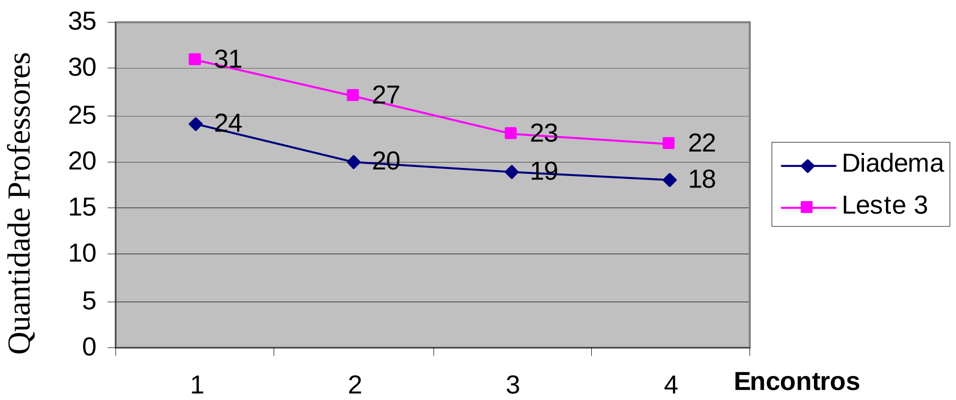


Figura 5 – Gráfico das presenças nos encontros

Na tabela acima, pode-se constatar que dos cinqüenta e cinco inscritos, houve uma desistência de quinze professores, representando 27,3% no total de participantes. Diante dos dados, podemos constatar que em Diadema houve vinte e quatro inscrições, dos quais desistiram seis professores (25% dos inscritos).

Quanto aos professores da Leste 3, houve trinta e uma inscrições, dos quais desistiram nove professores (29,0% dos inscritos).

Não satisfeito com as desistências dos professores, procurei saber os motivos pelo qual abandonaram o curso. Pensei em vários fatores tratando da qualidade do curso, como por exemplo: conteúdo do curso não despertou interesse, ou curso cansativo e desgastante, ou por ser a Modelagem complicada demais, ou não gostaram da proposta e consideram-na inviável no Ensino Básico, falta de motivação, etc.

Surpreendentemente, a causa da desistência, nada tinha com o curso propriamente dito. Dentre os quinze que desistiram, cinco deles alegaram não ter tempo para dedicação ao curso, pois trabalhavam em vários lugares, para ter uma renda digna e sustentar sua família. Dois foram morar em outra cidade, inclusive pedindo remanejamento do local de trabalho e largaram suas aulas. Seis deram como desculpa sua desorganização pessoal e que no momento, não havia condições de estudo de coisa nenhuma, uma vez que não poderiam se dedicar nos encontros. Um deles se afastou por problemas de saúde e outro não foi encontrado para justificar o abandono do curso. Segundo informações da escola que trabalha, ele teve que viajar às pressas para o norte (terra de seus pais), e voltaria somente após o término do curso.

Conforme o andamento do curso, prossegui nas investigações e foi possível entender que a questão da “falta de tempo” e “não ter cabeça para pensar em outras coisas” naquele momento estava relacionada ao “fator novidade”, pois, acredito eu, movimentar-se em direção a nova tendência, fora do tradicional, pode causar medo ou embaraço, levando a imprevistos que podem demorar em ajustar-se à nova temporalidade, causando insegurança.

4.5 A coleta de dados e os registros.

Conforme o plano de nossas atividades, a organização da pesquisa e a coleta de dados aconteceram da seguinte forma:

- Considerações iniciais – Aplicação de um questionário objetivando conhecer os sujeitos da pesquisa (Anexo II) no início do primeiro encontro.

O questionário foi desenvolvido em uma seqüência de tal forma que pudessem ser adquiridos os materiais necessários para a confecção da coleta de dados.

- Durante a realização do mini-curso, foram coletados dados referentes à presença e desenvolvimento dos professores durante as atividades propostas.

Nesta fase procurei estar atento a todas as manifestações, envolvimento nas discussões e participação das atividades.

- Execução de entrevistas (Anexo III) no quarto encontro, objetivando o conhecimento adquirido no curso.

Depois de realizadas as entrevistas, feitas as transcrições, passou-se à fase da textualização e análise das mudanças de comportamento e atitudes em relação à metodologia, cujo objetivo era elaborar um texto estruturado, não deixando de apresentar todas as considerações dos entrevistados, fazendo um (re) arranjo, respeitando as considerações de cada um.

4.6 Roteiro de Perguntas (Questionário 1) e objetivos.

O questionário, conforme Anexo II, foi elaborado a fim de conhecer os professores e também as idéias e conhecimento que possuem sobre Modelagem, entre outras questões, foi assim composto:

PARTE 1

Pergunta 1 – Referente à idade e sexo.

Objetivo: Conhecer características dos sujeitos, neste caso os professores.

Pergunta 2 - Referente local de trabalho.

Objetivo: Conhecer que tipo de escola o professor trabalha: Escola da rede Pública, Particular ou Técnica Profissionalizante.

Pergunta 3 – Referente à formação e gosto pela profissão.

Objetivo: Conhecer o nível de formação do sujeito: Curso Normal, Graduação, Complementação, Especialização, Mestrado ou Doutorado. E ainda se o participante do mini-curso gosta ou não da profissão de professor.

Pergunta 4 – Referente ao tempo de formado e quanto tempo leciona.

Objetivo: Verificar a experiência profissional de cada professor.

Pergunta 5 – Referente às séries do ensino que costuma trabalhar e qual o número de aulas semanais.

Objetivo: Identificar em que nível de ensino o professor leciona e o seu tempo para preparar suas aulas e investir no seu auto-aprimoramento.

Pergunta 6 – Referente a quantas escolas trabalha atualmente.

Objetivo: Diagnosticar a correria que geralmente sofrem os docentes que trabalham em várias escolas, e o tempo de trabalho durante o dia, como é dividido: parte em sala e parte no deslocamento entre as escolas.

Pergunta 7 – Referente a outras atividades além da docência.

Objetivo: Verificar o que mais pode fazer o professor, além de lecionar para poder ter uma renda que satisfaça suas necessidades financeiras. Saber se o sujeito dedica-se somente a atividades educacionais, ou se tem uma segunda opção.

Pergunta 8 – Referente a congressos, seminários ou encontros.

Objetivo: Verificar se os professores costumam freqüentar ou participar de eventos na área de Matemática, por livre e espontânea vontade.

Estas respostas estão tabuladas e analisadas no Anexo V.

PARTE 2

Pergunta 9 – Referente a tendências da Educação Matemática.

Objetivo: Verificar se os professores conhecem alguma tendência trabalhada nos últimos 20 anos na área de Matemática. Dentre elas apresentamos a Resolução de Problemas, Etnomatemática, Jogos Matemáticos, Desafios Quebra-cabeças, o uso da tecnologia TICs, História da Matemática, Tarefas Investigativas e Modelagem Matemática. Caso conheça ou não, conferir quais tendências pode haver mais afinidade ou simpatia. E também, verificar sua propensão, intenção e disposição natural para qual proposta desejam conhecer melhor.

Pergunta 10.a – Referente ao problema do ensino de Matemática. (causas)

Objetivo: Verificar quais motivos os professores apontam para o insucesso do ensino da Matemática e o baixo rendimento.

Pergunta 10.b – Referente ao problema do ensino de Matemática. (sugestões)

Objetivo: Verificar quais sugestões ou soluções possíveis os professores apontam para favorecer a aprendizagem de Matemática

Pergunta 11 – Referente à profissão de professor.

Objetivo: Verificar o que os professores acham da sua profissão e falam dela para outros que a queiram seguir.

Pergunta 12 – Referente a propostas de trabalho e melhoria do ensino.

Objetivo: Verificar se os professores possuem projetos que pretendem fazer e que por vezes não conseguem por em prática.

Pergunta 13 – Referente à Matemática na formação do cidadão.

Objetivo: Verificar o que os professores falam da importância da Matemática na formação do cidadão.

Estas respostas estão analisadas no Capítulo VI.

4.7 Roteiro da entrevista semi-estruturada.

Na elaboração do roteiro da entrevista semi-estruturada atentei para que esse não se constituísse em uma “camisa de força” e trouxesse constrangimento ao entrevistado, alterando a dinâmica natural da entrevista. Assim tentei direcionar as questões de modo a obter os dados considerados necessários para uma conclusão consistente e substantiva.

A preocupação foi a de não estabelecer perguntas fechadas, mas algumas que orientassem a entrevista para o objetivo proposto. Havia uma ordem a ser seguida, previamente preparado, mas prevalecia à vontade de estabelecer uma relação dialógica entre o entrevistador e o sujeito, deixando-o livre para se colocar sobre o assunto.

O roteiro da entrevista semi-estruturada foi elaborado utilizando uma análise, à priori, que levou em consideração os seguintes aspectos: as possíveis maneiras de abordar as questões, evitar a indução das respostas, prever os possíveis conhecimentos adquiridos sobre as estratégias de Modelagem Matemática e as perspectivas de uso no futuro em suas salas de aula.

Entrevista (realizada depois do mini-curso) Anexo III

Pergunta 1 - Fale da sua formação. Já tinha visto alguma coisa em termos de Modelagem?

Objetivo: Conhecer o perfil do professor e sua trajetória profissional. Identificar a presença e a valorização da Modelagem Matemática na sua graduação, cursos de capacitação ou eventos.

Pergunta 2 – Falando na Modelagem Matemática, você a considera uma alternativa viável para se aprender Matemática no Ensino Médio? Tem alguma vantagem?

Objetivo: Investigar o que o professor pensa a respeito da Modelagem. Se ela realmente possibilita o acesso ao conhecimento matemático, a partir do conhecimento cotidiano.

Pergunta 3 – Você acha que a Modelagem resgata o gosto e o interesse pelas aulas, trazendo motivação para o aluno, já que ele passa a participar ativamente da aula, dando opiniões que serão levadas em conta pelo professor?
Objetivo: Investigar se existem vantagens e desvantagens, ao fazer atividades de Modelagem e estarem motivados para aprender.

Pergunta 4 – Agora falando da Modelagem e você como professor. Como você trabalharia as atividades de Modelagem na sua sala de aula? Você sente-se preparado para desenvolver atividades com Modelagem?
Objetivo: Investigar se o professor reconhece que a Modelagem Matemática é uma forma de vivenciar a Matemática não como um conhecimento pronto e acabado, mas como uma forma de construir esse conhecimento. Usando fatos reais os alunos podem dar mais valor à Matemática.

Pergunta 5 – A Modelagem não elimina o conteúdo matemático tradicional. Ela sugere mudanças no sentido de aproximar a disciplina da realidade do aluno. O que ela contribui para a formação do cidadão da atualidade?
Objetivo: Investigar se o professor percebe na Modelagem, uma alternativa para que os alunos realmente aprendam Matemática e aprendê-la em um nível suficiente para ser aplicada em problemas de outras áreas, sobretudo, saibam utilizá-la no seu cotidiano.

Pergunta 6 – O curso atendeu às suas expectativas?Tem alguma sugestão?
Objetivo: Investigar se o professor teve um bom aproveitamento do curso, suas impressões e suas sugestões ou críticas.

4.8 Atividades.

As atividades foram planejadas com base em situações reais e temas transversais, visando trabalhar a Modelagem Matemática dentro dessa perspectiva.

De início apresentei algumas situações da realidade e estratégias possíveis para sua exploração em sala de aula, de modo a construir um modelo matemático que explique a solução para o problema. Após exemplos, passamos para situação de execução de uma tarefa de Modelagem pelos próprios professores. Ou seja, estudar e criar um modelo matemático que represente o número tamanho da calça jeans de uma pessoa de acordo com a medida do quadril. Para tanto foi distribuído o Anexo VII, para coleta de dados coletivamente e depois, separados em grupos para elaboração dos modelos. Esta atividade será descrita inteiramente no próximo capítulo.

Por não haver muito tempo no mini-curso para propor outras atividades de interesse deles, apresentei a Modelagem de uma situação real desenvolvida com alunos do Ensino Médio, referente ao cálculo da área de um terreno qualquer. Mostrei a todos a Escritura de um imóvel para explorar e verificar se a área do terreno constante na escritura estava realmente correta. Nesta situação, os alunos procuraram calcular a área fazendo o uso de modelos já conhecidos, conforme será relatado também no próximo capítulo.

Procurei no curso integrar a teoria e prática nas atividades propostas, no qual, o professor tenha amparo e conhecimento seguro sobre Modelagem para poder aplicar nas suas aulas. Diante disso, adquirir firmeza e convicção do uso da Modelagem, passando a ser agente multiplicador desta estratégia de ensino.

CAPÍTULO V

EXPERIÊNCIAS E SITUAÇÕES DE MODELAGEM.

Meu objetivo neste capítulo é apresentar atividades de Modelagem Matemática. Tais atividades têm a finalidade de auxiliar a construção do conhecimento científico dos professores e, com isso, fazer com que se sintam seguros em “inovar” suas aulas de Matemática e, de certa forma, propor uma mudança na postura do professor em sala de aula. Este trabalho é coletivo e possibilita o enriquecimento com a troca de idéias e experiências entre professores, promovendo o conhecimento e o uso de diferentes recursos metodológicos.

A primeira atividade foi desenvolvida por alunos do ensino médio e apresentada aos professores do mini-curso, procurando mostrar aos professores, uma experiência que tive com meus alunos no segundo semestre de 2005.

A segunda atividade foi por mim denominada por “Mão na Massa”, desenvolvida em grupo durante o mini-curso sob minha orientação, no qual os professores foram convidados a atuar efetuando uma atividade de Modelagem Matemática, procurando proporcionar ao professor a vivência de uma aula de Matemática diferenciada, na qual a atividade experimental é incentivada e, a partir dela, articulada discussões de questões envolvendo reestruturação das ações interdisciplinares e transdisciplinares.

A “Mão na Massa” visa organizar o trabalho do professor e dos alunos, bem como a interação entre todos através da argumentação, da investigação e do registro da atividade. Tem como objetivo ao fazer Modelagem utilizando atividades experimentais, a compreensão de conceitos, procedimentos e processos, reconhecer manejo e técnicas necessárias para trabalho em sala. Desta forma, eu (no papel de professor-pesquisador) e os professores (sujeitos da pesquisa) realizamos observações em conjunto, bem como as ações do trabalho e conversamos sobre os resultados, formulando hipóteses e conclusões.

São observados objetos ou fenômenos do mundo real, próximo, perceptível e possível de experimentação. Durante as investigações surgem argumentos, raciocínios, discutem suas idéias e resultados, constroem seus conhecimentos. As atividades propostas quando bem elaboradas, contemplam o projeto pedagógico da escola, atendem às exigências curriculares da aprendizagem e propiciam autonomia aos alunos.

5.1 Atividade 1: Apresentada aos professores do mini-curso.

Trata-se de calcular a área de um terreno de medidas irregulares, totalmente murado e plano “por meio da Modelagem”. Neste momento, apresentamos um trabalho que foi desenvolvido em sala de aula com trinta e um alunos da rede Estadual, do 3° ano do Ensino Médio do período da manhã durante seis aulas, no último semestre de 2005, conforme artigo por mim apresentado no Ebrapem[14] de Belo Horizonte de 2006.

Em todo o processo de desenvolvimento da atividade, os alunos puderam contar com a ajuda e orientações do professor. De posse de uma escritura de compra e venda de imóvel, próximo à escola, solicitei aos alunos que conferissem se as informações constantes no documento eram verdadeiras. O imóvel constituía de um terreno de medidas irregulares, totalmente murado e plano.

Trecho da escritura:

> S A I B A M quantos esta pública escritura virem que aos vinte dois (22) dias do mês de março do ano de dois mil e quatro (2004), da Era Cristã, nesta Cidade [.....] o imóvel constituído pelo terreno de número [...], sito à rua [....],com área de 460,25 m^2 , com limites e confrontações de 12,00 metros de frente para a rua principal; 33,00 metros pelo lado direito de quem da referida rua olha para o imóvel,com o lote 06; 30,00 metros pelo lado esquerdo com o lote 04; e 18 metros de fundos com o lote 17, registrado no Cartório de Registro Imobiliário de [.....],com Matrícula [.....] Livro [...], fls.[...] ,....

---

[14] **EBRAPEM (**Encontro Brasileiro dos Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**)** é um espaço de discussão para pesquisadores juniores em Educação Matemática. Destinado ao debate, permite que o pesquisador iniciante discuta o seu processo de investigação e o “fazer” da sua pesquisa em andamento.

Com esta descrição, são lançadas duas perguntas:

1 – Como saber se a área indicada na escritura está realmente correta?

2 – Qual seria o modelo mais indicado para calcular a área do terreno?

A princípio comuniquei que seria uma atividade em grupo, feita em sala e depois conferida no local. Foram solicitados material de medição (trena), folhas de papel milimetrado tamanho A3, uma régua, compasso e esquadros.

Lendo a escritura, os alunos perceberam facilmente que se tratava de um terreno na forma de quadrilátero irregular de dimensões 12x30x33x18 metros. Formaram-se os grupos Grupo 1 (G1), Grupo 2 (G2), Grupo 3 (G3), Grupo 4 (G4) e Grupo 5 (G5), cada um com cinco alunos em cada e Grupo 6 (G6), com seis alunos. Solicitei para que cada grupo desenhasse no papel milimetrado o modelo do terreno, como quisessem, na escala 1:100 (lê-se, escala um para cem).

Embora os trabalhos fossem de cada grupo separado, as dúvidas eram esclarecidas no coletivo, uma vez que se tratavam do mesmo tema. Cada grupo tinha um aluno monitor que o representava, e todas as perguntas partiam sempre dele. Para melhor entendimento dos diálogos narrados abaixo entre o pesquisador e os alunos dos grupos, professor William doravante será demominado de “Will” e os grupos foram denominados de G1, G2, e assim sucessivamente.

Primeira Parte: Escalas

Várias perguntas surgiram:

G1 – Professor, o que é escala?

G4 – Por onde eu começo o desenho?

G5 – Os desenhos serão todos iguais?

Tive que intervir e fazer alguns esclarecimentos: explicar o que é uma escala, fazer alguns exemplos e demonstrações. Mostrei que desenhar o terreno em tamanho real no caderno seria impossível. Teríamos que reduzir as medidas para o tamanho da folha mantendo as proporções. Após breve revisão de conceito de razão e proporção, a classe concordou que representar cada metro como se fosse 1 cm.

Então, o que seria 1 cm no papel, representaria na realidade 1 metro. Mas como 1 metro é igual a 100 cm, costuma-se dizer: 1 cm no papel equivale a 100 cm na real ou escala um para cem, (1:100).

Sanadas as primeiras dúvidas, apareceram outras.

G2 – Ah, professor, então 12 metros vão representar 12 centímetros, 30 metros vão representar 30 centímetros e assim por diante?

Will – Correto. Agora é só efetuar o desenho.

G4 – Mas não vai caber no caderno! O desenho é muito grande.

Will – Por isso que foi solicitado que cada grupo trouxesse uma folha de papel A3.

G3 – Professor, vou fazer primeiro um rascunho no caderno. Um centímetro valendo 10 metros, pode?

Will – Claro que pode. Que escala é esta?

G3 – Não sei? Como faço para saber?

Novamente tive que fazer explicações sobre razão e proporção, e ainda, a relação entre o tamanho real e o desenho no papel. Chegamos à conclusão que 1centímetro no papel equivale a 10 metros no real. Sabendo-se que cada metro tem 100 centímetros, chegamos à escala 1cm:1000cm. Assim a escala seria 1:1000.

Segunda Parte: Explicado o que é escala, fomos aos desenhos com as dimensões da escritura e todos preferiram fazer primeiro o rascunho, antes de passar para o papel milimetrado A3. Trata-se de um quadrilátero irregular (12x30x33x18 metros) e sem nenhuma informação adicional.

Deixando a critério dos alunos, quatro modelos de desenhos foram apresentados e cada um com um formato diferente. Para facilitar o esboço do terreno, os grupos aproveitaram os traços do papel milimetrado, usando o ângulo de 90°. Dois grupos começaram pela frente com o âng ulo reto (90°) na direita. Dois outros com o ângulo reto na esquerda. Como a maioria começava por um ângulo reto em um dos cantos, questionei:

Will – Onde está na escritura que um ângulo é reto?

Um espanto geral na sala. Imediatamente alguns apagaram o que estavam fazendo e perguntaram:

G2 – Como assim?

G1 – Posso fazer como eu quiser?

Will – Sim, desde que você mantenha as dimensões constantes na escritura. Vocês possuem autonomia para desenhar o terreno que quiserem.

Com criatividade muitos terrenos foram imaginados. No anexo VIII consta alguns desenhos feitos pelos alunos e escolhidos para efetuar as outras etapas. A partir dos desenhos chegou-se a conclusão que podem existir infinitos tipos de terrenos, e com os dados da escritura nada se pode dizer da sua forma. Quadrilátero é uma figura que pode ser facilmente mudada. Sua estrutura não é fixa e pode se deformar mantendo os lados iguais. “A medida dos lados é a mesma, mas com ângulos diferentes em cada caso”. – Disseram eles.

Will – Perfeito. Até agora, está tudo certo. Mas qual “desses terrenos” é aquele cuja área consta na escritura (460,25 m^2)?

Terceira parte: Calcular a área do terreno que você desenhou.

Novo “bombardeamento” de perguntas:

G1– Professor, que fórmula eu uso?

G2– As áreas dos terrenos serão todas iguais, ou cada terreno terá uma área?

G3– Esta figura não é quadrado, nem retângulo, nem trapézio, não é nada, portanto não tem área? Isso eu não sei fazer?

G4– Como se calcula a área de uma figura tão “esquisita”?

Will – “Não sei! Vamos modelar e pensar juntos?” (Respondi com ar de espanto).

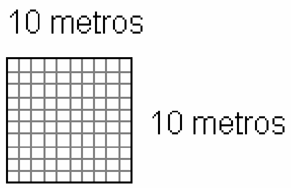
Comecei a fazer suposições sobre possíveis cálculos da área.

Will – Medir é comparar, mas como medir superfícies?

Começou a discussão e o levantamento de seus conhecimentos prévios. Após debate e aproveitando o conhecimento dos próprios alunos tive que rever alguns tópicos.

Em Matemática, área é um número que representa a medida da extensão ocupada por uma superfície. Este valor numérico expressa o número de vezes que a unidade-padrão de área cabe na superfície. Existem várias unidades de medida de área, sendo o mais utilizado o metro quadrado (m^2) - conforme Sistema Internacional de Unidades e os seus múltiplos e submúltiplos.

Pedi para fixar uma unidade de superfície padrão para ser usada em cada desenho, depois comparar com o total.



$10 \times 10 = 100 m^2$ desta forma cada " □ " representa 1 m^2

Cada "quadradinho" do seu desenho representa 1 m^2

Figura 6 – Unidade de área padrão

Solicitei que verificassem e contassem quantos desses quadradinhos havia no desenho de cada um. Orientei para que fizessem as aproximações e procurassem achar as quantidades deles. Anotassem a área e passassem cada desenho para o outro grupo contar.

Muitas reclamações, e discussões entre os grupos. Acompanhei o debate no G3:

Aluno A – Eu não vou ficar contando que nem bobo!

Aluno B – Eu não enxergo direito esses quadradinhos! Minha vista fica toda embaralhada! Preciso de uma lupa.

Aluno C – Professor, esse desenho está muito pequeno. Dá para aumentar um pouco mais.

Aluno D – "Tô sem paciência, profe"... Isso vai demorar muito tempo.

Aluno A – Isso é muito chato! Não tem um jeito mais fácil?

Aluno D – Tem alguns cantinhos que não dá para contar. Considero ou não como área?

Aluno C – O desenho daquele grupo (apontando para o G5), é diferente do nosso. Qual está correto?

O importante numa aula com Modelagem Matemática é aproveitar cada questão apontada pelos alunos como uma oportunidade de ensinar e atribuir significado à Matemática na nossa vida. Quando os próprios alunos reconhecem e sentem as suas dificuldades, é a chance que o professor tem de poder exibir e justificar a necessidade da Matemática, dando significado aos conteúdos, mostrando os porquês e, sobretudo, valorizando o que está sendo ensinado.

Acredito também que isso aproxima a Matemática do aluno, desmistificando que Matemática é difícil e que não serve para nada, tornando-a uma aliada usada com prazer para superar as dificuldades.

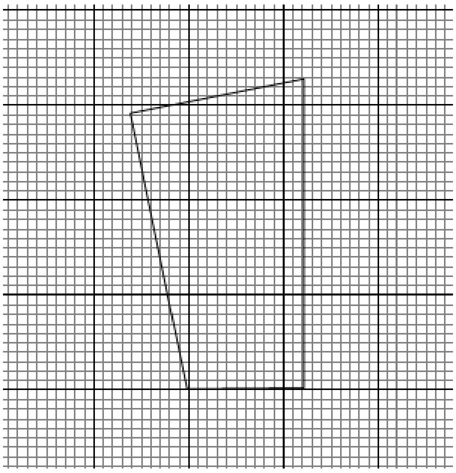


Figura 7 – Desenho inicial apresentado pelo grupo G4.

Começaram as contagens e recontagens, no final temos:

Grupo 1 – 455 m^2; Grupo 2 – 480 m^2; Grupo 3 – 388 m^2;
Grupo 4 – 449 m^2; Grupo 5 – 481 m^2 e Grupo 6 – 447 m^2;

Após esta etapa foi feita uma comparação entre todos os resultados obtidos. Foi simples analisar e ver que nenhum deles bateu com o que está na escritura. Questionei com a classe, qual gráfico era o mais correto?

G2 – Comparado com a escritura o nosso parece o mais certo, embora tenha uma pequena diferença.

Will – É verdade, mas não é o resultado da escritura. Em se tratando de um valor aproximado está bom. Mas como somos bons calculistas e exigentes não podemos aceitar este valor, não é mesmo?

Surgiu naquele instante uma agitação, desconforto e desinteresse pela aula. Tive que propor uma alternativa melhor para calcular a área.

Will – Vamos fazer agora o desenho em escala maior no papel milimetrado e ver se podemos enxergar melhor e aproximar da área real.

Retomaram a partir da segunda parte: a execução dos desenhos no papel milimetrado A3, conforme o rascunho e cálculo da área através da soma. Começaram as contagens e recontagens, no final obtivemos:

Grupo 1 – 457 m^2; Grupo 2 – 469 m^2; Grupo 3 – 463 m^2;
Grupo 4 – 460 m^2; Grupo 5 – 455 m^2 e Grupo 6 – 462,5 m^2

Confrontando todos os resultados obtidos, novamente nenhum deles estava de acordo com o que está na escritura. Questionei a classe. Depois daqueles modelos ampliados e outros cálculos, qual modelo seria o mais correto?

G2 – Mudou um pouco, mas continuam errados, Professor. O que devemos fazer?

Propus que dividissem o quadrilátero ao meio e calculassem pela fórmula do triângulo, conforme figura a seguir:

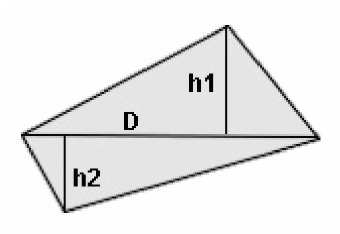


Figura 8 – Esquema para divisão do quadrilátero em dois triângulos.

Alguns componentes dos grupos logo perceberam:

G5 – Ah! Esta eu sei! Área do triangulo é base vezes altura dividido por dois.

G2 – Tudo bem, mas qual o valor da base e da altura?

Will – Se seu desenho está em escala, basta medir o valor com a régua. Lembrando que cada centímetro equivale 1 metro.

Refizeram os cálculos e chegaram a resultados diferentes daqueles iniciais, devido às aproximações e erros de medidas. Mediram inicialmente a diagonal com relativa aproximação e depois as alturas também aproximadas. Para o cálculo da área com aproximações, os erros aumentaram e os resultados esperados foram outros motivos de discussão.

Começaram as contagens e recontagens, no final tivemos:

Grupo 1 – 462,15 m^2; Grupo 2 – 472,50 m^2; Grupo 3 – 463,32 m^2;
Grupo 4 – 471,89 m^2; Grupo 5 – 467,50 m^2 e Grupo 6 – 435,11 m^2.

G4 – Continua errado, professor. E as diferenças foram maiores ainda.

Will – Deve ser porque vocês tiraram as medidas da base e altura dos triângulos errados.

Novo descontentamento e desinteresse pela aula. Tive que propor uma alternativa melhor para calcular a área. Para minimizar os erros, foi sugerido o cálculo da área pela aplicação da fórmula modelo de Heron:

$$Área = \sqrt{p.(p-a).(p-b).(p-c)} \qquad onde \qquad p = \frac{a+b+c}{2}$$

O uso da estratégia de ensino usando a Modelagem Matemática abre espaço para desenvolver outros conteúdos, inclusive demonstrações diversas, tais como o modelo de cálculo de área de um triângulo qualquer conhecendo apenas o comprimento de seus lados. Como não era esse nosso objetivo e o tempo escasso, tratei apenas de demonstrar o modelo algebricamente sem preocupar com a investigação sobre o tema, conforme Anexo XIII. Embora em sala só apresentamos uma demonstração, solicitei aos alunos que procurassem outras formas de provar o modelo de Heron. Resolvi acrescentar no anexo também quatro outras demonstrações apresentadas pelos alunos.

Assim, já que os lados do quadrilátero são fixos, bastava considerar uma diagonal e estaria dividido em dois triângulos. Com isso, a única aproximação a ser feita foi a da medida da diagonal do quadrilátero e os resultados melhoraram bastante.

Grupo 1 – 462,31 m^2 Grupo 2 – 465,00 m^2 Grupo 3 – 462,77 m^2
Grupo 4 – 467,94 m^2 Grupo 5 – 466,49 m^2 e Grupo 6 – 436,58 m^2.

Mesmo assim nenhum resultado bateu com o valor da área descrita na escritura (460,25m^2).

Nova discussão entre os cálculos apresentados da área. Muitos alunos ficaram cismados e afirmaram estar errado o valor da escritura. Propuseram até avisar o dono do imóvel que a área registrada na escritura estava errada. Chegaram a afirmar que o calculista do registro de imóveis tinha feito as contas erradas.

Diante da indignação de não chegar à resposta certa, os grupos G1 e G5 após várias tentativas, já estavam desistindo de fazê-la. Além de não chegarem à resposta final, ficaram confusos acerca de tudo o que estavam desenvolvendo.

Naquele momento, comecei a admitir a possibilidade de que a escritura estivesse errada. Lancei um desafio: “Qual dos grupos está correto?” “Se estivéssemos diante do proprietário do imóvel, qual seria a área do terreno dele?”

Consegui com isso novamente a atenção e o interesse dos alunos. Afinal todos fizeram as contas certas, tinham certeza de seus cálculos e criaram uma espécie de rixa para saber qual era o mais correto.

Como o intuito era ensinar Matemática e não disputa, procurei esclarecer que somente com as medidas dos quatro lados, não seria possível definir a medida real da área. O quadrilátero pode se “mover” e sem alterar as medidas dos lados, podemos ter muitos terrenos diferentes. Os alunos perceberam que com as medidas dos quatro lados não é possível definir uma única medida real da área.

A proposta era visitar o local e verificar então quais as medidas reais do terreno e principalmente a medida de uma diagonal.

Quarta parte: Calcular a área real do terreno.

Todos os grupos, isoladamente, foram até o terreno, tiraram as medidas dos lados e uma diagonal. Devido a inexperiências dos alunos, algumas medidas foram imprecisas, mas suficientes para perceber a importância da Matemática, o desenvolvimento de um espírito aberto à investigação e a novas experiências.

As medidas encontradas erradas foram conferidas retornando ao local e efetuando nova medição. Chegaram às seguintes medidas: Frente 12,00 metros; Lateral direita 33,00 metros; lateral esquerda 30,00 metros; fundos 18,00 metros; diagonal 35,91 metros, partindo da esquerda da frente do lote para o lado direito no fundo. Conforme Anexo XII.

Não tiveram dúvidas em aplicar o modelo de Heron para resolver o problema.

Área real medida no local A= 467,00 m^2

Área na escritura A= 460,25 m^2

Portanto, constataram que realmente há um erro para mais em relação ao que está no cartório de registro de imóveis. O proprietário poderá pedir a correção e pagar um pouco mais de imposto, já que a área real é maior, ou ficar quieto e deixar as coisas como estão.

Relato, comentários e impressões que passei ao realizar esta atividade com alunos.

A metodologia adotada na atividade reserva ao docente o importante papel de mediador entre o fato proposto e o aluno. A partir de um conteúdo, cabe a ele estabelecer diálogo para complementar a explanação, contornar situações e favorecer a participação mais ativa dos alunos no processo de aprendizagem.

Sua principal finalidade é de que os conceitos abstratos da Matemática sirvam de modelos para situações concretas e reais, permitindo analisar, prever e tirar conclusões em qualquer circunstância, seja ela formal ou empírica.

De maneira geral a Modelagem Matemática é uma forma de despertar o interesse para o estudo da Matemática, favorecendo não somente o ensino, mas também, contribuir de forma significativa para reflexões. Usando situações práticas aplicamos a "matematização" e técnicas para a resolução, e ainda, para interpretações das soluções encontradas na linguagem do mundo real, possibilitando o ensino de uma Matemática crítica e reflexiva.

Comentários da atividade durante o mini-curso

Os professores perceberam a diversidade de conceitos que poderão ser trabalhados e desenvolvidos a partir de simples cálculo de área e fazendo uma ligação da Matemática com a vida social, o que é muito positivo. Não se trata apenas da aplicação direta de conhecimentos matemáticos, sem que haja contextualização, mas uma exploração ampla dos contextos e da Matemática envolvida.

Consideraram interessante aproveitar o conhecimento prévio do aluno sobre um determinado contexto para favorecer o entendimento de conceitos e procedimentos matemáticos. Segundo depoimentos, a Modelagem pode também servir para introduzir um conteúdo com uso de contexto para ilustrar certo tópico a ser estudado e que as situações do cotidiano evidenciam o papel da Matemática em outras áreas do conhecimento.

Segundo os professores, esta atividade propicia a discussão de questões do contexto social, favorecem as conexões da Matemática com outras áreas do saber, e também com outros aspectos importantes para a formação da cidadania crítica e responsável. Envolvem neste caso, conceitos de registro de imóveis, trabalho de leituras de documentações e cálculo de impostos.

Quanto a conteúdos matemáticos, podem ser trabalhados com esta atividade, escalas e ampliações, desenho de planta baixa, noção de grandezas, medidas de precisão, unidades e conversão, números significativos; figuras geométricas como polígonos (triângulos e quadriláteros), perímetros, aproximações e estudo de área relativa à composição e decomposição de figuras planas. Desenvolver habilidades de ler, interpretar e raciocinar matematicamente, identificar propriedades, fazer abstrações com base em situações concretas, generalizar, organizar, representar e intervir no real, utilizar calculadoras e inclusive as novas tecnologias de computação e de informação.

Quanto aos alunos, percebemos que na atividade de Modelagem o professor tem que os ajudar a enxergar o que é importante em Matemática, fazer nesta oportunidade o “resgate” dos conteúdos básicos necessários e corrigir conceitos. Isto se refere a uma “paradinha” no estudo do conteúdo em foco, dentro dos quais são tratados no currículo, remeter-se a alguns conceitos básicos que foram ou não bem vistos e entendidos no passado. Constatei que mesmo os alunos despreparados ou considerados fracos, começam a se interessar pela Matemática, pois ela passa a fazer sentido ou tem algum significado.

Constatamos também o interesse dos alunos em medir e conferir a área do seu imóvel (apartamento ou casa), e até mesmo calcular a área do terreno onde moram. Sugeri que cada aluno procurasse uma situação real ou fato que possibilitasse o cálculo da área (campo de futebol, quadras, pátio da escola, terreno do estacionamento, etc.) e fizessem a exposição dos seus trabalhos. Além da nota, é claro, o intuito era de valorizar e incentivar os alunos, buscando circunstâncias da realidade.

Finalizando os trabalhos, dos trinta e um alunos da sala, doze apresentaram seus projetos com cálculos de áreas, dos quais cinco eram de suas casas, três de terrenos da região onde moram, dois do pátio e escadarias da escola, um do estacionamento e um do campo de futebol.

Alguns argumentos foram interessantes, pois se tratavam de situações reais e justificativas plausíveis. Só para citar alguns:

Aluno 1 – Fiz o cálculo da área do piso de casa. Meu pai vai trocar o piso de cerâmica de casa, pôr um novo "perolizado", que é muito caro. Calculei o quanto vai ter que comprar.
Aluno 2 – Fiquei sabendo que, ao lado da minha casa, o piso do estacionamento de terra vai ser concretado. Calculei a área do cimentado novo.
Aluno 3 – No campo de futebol Society, que freqüento aos domingos, a areia será trocada por grama sintética em todo o campo e mais 1 metro nas laterais e fundos. Calculei a área de grama a ser comprada pelo dono.

5.2 Atividade 2: Desenvolvida pelos professores do mini-curso.

Esta atividade foi baseada no trabalho de Maria Lucia de Carvalho Fontanini, aluna mestranda da UEL (Universidade Estadual de Londrina) e adaptada para utilização nesta proposta. A questão é saber: se existe alguma relação ou um modelo representativo entre "Número da calça" e "medida do quadril?"

Material necessário: fita métrica, uma folha de papel quadriculado para produção do gráfico, papel em branco para anotações dos dados levantados e montagem de tabelas.

Em se tratando de professores, procurei saber quais conceitos poderiam ser desenvolvidos a partir desta idéia. Imediatamente começaram a manifestar interesse e citar conteúdos que poderiam ser trabalhados. Seguem alguns registros: quantificação de dados, contagem, construção e representação gráfica, medição, sistema de unidades, proporção, números representativos de medidas, funções, geometria e estatística.

Procurou-se também questionar as possíveis competências e habilidades desenvolvidas nesta atividade. Sem esperar muito tempo, eles foram se pronunciando, dizendo sem constrangimento o que achavam. Dentre as várias manifestações sobre o que pensam e sentem, apresento:

- Selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representados de diferentes formas para tomar decisões e enfrentar situações-problema.
- Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação, por exemplo: calculadoras e computadores.

- Identificar uma situação-problema, selecionando e interpretando informações correlatas, formulando hipóteses, selecionando estratégias de resolução e prevendo resultados, em especial em outras áreas do conhecimento.
- Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos. Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.
- Identificar variáveis, construir tabelas, diagramas e precisão de medidas.
- Interpretar e construir gráficos relativos a funções afins.
- Interpretar e criticar resultados dentro do contexto da situação.
- Colaborar nos trabalhos de grupo partilhando saberes e responsabilidades.
- Formular hipóteses e prever resultados. Utilizar a Matemática para representar, interpretar e intervir no real.

5.2.1. A definição do problema e a coleta de dados.

A aula-atividade foi iniciada com uma explicação prévia do que era pretendido: achar um modelo matemático, como explicação da realidade, que relacione o número da etiqueta de cada calça com o tamanho do quadril da pessoa que veste.

O passo seguinte seria recolher dos dados efetuando a medida de todos os presentes na sala. Eu, logo de início, de posse de uma fita métrica tirei minha medida coloquei na tabela do Anexo XIV: Quadril 110 centímetros - calça número 48. Assim, sucessivamente, continuaram as medições e registros. Logo após, seguiu-se à construção coletiva da representação gráfica no plano cartesiano dos dados obtidos. Posteriormente, pedi à turma que formasse grupos de trabalho. Solicitei que os grupos relacionassem através de uma função linear, a medida do quadril com o número da calça.

Segue abaixo o levantamento dos dados ocorrido no terceiro encontro, com trinta pessoas, sendo: Eu, dois membros da Diretoria de Ensino, dezenove professores participantes do curso, além de outras oito pessoas presentes na escola (serventes, inspetor, coordenador, secretário, etc.)

Tabela 2 – Dados levantados durante o curso com professores de Diadema

Quadril	NºCalça	Quadril	NºCalça	Quadril	NºCalça	Quadril	NºCalça
110	48	118	52	105	46	107	46
98	42	109	48	102	44	105	46
89	36	95	40	115	50	104	44
115	50	96	40	116	50	100	44
100	44	98	42	119	52	97	42
88	36	99	42	115	48	90	38
92	38	94	40	113	48		
96	42	112	48	108	46		

Conforme anexo XIV

5.2.2 – Construção de modelos e validações

De posse dos dados levantados, os dezenove professores se dividiram em cinco grupos e começaram a realização das etapas da Modelagem.

a) Representação gráfica dos dados obtidos pela sala e a tabela da revista.

Sem maiores dificuldades os professores identificaram as grandezas, dividiram o papel quadriculado, procuraram a escala mais adequada, definiram como eixo das abscissas a medida do quadril representada pela letra "q" e como eixo das ordenadas o número da etiqueta representada pela notação "E(q)"

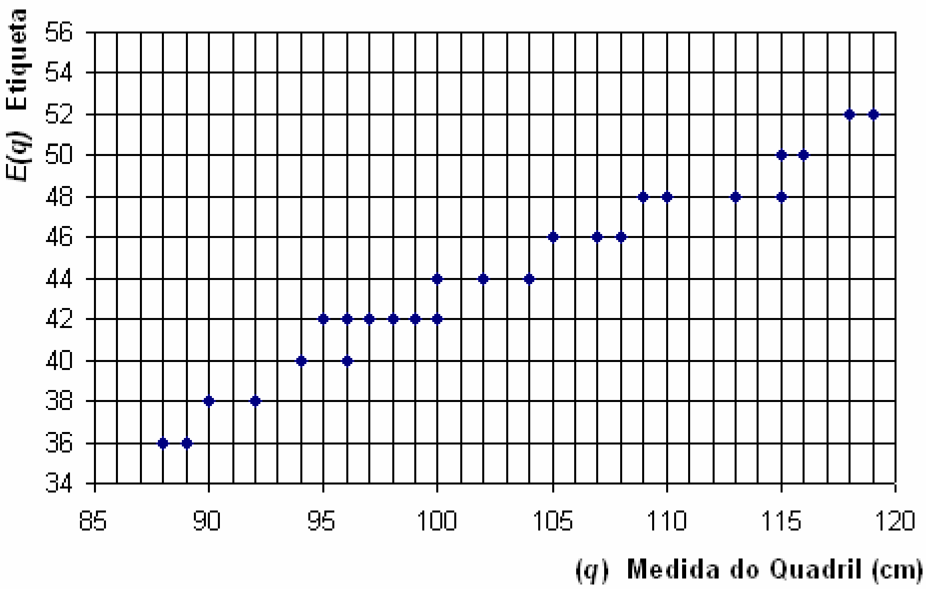


Figura 9 – Gráfico cartesiano dos dados coletados

b) Construção de um modelo

Diante do gráfico acima, foi solicitado aos grupos que procurassem uma relação entre as duas grandezas. A proposta era procurar a reta que mais se aproximasse de conjunto de pontos levantados. Como estávamos falando em

Modelagem Matemática para o Ensino Básico, não havia sentido falar em regressão linear, ou Método dos Mínimos Quadrados, Correlação, etc., pois o objetivo não era este. Orientei para fazerem um ajuste linear dos dados, quer dizer, para encontrarem a reta, tipo y = ax + b, que mais se aproximasse dos nossos pontos ou passasse no maior número de pontos possíveis.

Cada grupo procurou chegar a uma função observando os pontos apresentados na figura 6. Elaboraram hipóteses, julgaram, fizeram conjecturas, porém chegaram a números diferentes para a relação entre o quadril e o número da calça, representada por uma função do primeiro grau. Assim, tomando dois pontos da tabela eles resolveram um sistema e obtiveram modelo.

Ajuste do modelo linear efetuado pelos Grupos I, II e III:

Grupo I : Tomou como base os pontos Vermelhos (102 , 44) e (90 , 38) ⊗

Grupo II : Tomou como base os pontos Azuis (110 , 48) e (90 , 38) ⊗

Grupo III : Tomou como base os pontos Verdes (94 , 40) e (118 , 52) ⊗

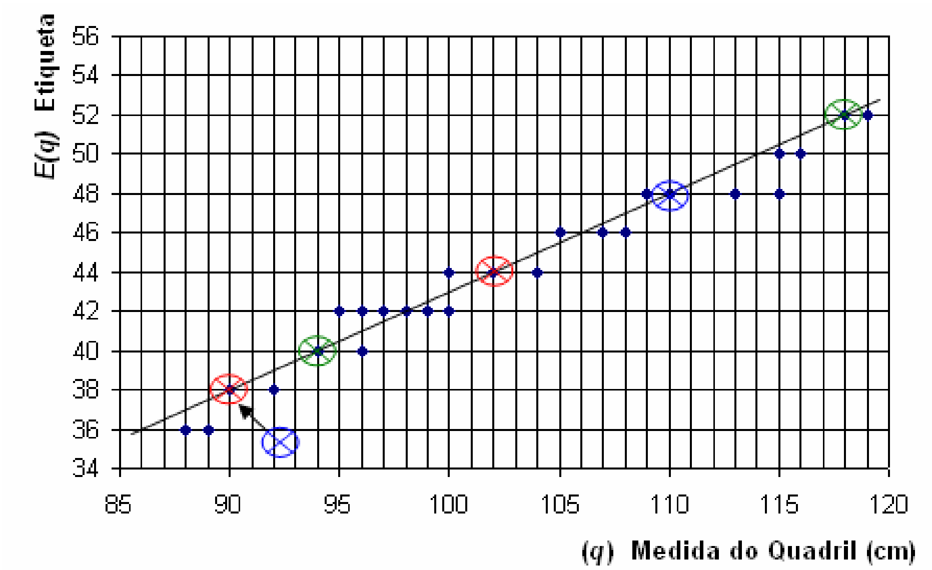


Figura 10 – Gráfico do modelo definido pelos grupos I, II e III

Em todos os casos obtiveram o seguinte modelo:

$$E(q) = 0{,}5q - 7$$

Sendo “q” é a medida do quadril em cm e “E(q)” a numeração da calça.

Ajuste do modelo linear efetuado pelo grupo IV:

Grupo IV: Tomou como base os pontos (113, 48) e (98,42)

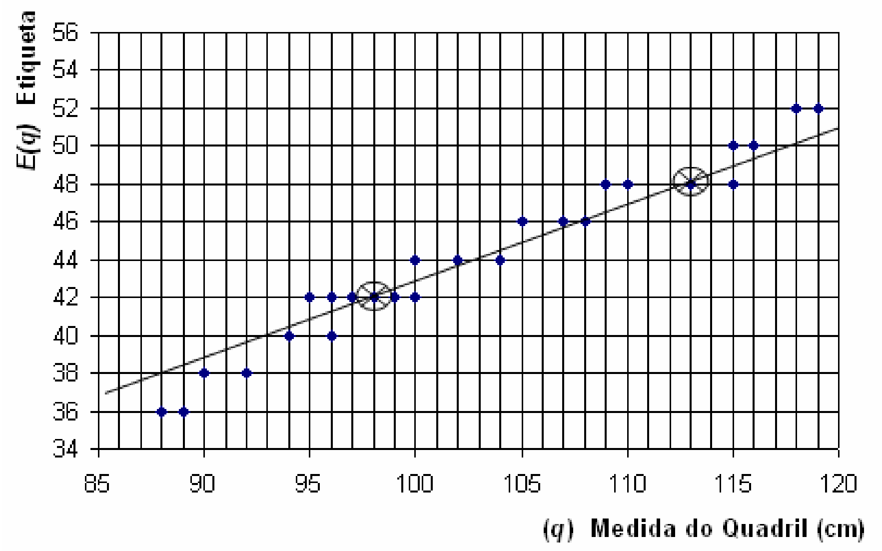


Figura 11 – Gráfico do modelo definido pelo Grupo IV

Obtiveram o seguinte modelo: $E(q) = \frac{6}{15}q + 2{,}8$

Ajuste do modelo linear efetuado pelo Grupo V:

Grupo V: Tomou como base os pontos (118, 52) e (92,38)

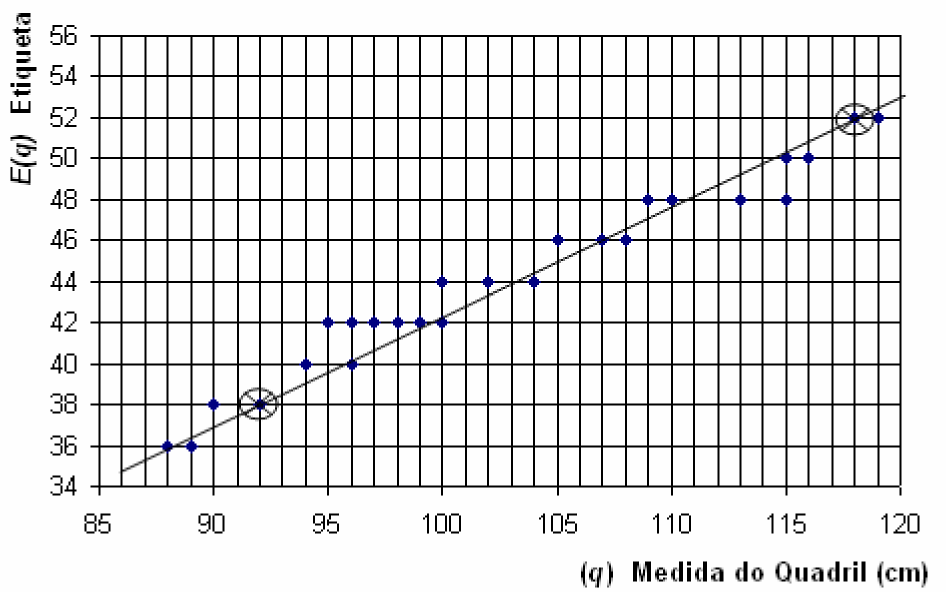


Figura 12 – Gráfico do modelo definido pelo Grupo V

Obtiveram o modelo: $E(q) = \frac{14}{26}q - 11{,}54$

Diante dos modelos construídos, propusemos comparar e debater os resultados:

- “Qual dos resultados é o melhor?” “Qual deles é o mais representativo?”
- “Quantos pontos realmente fazem valer o modelo?”

Ao analisar os modelos, percebeu-se que os mesmos, só poderiam ser aplicados para alguns poucos valores. A medida de quadril 100 cm e etiqueta 44 de um professor, não seria encaixada em nenhum dos três modelos propostos. Caso ele tivesse que comprar uma calça teria que ser número 43, cuja numeração de calça não existe.

Já a medida de quadril 105 cm de acordo com os modelos apresentados teria na etiqueta a numeração 45,5 que também não existe. E ainda surgiu a questão de medida decimal. Qual deveria ser o número da calça de uma pessoa cujo quadril mede 98,5 cm?

Em se tratando de um mini-curso para professores graduados na Área de Matemática, apresentei, a título de curiosidade, um site[15] que faz o ajuste linear de dados on-line, caso o professor queira tirar suas dúvidas e fazer um “tira-teima” do ajuste feito à mão.

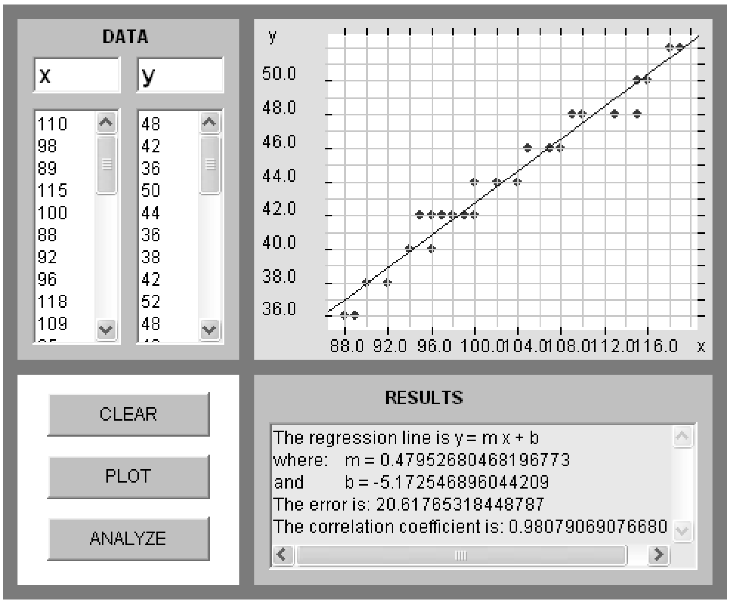


Figura 13 – Resultado apresentado pelo programa LINEAR REGRESSION APPLET

[15] Site **http://science.kennesaw.edu/~plaval/applets/LRegression.html** ; LINEAR REGRESSION APPLET desenvolvido pelo Dr. Philippe B. Laval, na Universidade de Estado de Kennesaw. O National Science Foundation departamento dos E.U. de instrução FIPSE E-mail: **plaval@kennesaw.edu** Acesso pelo: http://cursos.if.uff.br/fisica19/doku.php/ajuste_linear

Temos: Y = 0,47952680468196773 .X – 5,172546896044209

Com Correlação 0,98079069076680

No qual X representa a medida do quadril “q” e Y o número na etiqueta “E(q)”.

Fazendo arredondamento para duas casas decimais:

Y = 0,48.x – 5,17 ou E(q) = 0,48.q – 5,17

Percebemos que o modelo que mais se aproximou foi o apresentado pelos Grupos I, II e III: $E(q) = 0{,}5.q - 7$

Mesmo assim, nenhum deles é suficiente para servir de referência, como modelo da situação proposta.

c) Reestruturação e busca de um modelo mais representativo

Inúmeros foram os questionamentos na tentativa de encontrar o modelo que poderia “encaixar” a maior quantidade de pontos. Como orientador da atividade procurei chamar a atenção para pontos fundamentais: o número da etiqueta é sempre um número inteiro (de 36 a 52); Todas as etiquetas possuem números pares (portanto, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50, 52). Qualquer que seja a medida do quadril “q” deverá corresponder a um número inteiro “E(q)”.

Surgiu entre os grupos uma tentativa de que, para resolver este problema, seria necessário utilizar a função Maior Inteiro. Para minha surpresa, apenas dois professores dentre os dezenove, conheciam tal função. Durante alguns minutos a atividade de Modelagem foi interrompida para explicação do que é a função e qual a representação gráfica.

Apresentei para o grupo a definição e a representação das funções “popularmente” denominadas **Piso e Teto:** Função Piso[x] refere-se ao Maior Inteiro menor ou igual a x, enquanto Função Teto [x] refere-se ao Menor Inteiro maior ou igual a x.

A função usada neste caso é a Maior Inteiro, cuja definição é a função que a cada número real x associa o maior inteiro menor ou igual a x.

[x]= {maior inteiro menor ou igual a x}

Voltando à Modelagem, todos estavam interessados agora em saber qual seria aquela função. Neste instante passamos unir as forças, ou seja, sob a orientação do pesquisador todos os grupos agora participavam de uma conversa a fim de procurar um modelo que mais se aproximasse do ideal.

Segue os registros da conversa entre os professores, doravante denominados de P1, P2, P3 e assim sucessivamente, sob minha observação como Orientador, denominado Will:

P1 – Já que a etiqueta é par, a função deverá ser do tipo y = 2.k

P2 – Além de multiplicar por 2. k deverá ser um número inteiro, portanto

y = 2.[k]

P3 – Onde você quer chegar?

P2 – Olhando para o gráfico a calça que tem mais é o número 42... Tem seis medidas diferentes de quadril... 100, ou 99, ou 98, 97, 96, ou 95...

P3 – Tá e daí?

P2– Vamos fazer o caminho inverso... Veja só:

Se y= 2. [k] e y = 42, então [k] = 21, certo?

P1 – Certo!

P3 – Já entendi... para cada medida do quadril o valor de [k] tem que ser 21.

P2 – Quer dizer, se o quadril for uma dessas medidas o resultado tem que ser 21.

P1 – “Pera aí!”... tem pessoas com o mesmo quadril e calças diferentes....Veja o 96 cm. Tem uma pessoa que veste 40 e outra 42... Qual é o correto?

P3 – Sei lá! Vamos pela maioria... 96 é o número 42...

P4 – Eu acho que não! Veja bem... O 96 deve ser a calça 40 no mínimo, mas isso não impede que um outro use 42. Talvez goste de calça frouxa ou goste do “bicho solto”....– (Risos)

Will – Você falou uma palavra interessante... ”Mínimo”. Isso quer dizer que uma pessoa de calça 40 poderá usar uma 42 também, mas não o contrário.

P1 – É horrível usar calça apertada...

P3 – Então você quer dizer que esses dois são “calça frouxa”? (risos) Disse apontando para os pares ordenados (95,42) e (96, 42).

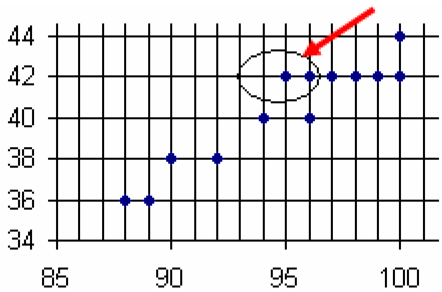


Figura 14 – Gráfico cartesiano mostrando irregularidades no modelo

P2 – Isso. Assim como esses dois, também têm o (100, 44), (115,50).

Will – Então como poderá ser o gráfico, já que entre dois quadris de mesma medida a que prevalece é a menor.

P2 – Vamos fazer por tentativas...

Will – Isso... Comecem fazendo um intervalo de três em três.

Cada grupo voltou a pegar o gráfico e traçar possíveis modelos. O grupo V se adiantou e apresentou para a classe um primeiro modelo possível.

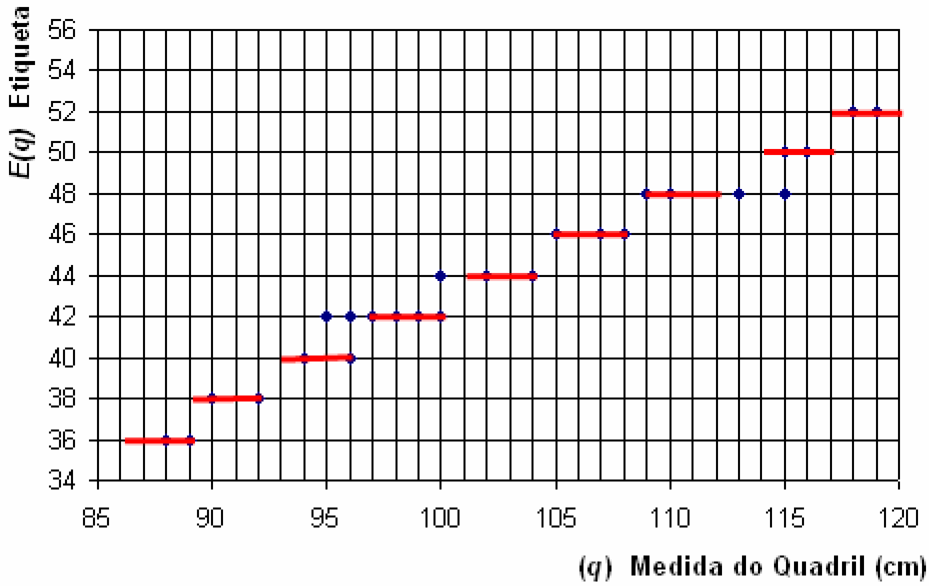


Figura 15 – Gráfico do primeiro modelo criado na função menor inteiro

P2 – Veja que, por esta função ficaram apenas 5 pontos fora dela.

Will – Tudo bem, mas esta função não é contínua. Existem brechas entre os seus traços. Veja por exemplo quem tem quadril 113 cm, não vai encontrar calça no seu modelo. Já o quadril 89 cm, não sabe se compra 36 ou 38.

P2 – E se fizer o intervalo maior... tipo... de 4 em 4 para tapar os “buracos” .

P3 – Precisamos tomar cuidado para que um intervalo não avance em cima do outro.

O grupo IV, por sua vez, construiu o seguinte modelo:

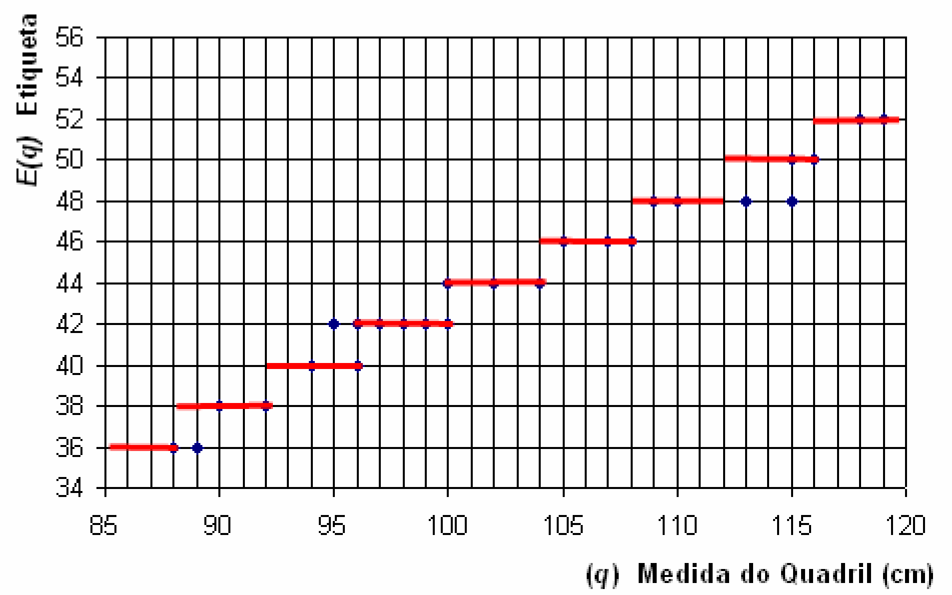


Figura 16 – Gráfico do segundo modelo criado

Will – Legal! Este modelo parece ser melhor de todos, pois somente 4 pontos ficaram fora dele. Ok. Todos parecem concordar que esse modelo é o melhor, não é mesmo? Agora só falta matematizá-lo. Alguém tem alguma idéia?

d) Matematização de um novo modelo

Após breve paralisação e silêncio, começaram as conversas paralelas a procura do melhor modelo (fórmula).

P5 – Bom, pelo que percebi a calça número 42 veste as pessoas de quadril maior que 96 e menor ou igual a 100.

Como o tempo estava se esgotando resolvi juntar todos os grupos e com o gráfico do grupo IV, coordenar a matematização do modelo.

Will – Como já foi dito, a etiqueta é par, a função deverá ser um número inteiro par, portanto: y = 2. [k] onde k depende da medida do quadril. Perceba que pelo gráfico, a calça cujo número é 42, corresponde a pessoas de quadril maior que 96 e menor ou igual a 100. Assim, se $96 < q \leq 100$ então $E(q) = 42$.

Will – Se y = 2. [k] e y = 42 então [k] = 21, portanto temos que chegar a 21

Vamos supor que *q = 99* cm então: devemos dividir por 4 , ver o maior número inteiro menor que este resultado.

Assim 99÷4 = 24,75. Portanto, o maior inteiro menor que 24,75 é o 24.

Mas, lembre-se que temos que chegar ao 21. Logo devemos subtrair 3 e finalmente multiplicar por dois.

$$E(q) = 2 * \left(\left[\frac{q}{4} \right] - 3 \right)$$

Com este modelo, todos os resultados obtidos seriam múltiplos de dois, portanto pares. Resolvemos fazer uma verificação. Prossegui dizendo:

Will – Sendo *q = 99* pelo gráfico, devemos obter calça número 42. Assim, efetuando,

$$E(q) = 2 * \left(\left[\frac{99}{4} \right] - 3 \right)$$

Temos:

$$E(q) = 2 * ([24{,}75] - 3) \longrightarrow E(q) = 2 * (24 - 3)$$

Portanto, *E(q)= 42* . Viram como deu certo?

Solicitei que todos fizessem cálculos e comprovassem a veracidade do modelo. Bastava chutar um valor de medida do quadril e verificar se dava certo o modelo. Tomaram como base a tabela da revista Manequim.

Tabela 3 – Calças jeans comercializadas atualmente

Nº da calça	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54
Quadril (cm)	88	92	96	100	104	108	112	116	120	124

Fonte: Revista Manequim, edição 551, novembro de 2005.

Logo no primeiro momento apareceu um número que invalidava o modelo. Todos curiosos para saber qual era o número que não dava certo.

e) Validação do modelo

P6 – Vamos supor a medida 108 cm, pela tabela da revista deverá ser 46, mas pelo modelo criado, não dá certo. Pode verificar!

Will – Ok. Vamos conferir juntos: Seja q = 108, então aplicaremos o modelo:

$$E(q) = 2 * \left(\left[\frac{108}{4} \right] - 3 \right)$$

Efetuando $E(q) = 2 * ([27] - 3)$

Temos: $E(q) = 2 * (27 - 3)$

Portanto E(q)= 48 e não 46 conforme a tabela.

Após uma pausa.

Will – Realmente você tem razão!... Falei olhando para todos.

Um enorme silêncio ficou na sala. Pelo que pude observar, certo descontentamento, decepção e sensação de engano se espalhou entre os professores. Procurei tranqüilizá-los dizendo:

Will – Calma pessoal. Modelagem é assim mesmo. Temos que lembrar que estamos lidando com problemas reais e precisam ser validados, testados, reformulados, confrontados com os dados empíricos e, em alguns casos, buscar novos métodos se necessários. Diante de uma negativa, a solução é voltar aos dados iniciais do experimento, e retomar o processo.

Alguns balançaram a cabeça no sentido de confirmação, mas continuavam confusos.

Will – O grau de aproximação desejado será o fator preponderante na decisão. Lembrando que já fizeram a aproximação para uma reta e ninguém achou que ficou plenamente satisfatório. Caso o grau de aproximação entre os dados reais e a solução do modelo não seja aceito, devem modificar as variáveis ou a lei de formação e com isso o próprio modelo original é modificado e o processo se inicia novamente.

P7 – Mas vamos jogar esse modelo fora e procurar outro?

Will – Quem sabe? Tudo depende da sua exigência!

P2 – Podemos aproveitar o que já temos?

Will – Claro que sim! Alguém tem alguma sugestão?

Todos ficaram pensativos, mas ninguém se pronunciou. Devido à falta de tempo, prossegui com a análise do modelo.

Will – Percebam que todos os dados da tabela fornecida pela “Revista Manequim” são múltiplos de Quatro! Será que não podemos ter um modelo diferente para estas medidas?

P8 – E pode?

Will – Claro que pode? Se vocês pensarem um pouco, podem perceber que temos uma função ponto a ponto. Podemos definir o modelo como sendo uma função com duas sentenças.

P2 – Como assim?

Will – Note que existe uma função que relaciona todos os pontos representados por todos esses pontos... – Falei apontando para a tabela da revista e os pares ordenados: (88, 36), (92, 38), (96, 40), (100, 42),... em diante.

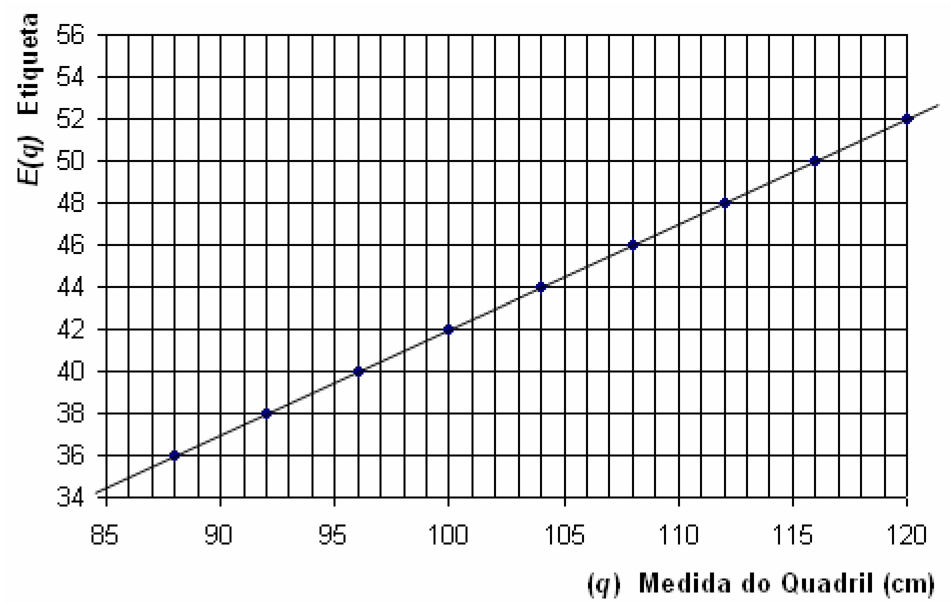


Figura 17 – Gráfico da tabela da revista “Manequim”.

Will – Percebam que estes pontos realmente formam uma reta, cuja equação é:

E(q) = 0,5. q – 8.

Will – Desta forma podemos completar o modelo como sendo:

$$E(q) = \begin{cases} 0{,}5.q - 8, & se\ q = 4n,\ n \in \mathrm{N} \\ 2 * \left(\left[\dfrac{q}{4} \right] - 3 \right), & se\ q \neq 4n,\ n \in \mathrm{N} \end{cases}$$

Will – Agora que já temos o modelo, deixo para vocês fazerem a validação do mesmo, inicialmente com os dados já levantados e depois comparando com outros.

Para concluir e validar o modelo era necessário avaliar e definir o quanto ele se aproxima da situação-problema representada, bem como o grau de confiabilidade de sua utilização, embora somente neste parágrafo falamos de processo de validação. Como podemos perceber nas etapas acima, este procedimento foi utilizado várias vezes durante o processo de Modelagem de maneira informal. Sempre que chegava a um modelo, o grupo e o orientador checavam se este dava conta da situação real. A cada incompatibilidade entre o modelo encontrado e a situação real, este era modificando, originando um novo modelo, repetindo o procedimento até chegar ao modelo final.

Nesta atividade, foi possível notar que o objetivo foi alcançado, pois todos os professores vivenciaram o processo de criação de um modelo. Alguns chegaram a validar o modelo matemático apresentado, no entanto, o interesse maior era buscar e mostrar detalhadamente os conteúdos matemáticos envolvidos (conceito e representação de função) e o que poderão ser trabalhados a partir dela, as competências e habilidades que permitirão avaliar o desempenho desta proposta. Dentre eles destacam:

- Tabelas e gráficos: Reconhecer quando há correspondência entre duas grandezas; distinguir funções representadas por tabelas, por fórmulas e por gráficos; efetuar cálculos e interpretar resultados usando a notação f(x). Representar geometricamente pares ordenados, sistema cartesiano; Identificar variáveis relevantes e selecionar os procedimentos para a produção, análise e interpretação de resultados; função linear y = a x + b, e observar o significado dos coeficientes “a” e “b”. Função “menor inteiro”
- Desenvolver habilidades no emprego de procedimentos e estratégias adequadas para resolução de problemas; utilizar a Matemática para representar, interpretar e intervir no real. Explorar raciocínio dedutivo e indutivo.

- Medir e expressar medidas adequadamente, avaliando sua precisão; fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.

A inquietação e a impaciência em encontrar a Matemática numa situação real e representá-la em seu modelo caracterizam, de certa forma, uma necessidade de encontrar conexões entre uma situação qualquer e a Matemática. Diante disso, acredito que tal anseio pode representar o desenvolvimento de uma visão mais ampla acerca do processo ensino-aprendizagem da Matemática, em que se leva em consideração o importante papel do professor de Matemática, no sentido de auxiliar seus alunos a construírem conhecimentos.

5.3 Atividades propostas durante o mini-curso.

No último dia do curso, foram solicitados que os professores escolhessem um possível tema para execução do trabalho de Modelagem na escola. Este trabalho tinha como objetivo que os professores pudessem vivenciar por completo um processo de Modelagem e dificuldades, desde a escolha do tema até as previsões e conclusões sobre o modelo desenvolvido, além de, durante o curso, também aprender e reconhecer o que é Modelagem Matemática. Esta é a concepção de Modelagem Matemática na formação de professores defendida por Almeida e Dias (2006) e permite aos professores ter experiência pessoal com a alternativa pedagógica que poderão vir a usar em sua atividade docente.

O trabalho solicitado foi dividido em seis momentos:

1° Momento: Escolha de um tema possível de ser trab alhado em sala de aula, evidenciando propriedades e características da Modelagem, apresentadas no mini-curso.

2° Momento: Traçar metas e objetivos do tema acima proposto, identificar atividades e questionamentos, a fim de fazer investigações acerca das idéias de Modelagem. Poderão ser divididos em 2.1. Geral e 2.2. Específico.

3° Momento: Produzir justificativa e argumentos que comprovam a viabilidade da proposta. Propiciar aos alunos a oportunidade de vivenciar a Matemática de situações cotidianas e reais, visando otimizar a aprendizagem e motivar o estudante.

4° Momento: Refere-se a descrever algumas caracterí sticas, tais como: Público alvo; Séries participantes; Metodologia e descrição dos trabalhos.
5° Momento: Refere-se a descrições, se possível, de recursos e materiais empregados, equipamentos, cronograma das atividades e tarefas.
6° Momento: Trata-se de como avaliar a participação dos alunos nestas atividades, quer seja, com a elaboração de relatórios ou participação ativa nas discussões em grupo, os quais poderão contribuir para a sua avaliação bimestral.

Segue a descrição das atividades propostas pelos professores
Grupo I: Consumo da conta de telefone, conforme Anexo XV
Grupo II: Música no intervalo conforme, Anexo XVI
Grupo III: Financiamento, conforme Anexo XVII
Grupo IV: Custo do pãozinho, (pão francês) conforme Anexo XVIII
Grupo V: Pintura da escola, conforme Anexo XIX

Foi um trabalho muito interessante o qual todos os professores puderam se expressar e com estímulos diversos produziram temas criativos para futuros trabalhos com Modelagem. Teve como objetivo:

- Exercitar, através da mobilização de uma série de recursos pessoais, a contextualização e a compreensão da diversidade;
- Facilitar a convivência e troca de idéias, inclusive abrindo caminhos para ampliar as possibilidades de atuação e realização de outro encontro para ver possíveis resultados.

Importante notar que os temas propostos para os trabalhos derivam diretamente do cotidiano dos alunos, são situações reais e envolvem Modelagem Matemática.

CAPÍTULO VI

PONDERAÇÕES SOBRE A EXPERIÊNCIA REALIZADA.

Ao trabalharmos com Modelagem no ensino da Matemática percebemos que ela nos impõe um grande desafio a serem enfrentados pelos professores, alunos, pais e da própria escola. Talvez seja porque grande parte dos professores foi formada numa pedagogia tradicional e conservadora. Diante disso torna-se difícil se acostumem com estas novas situações.e superar em cada ação a forma de se encaminhar a prática pedagógica em sala de aula.

Durante a execução desse trabalho pudemos identificar algumas fases essenciais:

(I) Divulgação para os professores presentes quais as tendências do ensino da Matemática no século XXI. Esta foi à fase inicial com exposição problemas do ensino de Matemática e quais as possíveis dificuldades dos alunos em aprendê-la.

(II) Procura de uma solução, para tirar a educação Matemática da situação de vilã do ensino básico. Apresentação da proposta do que seja a Modelagem Matemática e de que forma poderá ser utilizada como alternativa de aprender com situações reais. Exibição de fundamentos teóricos e principais pesquisadores de Modelagem.

(III) Exemplos de Modelagem e como trabalhar em sala de aula no Ensino Básico. Pesquisas, explorações e criações de temas possíveis para trabalhar em sala de aula.

(IV) O professor investigando e aprendendo para ensinar Matemática por meio da Modelagem. Nesta fase denominada “mão na massa” os professores fazem todo o processo de Modelagem, desde o levantamento e apuração dos fatos, até o modelo final e sua validação. A todo o momento, os professores, em grupo, revelaram o despreparo em lidar com situações novas, embora tivessem mostrado dedicação e interesse em obter soluções adequadas às situações propostas.

(V) Debates e discussões sobre o tema Modelagem. Ela é uma solução? Ela é viável no ensino básico e permite explorar conteúdos do currículo? Depois de todos conhecerem o processo da Modelagem através de exemplos e até construírem um modelo, passou-se a debater aspectos favoráveis e desfavoráveis para implementação destas atividades no curso. Analisou-se também o preparo do professor ao lidar com situações novas e imprevistas, quais adaptações terão que ser feitas. Além da necessidade do professor em se aprimorar constantemente com novas tecnologias (calculadora, computadores, softwares) e adaptações às novas tendências do ensino com diferentes abordagens.

A seguir descrevo depoimentos e opiniões dos professores sobre a importância de resolver problemas fundamentados, da compreensão da Matemática no mundo real e a promoção da Modelagem como uma alternativa inovadora para aprender esta disciplina.

Destaco a necessidade de cursos como este, o qual serviu de base para este trabalho, para levar novos conhecimentos a professores que se encontram fora do “mundo acadêmico”, principalmente aqueles da Rede Pública Estadual de ensino, que foram sujeitos desta pesquisa.

Esta investigação mostra que as mudanças na educação, ou acontecem na sala de aula ou não acontecem. É lá o espaço nobre, considerado o mais importante, mais significativo e mais rico de todo o sistema educacional. Entre suas paredes, o professor coloca em prática as decisões sobre o que ensinar e como ensinar. De nada vale uma quantidade enorme de estudos, propostas e pesquisas, se os professores não os conhecem, não sabem como e quando utilizá-los ou aplicá-los.

6.1 Analisando a Parte 2 do questionário.

(Anexo II - Questões para conhecer o professor), verificamos na pesquisa as seguintes considerações:

- Referente a tendências da educação Matemática.

Dos professores pesquisados, verificou-se que dentre as novas tendências (Resolução de problemas, Etnomatemática, Jogos Matemáticos, Desafios Quebra-cabeças, o uso da tecnologia TICs, História da Matemática, Tarefas Investigativas e Modelagem Matemática), todos já ouviram falar, mas fazem pouco ou quase nenhum uso em sala de aula. Notamos que cinqüenta dos cinqüenta e cinco professores (91%) conhecem somente aquelas apresentadas como notas e reflexões nos livros didáticos, que utilizam para ministrar suas aulas, ou através de cursos nas oficinas das Diretorias de ensino. Apenas cinco (9%) deles já tiveram oportunidade de ler livros, artigos e revistas sobre outras tendências.

Apesar disso, todos os participantes da pesquisa mostraram-se simpáticos às novas idéias, abertos e receptivos às mudanças. Procuraram aprimorar seus conhecimentos, adquirir mais afinidade com as novas propostas e ferramentas, como forma de somar recursos para sua atividade em sala de aula.

Em depoimento, professores alegaram serem todas as tendências interessantes e viáveis para o ensino da Matemática. Devido à carência de cursos de aperfeiçoamento e de capacitação para professores, solicitaram que a Diretoria poderia promover novos encontros e mini-curso. Isso pode ser constatado através das manifestações:

> *–"Gostaria de conhecer todas essas tendências... Quando será o próximo curso?"...*
> *– "Saí da faculdade de licenciatura em 2004 e nunca ouvi falar de Etnomatemática e Modelagem Matemática... Os cursos de graduação deveriam preparar melhor os professores"... – "Tudo que vier para melhorar o ensino da Matemática será muito bem vindo"*

- Referente ao problema do ensino de Matemática. (causas do insucesso da Matemática e o baixo rendimento)

Segundo os professores pesquisados, inúmeros são os motivos. A "culpa" para eles é distribuída entre os governantes, os docentes, os familiares e dos próprios alunos. Seguem alguns depoimentos:

<u>Por parte dos Governantes:</u>

> *–"Falta de investimento nas escolas e na formação contínua do professor, além de baixos salários"... –"Política governamentais inadequadas em relação à educação"...–*"*O governo deveria tratar os professores com mais respeito*". –

“Problema sócio econômico: Alunos com várias deficiências (afetiva, nutricional, trabalha para ajudar a família)”... –“Salas de aulas superlotadas, na maioria dos casos”... –“A violência que traz insegurança e impede o bom desenvolvimento do ensino”... –“Utilização de livro não contextualizado e pouca disponibilidade de material didático para aulas alternativas”... –“O governo geralmente opta por livros didáticos mais baratos e com poucas páginas”.

<u>Por parte dos Professores:</u>

–“Falta de compromisso de professores com o ensino”.... –”Pouco ou nenhum tempo para pesquisa e preparo de aulas diferenciadas”.... – “Falta de tempo ou acomodação do professor em aprimorar o seu conhecimento”. .. – “Os professores das escolas públicas precisam de tempo livre para leitura e estudos complementares”.... *–“A dificuldade do professor em mudar o processo ensino aprendizagem (ainda somos muito tradicionais)”... –“Temas descontextualizados, assuntos e aulas que geram desinteresse”.*

<u>Por parte da Família:</u>

–“Falta de acompanhamento nos estudos, incentivo e estímulo ao raciocínio”... –“Lares desestruturados e família ausente”... –“Desinteresse por parte da família em incentivar o filho a estudar”. –“O conceito monstruoso da Matemática que a criança traz de casa. Mito que já vem dos pais de que matemática é extremamente difícil”.... –“A escola ensina a matéria (português, matemática etc), pais educam. Se a criança não tem estrutura em casa, não vai conseguir acompanhar as aulas”.

<u>Por parte dos Alunos:</u>

–*“Falta de concentração, interesse e atenção. Isso gera indisciplina e eles só pensam em brincar”.... – “Os alunos não reservam um tempo para estudos fora da escola. Ficam horas e horas no videogame, Internet (em sites escusos à educação) e outras coisas fúteis”. ... –“A visão pessimista existente em matemática leva a certos preconceitos: – A matemática é difícil... ou - Eu não vou conseguir aprender!”... –“Dificuldade de leitura, interpretação e escrita. Como eles não são “cobrados” e ocorre praticamente à aprovação automática, não há compromisso com os estudos e isso gera falta de interesse no aluno”.* Ausência de objetivos futuros*... –“O aluno acha que a presença já é o bastante para passar de ano. Não é importante aprender o que eu nunca vou usar”.* ... Objetividade em relação à formação*. –“Onde vou usar isso no mercado de trabalho”.*

É evidente que todas as causas do insucesso da Matemática e os baixos rendimentos apresentados, trata-se de um desabafo de professores ou “gritos da alma” por indignações a procura de um ou vários culpados.

Lembrando das palavras de Gonzaguinha - *“Quando eu soltar a minha voz, por favor, entenda, que palavras, por palavras eis aqui uma pessoa se entregando. Coração na boca, peito aberto vou sangrando…”*. Por simples que seja esta citação, estão implícitos outros sentidos. Traz consigo certa angústia, frustração, desconforto e inúmeras reflexões. Traduz de maneira clara e direta, o retrospecto da vida, trabalho e jeito de viver do professor.

Todavia, professores presentes nesse mini-curso querem uma educação de qualidade e estão procurando criar espaço ou abrir caminho para melhoria do ensino. Na questão a seguir, argumentam sobre propostas que possibilitam a reversão do quadro.

- Referente às estratégias para o sucesso do ensino de Matemática. (Verificar quais sugestões ou soluções possíveis os professores apontam para favorecer a aprendizagem de Matemática).

Segundo os professores pesquisados, nesta questão eles responderam dando sugestões e soluções possíveis, de maneira análoga, distribuídas entre os governantes, os docentes, os familiares e dos próprios alunos. Seguem alguns depoimentos:

<u>Por parte dos Governantes:</u>

> *–“Políticas públicas de educação, com investimento nas escolas e na formação contínua do professor, além de valorização de salários do professor”... –“Número menor de alunos em sala e aulas de reforço, para alunos com defasagem de ensino”. –“Segurança nas escolas”. ... –“Melhor regularização, preparação e controle do ensino da matemática nas séries iniciais”. ... –“Mais reconhecimento e apoio aos professores, com cursos para aprofundamento dos professores em diversos temas e orientações técnicas”.* Nesse mesmo sentido – *“Investir na formação de professores e capacitar os que já estão lecionando”... –“Promover encontros periódicos com professores de matemática para troca de experiências”.*

Através do Programa Nacional do Livro Didático - PNLD, o governo federal adquire e distribui gratuitamente livros didáticos de todas as disciplinas para todos os alunos das escolas públicas. Como sugestão: *– “O governo poderá optar por comprar livros didáticos contextualizados e com matemática de situações reais, mostrando as novas tendências”.*

<u>Por parte dos Professores:</u>

–“Aulas dinâmicas e problemas práticos, estimulando o interesse do aluno”. ... –“Trabalhos e projetos que envolvam leitura e interpretação desde a mais tenra idade”... –“Exercícios mais voltados ao cotidiano do aluno. Aprendizagem na prática, aplicando a matemática em todos os momentos possíveis estimulando o raciocínio com situações reais”. ... –“Conscientização da importância da matemática. Mostrar através de situações práticas a importância da matemática na vida moderna”. ... –“Criar meios para que os alunos achem a matemática inovadora e motivadora, que vai lhe ajudar futuramente”. ...–“Seqüências didáticas diferenciadas utilizando investigação científica, de modo que a matemática tenha sentido para os alunos”. ... –“Trazer assuntos interessantes e fazer os alunos gostarem da matéria”. ... –“Demonstração de situações concretas onde o aluno veja que a matemática não é ‘bicho de sete cabeças’. Apagar a imagem de que ele não será capaz de aprender matemática”. ... –“Situações que façam com que o aluno tenha interesse pela matemática. Desafios para que eles possam participar da aula”.... –“Trabalhar com uma linguagem mais próxima da linguagem do aluno, com situações que eles compreendam”. ... –“Conseguir fazer uma ligação com a realidade do aluno. Estimular o aluno para o mercado de trabalho”.

<u>Por parte da Família:</u>

–“Cooperação da família e da comunidade. Políticas governamentais que estruturassem as famílias para que estas pudessem orientar melhor os seus filhos”... –“Responsáveis mais presentes e atentos a seus pupilos, no incentivo e na cobrança de ensino/aprendizagem”.... –“Estimular os filhos a superar obstáculos e desafios de qualquer natureza”.

<u>Por parte dos Alunos:</u>

– “Conscientização de suas obrigações”... – *“Desenvolver o gosto pelo estudo no geral. Estudar é uma questão de hábito”... –“Perceber a devida importância social ao ato de aprender”... –“Ter compromisso com os estudos, objetivos de vida e responsabilidade com o seu futuro”... –“Ter vontade de aprender”. ... –“Ser mais aplicado, ou seja, estudar e buscar novas formas de solucionar suas dúvidas e dificuldades”... –“Os alunos precisam ser estudantes e não meros espectadores”... –“Estar aberto e receptivo para mudanças”.*

Tais argumentos apresentados na pesquisa indicam indícios dos rumos do ensino no Brasil, sob pena de falência do sistema de Ensino Público, gratuito e de qualidade. Estas questões exigirão a união de todos aqueles que se dedicam ao ensino neste país envolvendo governantes, famílias, educadores e educandos, para discussão na busca de soluções e proposição de alternativas. O pretexto dessa questão era fomentar debates e indicar contribuição de profissionais que atuam na sala de aula, a fim de servir para estudos posteriores.

- Referente à profissão de professor. (Verificar o que os professores acham da sua profissão e falam dela para outros que a queiram seguir)

Perceba como as palavras profissão e professor se parecem? Elas nasceram da mesma raiz etimológica, o que faz todo o sentido: o professor é a primeira das profissões. Todas as outras especialidades e habilidades técnicas só podem existir quando há professores ensinando-as aos seus discípulos. Toda profissão precisa de professores. Ambas as palavras derivam do latim "*professum*", que por sua vez vem do verbo *"profitēri".* De acordo com o Dicionário Houaiss (ver também Dicionário Etimológico da Língua Portuguesa de José Pedro Machado), são muitos significados convergindo para um só sentido: professar, prometer, protestar, obrigar-se, confessar, mostrar, dar a conhecer, ensinar; que requer iniciativa, responsabilidade, segurança e de liderança; aquele que é versado em qualquer ramo de ciência ou arte.

Há unanimidade dentre professores pesquisados, dizendo que é preciso gostar da profissão e buscar sempre se aperfeiçoar, uma vez que ela é muito desafiadora e exigente. Seguem alguns depoimentos:

> –"*Que é uma grande profissão, mas precisa de reflexões diárias"... – "Que é uma profissão espinhosa, porém gratificante"... –"O trabalho de professor exige aptidão, comprometimento, dedicação, amor pela matemática e pelo próximo, ainda muita, muita paciência"... –" Acima de tudo fazer aquilo que você gosta e sinta prazer em realizá-la".*

Considero uma profissão gratificante, de constante aprimoramento e de novos rumos. Sempre será uma profissão do futuro, afinal as pessoas caminham nesta terra há 12 milhões de anos e a única coisa que vêem repetindo neste tempo todo é o processo de aprendizado.

Embora todos gostem de sua profissão, verificamos que trinta e quatro dentre os cinqüenta e cinco (62%) não a indicariam para outras pessoas pela falta de reconhecimento e valorização. Seguem declarações:

> –*"Ganha muito pouco por tudo aquilo que é de sua responsabilidade. Existem profissões que ganham muito mais e não possuem tantas obrigações "... –"Dar aulas para ser maltratado por alunos e ter uma profissão totalmente desrespeitada? Não indico isso pra ninguém". ... –"As pessoas não querem ter uma profissão que é um fracasso".*

É sabido que parte dos formados em Licenciatura no país não trabalham como professores nas escolas brasileiras. A desvalorização desta profissão diminuiu o interesse de estudantes para esses cursos. Em julho, o Conselho Nacional de Educação (CNE) chegou a divulgar um estudo que falava em apagão de professores, já que o país teria um déficit de 246 mil profissionais. (Jornal O Estado de São Paulo, 15 outubro de 2007)

Considerando o professor como formador de opinião, hábitos e costumes, este número de 62% que não indicam sua profissão para outros e suas justificativas, é extremamente preocupante. Sem querer ser pessimista, esses professores poderão servir de parâmetros para os alunos e ninguém mais se interessar pela profissão de professor. Brevemente, se não houver uma valorização em todos os sentidos do professor, não haverá docentes para lecionar nesse país.

Inspirado nas orientações de D'Ambrosio, acredito que um professor deve ensinar a sonhar: a sonhar que o aprendizado que está ministrando pode ser um ótimo companheiro para se obter tudo aquilo que o aluno pensa conseguir em sua vida, que o conhecimento é o caminho do saber, e o saber auxilia no caminho do ter e do ser.

Os professores têm de procurar ser como general estrategista: conhecer muito além de sua área de ensino para poder ensinar e compreender esta nova geração de alunos.

- Referente a propostas de trabalho e melhoria do ensino. (Verificar se os professores possuem projetos ou sugestões para a melhoria do ensino de Matemática).

Seguem algumas propostas apresentadas:

- ➢ Propor tipos de problemas que enriqueçam as experiências dos alunos sobre o sentido de fazer Matemática.
- ➢ Propor problemas abertos (que dêem margem a diferentes respostas), possibilitando que os alunos utilizem estratégias próprias e adquiram confiança na sua maneira de produzir Matemática e fazer as novas aquisições.
- ➢ Criar situações os quais os alunos consultem a si mesmos, aos colegas e às fontes de informação disponíveis antes de pedir ajuda ao professor. Propiciar momentos em que os alunos troquem informações, argumentem e reflitam sobre produções e afirmações suas e dos colegas.
- ➢ Propor atividades em que os alunos se sintam responsáveis pelo controle e verificação dos resultados obtidos, analisem acertos e erros, dispondo-se a reelaborar seus procedimentos quando necessário.
- ➢ Apresentar, com freqüência, situações didáticas que envolvam cálculo mental e tenham momentos para exposição do que pensam e fazem, colaborando para que eles manifestem suas opiniões e discutam dando sentido na produção matemática.
- ➢ Propor ampliação de conteúdos além do programa mínimo exigido. Utilização de variáveis didáticas e estratégias de resolução, de acordo com os conhecimentos de cada sala.
- ➢ Utilização de objetos e instrumentos (como jogos, e calculadora) para a abordagem de diferentes conteúdos matemáticos.

- Referente à Matemática na formação do cidadão. (Verificar o que os professores falam da importância da Matemática na formação do cidadão).

A Matemática é uma ciência que provém da construção humana, seus conceitos surgiram da necessidade do homem resolver situações-problema. Essas situações normalmente estão relacionadas com outras áreas, as quais usam conceitos matemáticos para melhor entendimento e busca de soluções.

Desta forma, a Matemática não é apenas uma disciplina, é uma forma de pensar que deve estar ao alcance de todos. Sendo assim, somos capazes de aprender Matemática, independente do meio social que estamos inseridos, uma vez que ela é parte integrante de nossas raízes culturais.

Daí não ser concebível um ensino da Matemática escolar que enfatize a memorização, que se detenha no ensino de procedimentos, ou seja, de algoritmos, em detrimento da aprendizagem que desenvolva as capacidades cognitivas, de análise, de produzir conhecimento, no nosso caso - conhecimento matemático.

Uma escola que vai além da transmissão do conhecimento acumulado, preocupando-se também com o papel de formar cidadãos atuantes, necessita despertar o interesse e raciocínio sobre as transformações que acontecem no contexto social.

Não se trata apenas de produzir tal conhecimento, mas também levá-lo para uma melhor qualidade de vida, que focalize o papel do conteúdo da Matemática na formação do cidadão consciente, crítico, reflexivo e autônomo, conhecedor de seus direitos e deveres, capaz de ser um agente do processo de construção de uma sociedade mais justa e solidária, que não veja o aluno apenas como um depósito de informações.

Seguem algumas declarações*:*

> *–"A matemática possibilita ao aluno realizar investigações, resolver problemas, desenvolver o raciocínio e a criatividade do aluno"... –"Matemática tem sido apontada como 'possibilitadora' do desenvolvimento de habilidades e competências essenciais a formação do cidadão do mundo atual"... – "A matemática ao ser estudada e analisada pode aumentar o senso crítico do cidadão, aprimorando a sua formação e tornando-o mais participativo, hábil, sensato, conhecedor, informado ponderado diante da sociedade"... – "Faz o indivíduo (cidadão) pensar com lógica".*

Segundo o PCN, a Matemática ajuda na formação do cidadão modificando na forma de pensar, e isso só será possível se houver alterações na visão do professor sobre a natureza do conhecimento matemático e o papel da Matemática na formação do cidadão para atuar nesta sociedade em transformação.

Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos:

> "... *ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático".* (PCN, 1997, p. 34).

A Matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar.

Acredito que a Matemática permite ao cidadão "tratar" as informações que recebe cotidianamente, aprendendo a lidar e raciocinar com dados estatísticos, tabelas e gráficos. Desenvolve habilidades e capacidades de avaliação, interpretação, análises, argumentação e, até mesmo, tomadas de decisões nas mais diversas circunstâncias, sempre em consonância com os temas e conteúdos a que for exposto. Além do mais, pode propiciar inserção das pessoas no mundo do trabalho, tornando-o reconhecido e sabedor de seu papel em nossa sociedade.

6.2 Análise da entrevista semi-estruturada. (Anexo III)

Foram escolhidos ao acaso e sem nenhum critério para a seleção dois professores no final do curso. Reuni com cada professor separadamente, para pesquisar sobre a viabilidade do uso da Modelagem Matemática no ensino Básico. Apresentaremos aqui a transcrição de fatos relevantes e análise de cada pergunta feita na entrevista.

Pergunta 1 - Fale da sua formação. Já tinha visto alguma coisa em termos de Modelagem?

> *P1: – Sou professor da rede pública estadual, moro em Itaquera, São Paulo. Trabalho há onze anos lecionando matemática no Ensino Médio. Sempre trabalho apoiado em um livro didático, adotado pela escola. Nunca imaginei que modelagem poderia ser algo desse tipo. Imaginava ser trabalhos com massa de modelar ou alguma coisa relacionada a modelo e moda. Coisas do tipo: fazer molde de objetos.*
>
> *P2: – Sou professor efetivo da rede estadual e também trabalho numa escola particular. Tenho conhecimento na área matemática e física e leciono há sete*

anos. Procuro trabalhar nas aulas com jornais e revistas, jogos e desafios. Sou um mediador. Forneço informações básicas (presentes nos textos e no material didático) e faço alguns esclarecimentos. Promovo o debate e resolvo muitos exercícios. Nunca vi nem ouvi nada de ensinar Matemática por meio da Modelagem. Nem mesmo na minha graduação, que terminei há pouco tempo.

É pertinente o registro da trajetória do professor neste momento, pois esta questão mostra que são profissionais jovens, mas com relativa experiência (7 e 11 anos), que estão procurando aprimorar-se e preocupados com ensino da Matemática.

Pergunta 2 – Falando na Modelagem Matemática, você a considera uma alternativa viável para se aprender Matemática no Ensino Médio? Tem alguma vantagem?

P1: – É claro que sim. É uma alternativa viável para uso em sala de aula, capaz de estabelecer relações entre o cotidiano e outras áreas do conhecimento, como sugerem os PCNs. Com a Modelagem o ensino fica mais contextualizado e o aluno percebe a utilidade da matemática na sua vida. A aula deixa de ser repleta de exercícios repetitivos e resolvidos mecanicamente; torna-se uma aula diversificada, podendo envolver atividades multidisciplinares, com temas reais e do cotidiano. Acaba com aquela história de soluções rápidas sem muito ou nenhum esforço. Na Modelagem, pelo que percebi, isso não existe. O aluno aprende Matemática utilizando e fazendo Matemática.

P2: – Sem dúvida nenhuma. Modelagem é uma possibilidade valiosa para a solução de problemas de aprendizado de Matemática. Por meio dela, as soluções dos problemas e as demonstrações são apresentadas de tal modo que passam por levantamento de dados, ensaios e tentativas de resolução e busca de novos caminhos. Considero fundamental para o desenvolvimento e a capacidade de usar o conhecimento científico para identificar questões e tirar conclusões baseadas em evidências, de modo a compreender e a ajudar na tomada de decisões com fatos da realidade. A matemática que se passa nas escolas atualmente é como um mundo arrumado, pronto e acabado: procedimentos e fórmulas nos lugares corretos onde tudo se encaixa. Atividade escolar tipo Modelagem, oferece condições sob as quais os alunos são *convidados a atuar. Isso propicia determinadas ações e discussões fantásticas, associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas.*

Nestas respostas verifica-se o que pensam a respeito da Modelagem. Constatamos que ela realmente possibilita o acesso ao conhecimento matemático, pois parte de situações contextualizadas.

Pergunta 3 – Você acha que a Modelagem resgata o gosto e o interesse pelas aulas, trazendo motivação para o aluno, já que ele passa a participar ativamente da aula, dando opiniões que serão levadas em conta pelo professor?

P1: – Sabemos o quanto é difícil despertar o interesse dos alunos pelas aulas de Matemática. Mas acredito, pelo pouco que aprendi a respeito da modelagem, que sim. Através de temas que têm significado para eles, experimentos ou atividades participativas, estimulam sua curiosidade, surge a criação de hipóteses e o pensamento crítico. Pelo que percebi, a Modelagem permite aos alunos fazerem experiências, conjecturas, evidenciarem propriedades e, com a mediação do professor, buscarem explicações para o que está sendo empiricamente constatado, tendo até possibilidades de fazer previsões. Por outro lado, cabe ao professor, como mediador e facilitador da aprendizagem, tomar certas medidas pertinentes para cada momento. Imagine que o aluno esteja acostumado ao ensino tradicional. Com o uso da modelagem ele pode ficar "boiando" (se perder) ou torna-se apático. Ainda mais se o tema escolhido não for interessante para ele. O professor que não se sentir preparado a desenvolver a modelagem poderá se meter em complicações ou situações embaraçosas e constrangedoras. Eu sou um que tenho medo desses problemas. Precisa ter mais cursos de aprimoramento para todos nós que queremos trabalhar com Modelagem.

P2: – Não saberia responder esta pergunta, pois ainda estou "engatinhando" na modelagem. Penso que os alunos teriam mais facilidade em entender as idéias matemáticas, já que poderiam conectá-las a outros assuntos e vista na prática. É comum o aluno pedir por aplicações de Matemática e isso pode ser alcançado ao se envolverem com Modelagem. O conteúdo matemático passará a ter sentido, deixando de ser abstrato e fora da realidade, para passar a ser *concreto. Porém, os alunos devem ser preparados e estarem "abertos" a outra estratégia. Aqueles alunos que estiverem acostumados com o professor sendo o transmissor de conhecimentos, e quando são colocados como o centro do processo ensino-aprendizagem, podem se sentir incapazes e se tornar apáticos nas aulas. No ensino "comum" (entende-se tradicional), os alunos simplesmente seguem "receitas", sendo mais simples, e ao mesmo tempo, atingem o objetivo que é obter boas notas. Uma coisa eu garanto: conceitos matemáticos quando estudados considerando a realidade dos alunos, eles passam a refletir a sua importância A escolha do tema, a coleta de informações e dados realizados pela equipe de alunos, fazem com que cada um, indiretamente, se sinta um pouco responsável pela resolução do problema.*

Embora dificultoso, acredito que todos professores possuem condições de repensar o ensino da Matemática, para conseqüentemente, melhorar a relação ensino-aprendizagem. Eles tiveram a oportunidade de vivenciar experiências com Modelagem, analisar vantagens e desvantagens de seu uso. Perceberam que ela torna o ensino da Matemática mais significativo, mais dinâmico, conseqüentemente, mais atraente, sedutora e motivadora para o aluno, tendo como conseqüência uma aprendizagem mais efetiva, com possibilidade de aplicação na vida cotidiana.

Pergunta 4 – Agora falando da Modelagem e você como professor. Você trabalharia como as atividades de Modelagem na sua sala de aula? Você sente-se preparado para desenvolver atividades com Modelagem?

P1: – Preciso ler um pouco mais e participar de outros cursos de aprimoramento. Gostei muito da idéia, mas ainda não estou preparado. Vou começar por coisas simples como funções de primeiro grau. Os exemplos e experiências que você passou durante nossos encontros podem ser o começo para enriquecer as minhas aulas. A maior dificuldade que encontrei, foi à identificação de qual conteúdo matemático usar. Estou acostumado a resolver problemas usando sempre conteúdos vistos anteriormente, e não problemas investigativos como propõe a modelagem matemática. Vou encarar como um desafio.

P2: – Sinceramente: não. Desde a apresentação dos PCNs e da LDB no fim da década passada, penso que estamos num período de transição. É difícil para *qualquer professor deixar de trabalhar da maneira considerada tradicional (zona de conforto com livros e material de apoio) e iniciar uma nova maneira de trabalhar em sala de aula, onde muitas vezes o professor não pode prever quais questões irão surgir, por exemplo (zona de risco ou imprevisível). Assim, o trabalho com a Modelagem em sala de aula exige que o docente esteja preparado para possíveis imprevistos, principalmente quando o tema escolhido para o desenvolvimento do trabalho parte do aluno. Como educadores, temos que nos adaptar às novas tendências, tecnologias e adaptar as mudanças. Por exemplo: assim como todos educadores precisam aprender um pouco informática, também necessitam aprender matemática de situações reais. De início, ensinar matemática por meio da Modelagem ou outra proposta qualquer, pode causar resistência em lidar com o novo. Surge naturalmente certa relutância em mudar, no qual procuram-se defeitos, imperfeições e embaraços, nos quais causam estorvo e desqualificam a proposta mesmo sem conhecer. Com o tempo, estudando um pouco mais, lendo e participando de mini-cursos como esse, fatalmente acabará por se interar, experimentar, aprender, ir se qualificando aos poucos. Assim abrirá caminhos e poderá mostrar como a Matemática serve para uma transformação econômico-social-cultural, onde seja possível questionar e recriar valores tradicionais até então impostos.*

Pelas respostas, percebe-se que os professores entrevistados reconhecem que a Modelagem é uma forma de vivenciar e valorizar a Matemática não como um conhecimento pronto e acabado, mas como uma forma de construir esse conhecimento. Usando fatos reais os alunos passam dar mais valor à Matemática. Afirmam não terem condições de realizá-lo por terem aprendido muito pouco devido ao curto tempo do curso.

Pergunta 5 – A Modelagem não elimina o conteúdo matemático tradicional. Ela sugere mudanças no sentido de aproximar a disciplina da realidade do aluno. O que ela contribui para a formação do cidadão da atualidade?

P1: – “Me corrija” se eu estiver errado. A Modelagem é uma nova proposta de ensino de Matemática. Ela envolve questões da realidade e também propicia condições para que os alunos possam refletir sobre seu papel de cidadão perante a sociedade. Contribui para a formação de várias formas: É um trabalho onde a execução e produção das atividades geralmente feito em grupo, portanto, cooperativo. Aprende-se a usar a Matemática para representar, interpretar e *intervir na vida real. Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades. Contribui para formar um cidadão com conhecimentos e métodos matemáticos para aplicá-los em situações científicas, de trabalho e cotidianas.*

P2: – Esta é uma pergunta para ver se eu prestei atenção no curso? (risos) Você falou tudo... Bom... Num trabalho de Modelagem, os problemas são extraídos a partir de situações da realidade, com temas escolhidos ou sugeridos, no qual estudantes tenham interesse e se envolvam na resolução deles. Implica em desenvolver atividades que ao serem trabalhadas interdisciplinarmente, contribuem para a construção e significado dos conceitos matemáticos. Amplia as habilidades do raciocínio lógico e de argumentação, buscando questões como "o que acontecerá se"... que ajuda a aprender a analisar um argumento e a reconhecer argumentos válidos e não-válidos no contexto matemático e interpretações dos problemas da vida diária.

.

Nas respostas apresentadas, os docentes entrevistados conseguiram absorver as idéias propostas no mini-curso. Esta nova maneira de olhar a Matemática vinculada a um contexto sócio-cultural-político, contribui significativamente na atividade escolar. A Modelagem Matemática convida o aluno a atuar, investigar, levantar hipóteses, tomar atitudes, discutir e procurar possíveis soluções. Ela desenvolve habilidades de exploração e compreensão da Matemática no mundo e prepara para utilizá-la em diversas áreas do conhecimento, familiarizando os alunos com mecanismos de cálculo com desembaraço e que saibam, mais tarde, utilizar em situações da vida real.

Através disso, é preciso repensar as aulas de Matemática, não podemos mais associá-las somente a conteúdos de alto nível de abstração e que não possuam ligação com a vida dos alunos.

Pergunta 6 – O curso atendeu às suas expectativas? Tem alguma sugestão?

Ao finalizar a entrevista, solicitei aos professores que falassem sobre suas impressões do mini-curso e suas sugestões ou críticas.

P1: – Valeu. Gostei muito do curso, apesar de pouco tempo. Tudo foi muito bem especificado e colocado de maneira clara. Além disso, o assunto abordado foi *muito interessante e os debates proveitosos, pois trataram diretamente do assunto na sala de aula. Adquirir novos conhecimentos sempre nos faz crescer. Pretendo aplicar as atividades em sala de aula e despertar o interesse dos alunos.*

P2: – Gostei muito do seu trabalho e de sua pesquisa. O tema realmente é interessante e aprendemos várias maneiras de ensinar Matemática. As aulas foram dinâmicas e assim deveriam ser com nossos alunos. Seria bom que uma maior parte de colegas professores e nossos estudantes pudessem conhecer. As discussões e os encaminhamentos que os participantes (professores) deram para o trabalho foram ótimos. Eles conhecem bem a realidade da sala de aula, e conseguiram fazer boas articulações entre Matemática e esta realidade, sempre com um olhar sócio-crítico. Foi uma ótima interação!

Com estas falas podemos observar que os professores gostaram do curso, concordam com a inserção de novos rumos para o ensino da Matemática, porém não sabem ou não têm clareza de como fazê-lo. As mudanças no ensino estão ocorrendo muito rapidamente, precisam de incentivo e tempo para se adaptar às mudanças e conseguirem acompanhá-las.

Nos depoimentos, observa-se a clareza de não fazer do ensino atual o mesmo que foi feito durante sua formação e para que isso ocorra há necessidade de se procurar novos caminhos e adaptá-los à realidade do universo que está inserido.

Entre os motivos, citam que o mundo sofreu grandes alterações, e que a preocupação agora está centrada na formação de cidadãos que possam ser inseridos na sociedade, enquanto que em sua época de formação valia mais decorar conceitos do que os entender.

À falta de conhecimento do professor considera-se como um grande obstáculo que poderia ser minimizado com cursos que promovam a atualização do profissional, sobretudo no que concerne à inserção de novos conteúdos no currículo.

CAPÍTULO VII

CONSIDERAÇÕES FINAIS.

> *"Se nada ficar destas páginas, algo, pelo menos, esperamos que permaneça: nossa confiança no povo. Nossa fé nos homens e na criação de mundo em que seja menos difícil amar". Paulo Freire*

Feita esta pesquisa, percebemos nestes encontros a disposição dos participantes em repensar as formas de ensino. Constatamos que em muitas situações o professor demonstra interesse em relação ao ensino de Matemática por meio da Modelagem, mas por se mostrar um trabalho inovador, encontra barreiras em sua trajetória.

Também observamos que os encontros de curta duração atingem as expectativas dos professores, por serem momentos em que ocorre a aquisição de conhecimento de forma clara e objetiva, há trocas de experiências e reflexões sobre os trabalhos que estão sendo executados.

Os questionamentos foram elaborados tendo como princípio analisar a receptividade e percepção de professores de Matemática acerca da Modelagem no processo de ensino-aprendizagem desta disciplina. Diante da impossibilidade e inviabilidade de abranger todo o universo, foi tomado como amostragem cinqüenta e cinco professores da rede pública estadual de São Paulo. Foi mantido o anonimato dos professores por uma questão de discrição e respeito aos profissionais, bem como para motivar a sinceridade das respostas que melhor identificassem suas posturas profissionais.

As interpretações aqui construídas referem-se aos sujeitos desta pesquisa, de modo que não se pretende torná-las absolutas em relação a outros contextos e sujeitos, mas as conclusões que emergem deste trabalho refletem, com certeza, a realidade do ensino de Matemática na maioria das instituições.

Percebe-se, naqueles que fizeram o mini-curso sobre Modelagem, muito interesse e dedicação para o aprendizado de novas tendências da Educação Matemática. A busca por novas alternativas e tudo aquilo que foge à pedagogia tradicional, atrai a atenção dos alunos e é sempre bem vista, desde que os professores estejam trabalhando com Matemática de situações reais e cotidianas.

A relação entre a realidade e o mundo matemático é um dos aspectos mais positivos da Modelagem. Assim, se aceita a idéia de que este método conduz a um trabalho de natureza interdisciplinar, o qual requer diálogo constante com outras áreas do conhecimento.

Portanto, é necessária uma transformação na postura do professor que deve diferir substancialmente da chamada “escola tradicional”. Por trás desta percepção está a idéia de que a Modelagem na sala de aula reorganiza as relações de conhecimento entre professor e aluno, com nova divisão de responsabilidades.

Considero satisfatório o fato de que os professores entrevistados reconhecem que a Modelagem Matemática traz vantagens para o ensino-aprendizagem, mas não souberam mencioná-las com firmeza. Isso ocorre porque, na realidade, esses professores nunca utilizaram Modelagem em suas aulas.

Contudo, apesar de não se sentirem seguros e verem dificuldades na implementação da Modelagem, o fato de possuírem iniciativa e querer abraçar a proposta, pode-se dizer que o primeiro passo de uma longa caminhada já foi dado.

Foi percebido também que os professores ainda valorizam o cumprimento dos programas, os quais têm relação direta com os livros didáticos adotados por eles. Verificamos que este respeito aos programas deve-se, em boa parte, à pressão dos demais membros do ambiente escolar, entre eles supervisores, diretores e pais.

Reforçamos as idéias de Franchi (1993), que a maioria dos alunos não querem raciocinar. Preferem algo pronto e acabado. Eles estão acostumados a ver o professor como transmissor de conhecimento e, portanto, têm uma postura passiva em relação à aula. Esperam receber explicações e participar apenas fazendo perguntas ou resolvendo exercícios. Quando o trabalho os coloca no centro do processo ensino-aprendizagem, em que eles são convidados a investigarem atividades e quando os resultados dependem de suas ações, a aula passa a caminhar em ritmo lento, pois eles não estão acostumados a agir e nem sempre sabem o que fazer, ou por onde começar.

Segundo Chaves (2004)...

> "*Enquanto estivermos presos a conteúdos a cumprir em um predeterminado tempo, enquanto os currículos de nossas escolas estiverem com as disciplinas fragmentadas, onde cada professor que as apresenta, fala de um conhecimento de forma isolada, o máximo que conseguiremos é utilizar a Modelagem de forma esporádica e ainda com adaptações".*

Nos debates foram citados obstáculos relevantes à falta de motivação dos alunos para a aprendizagem e relatam sobre a dificuldade dos alunos na fase inicial do trabalho com modelos.

A partir da pesquisa, percebemos que na sua formação acadêmica, o professor raramente teve contato com a Modelagem, e quando muitas vezes gostaria de entender e superar seus medos e conflitos, não lhes é proporcionado um acesso fácil a cursos. De fato, a adoção da Modelagem demanda maiores qualificações do professor como, por exemplo, a disposição para adquirir conhecimentos interdisciplinares. Também ele necessitará, sobretudo, de espírito inovador, aumentando sua iniciativa para a pesquisa e de flexibilidade perante os obstáculos.

As condições necessárias para o professor implementar Modelagem no ensino são: ter atrevimento, persistência, audácia, um grande desejo de modificar sua prática pedagógica e disposição para conhecer e aprender uma nova proposta. Há necessidade de familiaridade no uso da Modelagem.

Não deixa de ser positivo o fato de que todos os participantes concordaram que o ensino de Matemática não pode continuar a ser mecânico e exato: um conjunto de fórmulas e passos que, se repetidos corretamente, levam invariavelmente à solução de um problema hipotético.

Nossas hipóteses se confirmaram, ou seja, existem muitos professores que se sentem tolhidos e com medo de enfrentar aulas de Modelagem. Por outro lado, encontramos também professores entusiasmados, audaciosos, corajosos e principalmente críticos em relação a esta nova realidade da sociedade e conseqüentemente da escola.

A Modelagem, que contempla uma abordagem externalista para a Matemática, em outras palavras, trata-se de um método de ensino que contempla a pesquisa e o estudo/discussão de problemas que dizem respeito à realidade dos alunos. Nesse contexto, o aluno terá uma aprendizagem mais significativa e efetiva da Matemática se esta estiver relacionada ao seu cotidiano e à sua cultura. Ou seja, o processo de aprendizagem dar-se-ia a partir da compreensão e sistematização do modo de pensar e de saber do aluno (Fiorentini, 1995).

Com isso, para que esse quadro se reverta é necessário que a prática educativa esteja dirigida para o interesse dos estudantes, que professores e alunos tenham objetivos bem definidos e que eles sejam os mesmos.

O que se observa nas escolas, narrado pelos pesquisados, é o distanciamento entre professor e aluno. Cada um preocupado com seus próprios objetivos. A relação entre eles, que deveria ser de compromisso mútuo na superação das dificuldades, acaba por se tornar uma relação de poder e opressão.

Portanto, se o ensino de Matemática está em crise, é porque ele já não se justifica mais pela aplicação de fórmulas, pelo estímulo à memorização, “decorebas”, ou pela preparação do aluno para o vestibular.

A Matemática precisa ser ensinada como um instrumento para a interpretação do mundo em seus diversos contextos. Sendo assim, acreditamos que a Modelagem Matemática possa provocar uma mudança no ensino de Matemática, que até o momento é vista por alguns alunos como uma disciplina de pouca utilidade.

Contudo, ao analisar o ponto de vista da prática docente, pode-se encontrar algumas sugestões/ propostas quanto à implementação da Modelagem:

- Comece viabilizando o uso da Modelagem na forma de projetos; de preferência interdisciplinares com apoio de outros colegas professores;
- Sempre que possível, cumpra integralmente os conteúdos escolares pré-estabelecidos pela Escola ou Órgão gestor; de início a Modelagem não deve desnortear o currículo proposto pela escola.
- Seja como um “guerreiro estrategista”; mudanças geram conflitos e isso pode não ser nada bom para o ensino de Matemática. Um dito popular que

tem muito significado nestas horas: “aprenda a comer pelas beiradas”: é fundamental para não queimar a língua, nem os lábios. Seja sutil.

Nesta pesquisa faz-se notar e comprovar que a Modelagem Matemática transforma a Matemática fria e acabada baseada apenas nos livros didáticos em uma ciência viva, que se desenvolve a cada modelo matemático elaborado, numa ciência dinâmica, possuidora da mesma dinâmica que caracteriza a sociedade e a História humana, propriamente dita, pois conduz professor e aluno à constante pesquisa, contribuindo para a atualização, aperfeiçoamento e desenvolvimento de ambos e como conseqüência, permite que o professor passe de agente autoridade para agente aliado e orientador.

Conseguimos nesta pesquisa mostrar que um trabalho inovador e diferenciado em sala de aula como é a Modelagem Matemática, pode sem dúvida nenhuma, contribuir para melhoria do ensino. Apesar das dificuldades enfrentadas a partir de situações reais, esta forma de ensinar é viável. Constatamos que ela busca estimular, provocar o raciocínio e resgatar o interesse dos alunos em aprender Matemática por meio de circunstâncias contextualizadas e cotidianas.

Proposta de um modelo de avaliação de atividades de modelagem.

No trabalho com Modelagem Matemática o aluno não pode ser encarado como um receptáculo de informações. Ele é o agente de cultura, um ser ativo e por isso, capaz de superar as convenções e promover transformações. Desta forma, muitos aspectos podem ser observados pelo professor, dos quais o levarão a uma nota ou um número exigido pelo sistema.

O professor é sempre orientado a não usar um único instrumento de avaliação, por exemplo, a aplicação de provas. E para ajudar no processo de avaliação do professor e assegurar apreensão dos conhecimentos matemáticos de forma significativa pelos alunos, pode ser solicitado um trabalho de Modelagem Matemática em grupo e, durante a execução desse trabalho, o professor deve ficar atento à qualidade dos questionamentos por parte dos alunos, suas discussões e decisões sobre a natureza do problema levantado, observar e orientar os alunos na obtenção dos dados necessários sobre o problema a ser modelado, instigando a elaboração de modelos matemáticos e fazendo com que os alunos interpretem as soluções fornecidas pelo modelo encontrado, tornando-o válido ou não.

D'Ambrosio (1998) e Barbosa (2001), com relação à avaliação de um projeto de Modelagem Matemática, sugerem uma avaliação por meio de relatórios de todas as etapas do processo de Modelagem, analisando o grau de desenvolvimento do aluno bem como o seu processo de evolução, ou seja, o que ele realmente aprendeu através da Modelagem Matemática. Através destes relatórios, pode-se avaliar o desenvolvimento da comunicação oral e escrita; a análise crítica dos resultados e interpretações destes: avaliar, além da apresentação com clareza, organização e limpeza, como também a pontualidade.

Por outro lado o professor pode avaliar todo o comportamento e participação do aluno, a começar pela escolha do tema interessante; trabalho de modo participativo e cooperativo; disposição para aprender; respeito às diversas opiniões e diferenças individuais; argumentação quanto a fazer explicações, previsões e eventuais tomadas de decisão.

O professor deve estar atento também quando o aluno faz reflexões de auto-análise, no qual o aluno ao tentar resolver o problema, reconhece seus pontos fortes e fracos, quer no conhecimento, quer nas estratégias, buscando ser mais eficaz. Apenas a fim de exemplificar, cito o caso de um aluno que, ao fazer uma atividade de Modelagem, precisava saber calcular volumes. Por iniciativa própria, procurou em livros de geometria e "sites" na Internet, como fazer o cálculo para poder chegar ao modelo. Por esta presteza e afã, o ato também merece nota.

Finalizando, espera-se que este trabalho possa esclarecer o que é Modelagem Matemática e, principalmente, que possa contribuir para incentivar colegas docentes de Matemática e de matérias afins, à adoção de uma nova postura frente ao ensino da disciplina. Sugerimos como proposta para esta mudança a utilização da Modelagem, pois sua implantação significará a oferta de um ensino de Matemática sintonizado com os objetivos dos PCN's. Sua implantação promoverá alunos, com diferentes motivações e interesses, criando condições para sua inserção num mundo em mudanças e contribuirá para desenvolver as capacidades que deles serão exigidas em sua vida social e profissional.

Temos motivos para crer que ao se trabalhar com Modelagem Matemática em sala de aula o professor desenvolva e adquira novos saberes ou re-significa saberes antigos. Conforme já foi dito, ela rompe com o ensino tradicional baseado no paradigma conteúdo, exemplo e exercício, geralmente com atividades que possuem somente uma resposta correta.

O ensino de Matemática baseado em Modelagem poderá acabar com essa concepção. Os problemas reais abordados matematicamente poderão ter várias soluções, nenhuma solução, uma única solução e até mesmo soluções não previstas pelo docente.

Portanto, acreditamos que uma prática com características de Modelagem Matemática poderá modificar ações do professor desta disciplina, pois, sua aula deixará de ser previsível e os acontecimentos dificilmente seguirão uma ordem criteriosa de conteúdos pré-estabelecida durante o planejamento da aula.

A Modelagem Matemática ainda tem um longo caminho para que esteja presente na prática dos docentes. Inclui-se neste longo caminho, a ruptura de paradigmas, a maturidade para se aplicar novas atividades que contemplem a Matemática de situações reais, bem como as aceitações dos docentes.

"*O homem nasceu para aprender, aprender tanto quanto a vida lhe permita".*
João Guimarães Rosa (1908 - 1967)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; MARTINS, Neide., “Modelagem Matemática: uma aplicação usando a merenda escolar”, Anais eletrônicos do VII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática. Rio de Janeiro, 2001.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; DIAS, Michele Regiane. Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino aprendizagem. Bolema, n°22, 2004.

ANASTÁCIO, Maria Queiroga Amoroso. Considerações sobre a Modelagem Matemática e a Educação Matemática. 1990. 100 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1990.

ARAUJO, Jussara. Loyola., Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: As discussões dos alunos. Rio Claro. Tese de Doutorado - Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP. 2002.

AUSUBEL, David Paul, NOVAK, Joseph D. . HANESIAN, Helen. Educational Psychology: A Cognitive View (2nd Ed.). New York: Holt, Rinehart & Winston, 1978.. Psicologia Educacional. Trad. de Eva Nick et al. Rio de Janeiro: Interamericana.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. O que pensam os professores sobre a modelagem Matemática? Zetetiké,Campinas, v.7, n.11, 1999. Disponível em: **http://sites.uol.com.br/joneicb** . Acesso em: 05/06/2004.

________ Uma perspectiva para a modelagem Matemática. In: Anais do IV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática. Rio Claro: Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, 2000.

________ Modelagem na educação Matemática: contribuições para o debate teórico. DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais ...Caxambu: ANPED, 2001a. Disponível em: **www.anped.org.br/24/tp1.htm#gt19** Acesso em; 08/07/2004.

________ Modelagem Matemática e os professores: A questão da formação. Artigo (Bolema, ano 14, pp 5 a 23, 2001b).

________ Modelagem Matemática na sala de aula. Perspectiva, publicação da Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões - Erechim / RS: EdiFAPES, v.27, n. 98, Junho de 2003a.

________ Uma perspectiva de Modelagem Matemática. In: Conferencia nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, 2003b, Piracicaba. Anais... UNIMEP. Disponível em: **http://sites.uol.com.br/joneicb** . Acesso em: 05/06/2004.

BASSANEZI, Rodney C.B. Ensino–aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

________ Modelagem Matemática. Dynamis, v.1, n.7, p.55-83, 1994.

________.Modelagem como Metodologia de Ensino de Matemática. In: Ata do CIAEM, Santo Domingo, República Dominicana. 1982.

BASSANEZI, Rodney C.B. e Biembengut, Maria Salete. Modelação Matemática: uma velha forma de pesquisa - um novo método de ensino. Revista Números, Tenerife, Espanha: 1997.CD-ROM.

_______ Modelagem na Matemagicalândia. In: Bolema – Boletim de Educação Matemática, Ano 7, n. 8, p.15 – 37.1992.

BEAN, Dale. Modelagem na Cinemática: A curva de regressão em busca da velocidade instantânea. VI Encontro Nacional de Educação Matemática (VI ENEM) Anais, Vol.1 pg 221, 1998, São Leopoldo-RS

________ O que é modelagem Matemática?.Artigo: Educação Matemática em Revista, SBEM R.S., n. 9, ano 8, pp 49 a 57, 1999.

BIEMBENGUT, Maria Salete. & HEIN, Nelson. Modelagem Matemática no ensino. 3°.ed. São Paulo: Contexto, 2003.

________ Avaliação no ensino. Artigo publicado na revista “Seminários em Revista” em Blumenau, 1999. Apresentado como Conferência no II Simpósio de Educação Matemática em Chivilcoy – ARG, 2000.

BIEMBENGUT, Maria Salete. Modelagem Matemática e implicações no ensino-aprendizagem de Matemática. Blumenau:.134p. (FURB 1999).

BLUM, Werner, HUNTLEY, I e SLOYER, C. , Advances and Perspectives in the teaching of Mathematical Modelling and Applications. University of Delaware, 1995.

BLUM, Werner. “Applications and Modelling in Mathematics teaching – a review of arguments and instructional aspects”, Lecture given at the Fourth Interaction Conference on the Teaching mathematical Modelling and Applications, Chichester: Roskilde University, 1989.

BLUM, Werner, NISS, Mogens. Applied mathematical problem solving, Modelling, Applications, and links to other subjects: state, trends and issues in Mathematics Instruction. Educational Studies in Mathematics, v. 22, n. 1, p. 27-68, 1991.

BORBA, Marcelo de Carvalho - A Modelagem enquanto proposta pedagógica. Caderno de Resumos da I Conferência Argentina de Educação Matemática (I CAREM), Buenos Aires, Argentina, p. 74. 1999

________ Tecnologias Informáticas na Educação Matemática e Reorganização do Pensamento. In. M. A. V. Bicudo (ed.). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo, Editora UNESP, p. 297 - 313, 1999.

________ Um Estudo de EtnoMatemática: sua Incorporação na Elaboração de uma Proposta Pedagógica para o "Núcleo-Escola" da favela de Vila Nogueira-São Quirino. Rio Claro: UNESP, 1987. Dissertação (Mestrado)- IGCE, Universidade Estadual Paulista.

BORBA, Marcelo de Carvalho e BOVO, Audria Alessandra (1999). Modelagem em sala de aula de Matemática: interdisciplinaridade e pesquisa em biologia. Revista de Educação Matemática SBEM - SP, p.27- 33, ano 8, n. 6 e 7, 2002

BRASIL. Ministério da Educação. PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais, para o ensino fundamental Documento introdutório: versão preliminar. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. PCNEM - Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Brasília, 1999. MEC/SEMTEC 364 p.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura.: PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: SEMTEC/MEC, 2002.

BRASIL. LDB – Lei de Diretrizes e bases da educação Nacional. Lei nº 9394/96, de 20 de dezembro de 1996.

BROUSSEAU Guy. Les obstacles épistémologiques et les problèmes em mathématiques Recherches en didactique des mathématique, Vol. 4, n°2. Grenoble : La pensée sauvage. 1983.

________ Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherche en Didactique des Mathématiques, 9 (10), p 33-112, . Grenoble : La pensée sauvage. 1986

BURAK, Dionísio Modelagem Matemática: Uma metodologia alternativa para o ensino da Matemática na 5a. Série Dissertação de Mestrado, UNESP, RIO CLARO, Brasil 1987.

________ Modelagem Matemática: ações e interações no processo ensino-aprendizagem. Tese (doutorado em Psicologia Educacional).Unicamp. Campinas, 1992. 329p.

________.Critérios norteadores para adoção da modelagem Matemática no ensino fundamental e secundário. Artigo (Revista Zetetiké, ano2, n° 2, pp 47 a 60).

CALDEIRA, Ademir Donizeti. . Educação Matemática e Ambiental: um contexto de mudanças, Campinas – SP: FE/UNICAMP – Campinas. Tese de doutorado. 1998.

________ Uma Proposta Pedagógica em EtnoMatemática na Zona Rural da Fazenda Angélica em Rio Claro. Rio Claro - UNESP, 1992. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista.

CAMILO, Antônio Vamir. Modelagem Matemática: uma perspectiva para o ensino de Matemática no ensino médio. Universidade de Contestado, UnC, Fundações Educacionais de Caçador - Concórdia - SC. Tese de mestrado. 2002.

CARAÇA, Bento de Jesus. Conceitos fundamentais da Matemática. Lisboa, Livraria Sá da Costa Editora, 1975.

CARRAHER, Terezinha; Carraher, David; Schliemann, Ana Lúcia – Na vida dez, na escola zero. Ed. Cortez, São Paulo,1991

CARVALHO, Dione Lucchesi de. Metodologia do Ensino da Matemática. 2°ed São Paulo: Cortez, 1994- Coleção Magistério 2° grau.

CHAVES, Maria Isaura de Albuquerque. Um modelo de Modelagem Matemática para o Ensino Médio - artigo_CNNECIM- NPI/UFPA 2004 Acesso 13/05/2006 http://www.ufpa.br/npadc/gemm/documentos/docs/artigo_CNNECIM.pdf

CHEVALLARD, Yves ; BOSCH, M. & GASCÓN, J. Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Tradutora Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

________ La Transposición Didáctica: del saber sabio al saber enseñado. Editora Aique, Argentina, 1991.

CORRÊA, Roseli de Alvarenga. A Modelagem: o Texto e a História inspirando Estratégias na Educação Matemática. Dissertação de Mestrado - Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP. Rio Claro, 1992.

COLL, César Salvador. Currículos Devem Mudar. Artigo Revista Nova Escola, Edição Nº 167, Novembro de 2003. Entrevista realizada em Barcelona, 02-06-1999 Acesso 20/03/2007. http://novaescola.abril.com.br/index.htm?ed/167_nov03/html/falamestre

________ Psicologia da educação. Artes Médicas. Porto Alegre: 1999

D'AMBROSIO, Ubiratan. A influência da tecnologia no fazer matemático ao longo da história. VII Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia, São Paulo, 1 a 4 de agosto de 1999. **http://vello.sites.uol.com.br/snhct.htm. Busca em 03/2004**.

________ Da realidade à ação: Reflexões sobre Educação e Matemática. São Paulo, Summus Editorial. 1986.

________ "Etnomatemática: Arte ou Técnica de Explicar e Conhecer".São Paulo: Ática, 1990.

________ Transdisciplinaridade. São Paulo. Ed. Palas Athena, 1997

________ Educação Matemática da teoria a prática. 6ª Edição. Campinas. SP. Editora Papirus, 2000.

________ Etnomatemática, elo entre as tradições e modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

________ A interdisciplinaridade. Novas possibilidades da ciência. Revista Kairós do Programa de Estudos Pós-Graduados em Gerontologia PUC-SP-EDUC, vol.6 nº1, pp. 67-84, junho de 2003. 190p.

DANTE, Luiz Roberto. Didática da Resolução de Problemas de Matemática. São Paulo. Editora Ática. 1999.

DELORS, Jacqques. Educação Um tesouro a descobrir, São Paulo: Cortez Brasília: DF:MEC:ENESCO,1999.

DEWEY, John. Vida e educação. 3° ed. São Paulo, Mel horamentos, 1952. Tradução de Anísio Teixeira.

EVES, Howard. Introdução à História da Matemática. Editora da UNICAMP, Campinas, 1995.

FERREIRA, Denise Helena Lombardo, Artigo Modelagem Matemática e Educação Ambiental: PUC – Pontifícia Universidade Católica de Campinas, SP - Brasil.

FIORENTINI, Dario. LORENZATO, Sergio , "Investigação em Educação Matemática – percursos teóricos e metodológicos" ed. Autores Associados. 2006.

FIORENTINI, Dario. Alguns Modos de Ver e Conceber o Ensino da Matemática no Brasil*:* Campinas. Revista Zetetiké n° 4(3), 1-37 . 1995

FIORENTINI, Dario (org.). Formação de professores de Matemática: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado de letras, 2003.

FREIRE, Paulo. O compromisso político do educador com a pesquisa. Palestra proferida na Fundação Educacional Regional Jaraguaense - FERJ. Jaraguá do Sul, 16 de out. 1995.

________ Pedagogia da autonomia: Saberes necessários à prática educativa. 1996.. São Paulo. Editora Paz e Terra. 9ª. Edição 1996 ou 10ª. Edição 1999.

FRANCHI, Regina Helena de Oliveira Lino. A Modelagem Matemática como estratégia de aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Engenharia. Dissertação de Mestrado – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP. Rio Claro, 1993.

________ Uma proposta curricular para cursos de Engenharia utilizando Modelagem Matemática e Informática. Tese de Doutorado – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP. Rio Claro, 2002.

GAERTNER, Rosinete. Modelação Matemática no 3º Grau – uma estratégia de ensino-aprendizagem de Matemática no curso de administração de empresa. Blumenau, 1994. Dissertação de Mestrado, Universidade Regional de Blumenau.

GAZZETA, Marineuza. A Modelagem como Estratégia de Aprendizagem na Matemática em Cursos de Aperfeiçoamento de Professores. 1989. 150 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1989.

GUSTINELI, Odesnei Aparecida Pastori. Modelagem Matemática E Resolução de Problemas: uma visão global em Educação Matemática. Dissertação de Mestrado – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP. Rio Claro, 1990.

HUPPES, Roque. Uma proposta de melhoria do ensino-aprendizagem de Matemática. 2002. 147f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis.

HURD, Paul Dehart. Science education for the 21st Century. School Science and Mathematics, v. 100, n. 6, p. 282-287, out/2000.

ICTMA Anais de Congresso 2005. ICTMA12 Model transitions in the real world: Research, Teaching, Practice. City University, London, England, 2005.

ISRAEL, Giorgio. La Mathématisation du Réel, Essai Sur La Modélisation Mathématique. Paris, Éditions Du Seuil, 2003.

JACOBINI, Otávio Roberto. A Modelação Matemática aplicada no ensino de Estatística em cursos de graduação. Dissertação de Mestrado. - Instituto de Geociências e Ciências Exatas - UNESP, Rio Claro. 1999.

________ A Modelagem Matemática como instrumento de ação política na sala de aula. 225 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro. 2004.

________ A Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática Crítica; IV Conferencia Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, Feira de Santana, 07 e 08 de novembro de 2005

KRULIK, Stephen e REYES, Robert E.A resolução de problemas na Matemática escolar. São Paulo: Atual, 1997.

KAISER Gabriele, SRIRAMAN Bharath. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. ZDM 2006. Vol. 38(3)

KAISER-MESSMER, Gabriele. Application-oriented mathematics teaching: a survey of the theoretical debate. In: NISS, M.; BLUM, W; HUNTLEY, I. Teaching of mathematical modeling and applications. Chichester: Ellis Horwood, p. 83-92, 1991.

________ Introduction to the Working Group “Applications and modelling” (G14) (To appear in) Proceedings of the 4th European Congress of Mathematics Education, in St. Feliu de Guixols, Spain, Feb 16-22, 2005.

LEAL, Simone. Modelação Matemática: Uma Proposta Metodológica Para o Curso de Economia, Dissertação de Mestrado , Universidade Federal de Santa Catarina , Florianópolis - SC ,1999

LIBÂNEO, José Carlos. Organização e Gestão da Escola, Goiânia:Alternativa, 2001.

________ Didática, São Paulo: Cortez,1991. (Gestão da Aprendizagem)

________ Educação escolar: Políticas, Estrutura e Organização.São Paulo:Cortez, 2003.

LIBÃNIO, João Batista. Qual o futuro do cristianismo?São Paulo, Ed.Paulus, 2006.

LIPP, Marilda Emmanuel Novaes. Pesquisa sobre Stress no Brasil: saúde, ocupações e grupos de risco. Ed. Papirus: São Paulo, 1996.

________ (org.). O stress do professor. Campinas: Papirus, 2002.

MACINTYRE, Ana Beatriz Lott. Tecnologia e Prazer – O Ensino da Matemática Aplicada a Administração. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina – SC Programa de Pós graduação Engenharia de Produção. 2002.

MACHADO Júnior, Arthur Gonçalves: Modelagem Matemática no ensino-aprendizagem e resultados . Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará – Belém: [1.n], 2005.

________ A modelagem como caminho para "fazer Matemática" na sala de aula. GEMM - Grupo de Estudos em Modelagem Matemática. Universidade Federal do Para - Belém, 08 a 11 de dezembro de 2004 acesso fevereiro de 2005 http://www.ufpa.br/npadc/gemm/documentos/doc_01.htm

MEDEIROS, Cleide Farias de. Por Uma Educação Matemática como Intersubjetividade. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Educação Matemática. São Paulo. Editora Moraes. 1987. p.13-44.

MEYER, João Frederico Costa & CALDEIRA, Ademir Donizeti. Educação Matemática e Ambiental: uma proposta de formação continuada – e de mudanças. Zetetiké – CEMPEM – FE/UNICAMP v. 9, n 15/16 – jan/dez 2001. p.155/170.

MEYER, João Frederico Costa.; "Modelagem Matemática: Do Fazer ao Pensar", Palestra no VI Encontro Nacional de Educação Matemática (VI ENEM) Anais, Vol.1 pg 67, 1998 , São Leopoldo-RS

MONTEIRO, Alexandrina. O ensino de Matemática para adultos, através do método Modelagem Matemática. Dissertação de Mestrado – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1991.

________ Alfabetização Matemática de adultos ([1991]) Unicamp

MORIN, Edgar. Os Sete Saberes Necessários à Educação do Futuro, Tradução Catarina Eleonora F. Silva e Jeanne Sawaya; São Paulo: Cortez, 2000.

NICOLESCU, Basarab. Definition of transdisciplinarity, 2003. Acesso 15/06/2007 Disponível em: **http://www.interdisciplines.org/interdisciplinarity/papers/5/24/**

________ Reforma da Educação e do Pensamento: Complexidade e Transdisciplinaridade, Tradução de Paulo dos Santos Ferreira, 2003. Acesso 03/03/2007. Disponível em: **http://www.engenheiro2001.org.br/artigos/Nicolescu.DOC**

________ O Manifesto da Transdisciplinaridade. Tradução de Lúcia Pereira de Souza. Triom, São Paulo, 1999.

NISS, Morgens. Aspects of the nature and state of research in Mathematics Education. Educational Studies in Mathematics, n° 40, 1999, an d Dordrecht, the Netherlands an ICMI Study, Kluwer Studies im Mathematics, 1993.

OLIVEIRA, Gerson Pastre de. Avaliação no ensino a distancia: a Aprendizagem e o Ambiente . Artigo Pesquisa e avaliação Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (USP) CEETEPS/FATEC Jundiaí – SP 2005.

________ Avaliação da aprendizagem nos cursos superiores: uma discussão sobre a relevância da qualidade. Revista de Educação e Ensino. USF, v.4, n.1,1999.

PEDROSO, Solange Regina. Modelagem como método de aprendizagem e ensino. Monografia (UNICAMP-Campinas 1997).

PEREIRA, Antônio Luiz. Motivação para a disciplina MAT450 – Seminários de Resolução de Problemas. Artigo. São Paulo, IME-USP, agosto de 2001, 17p. Acessado dia 31/01/2007 **http://www.ime.usp.br/~trodrigo/documentos/mat450/mat450-2001242-seminario-8-resolucao_problemas.pdf**

PERRENOUD, Philippe. Pedagogia diferenciada: das intenções à ação. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000. 183 p.

________ Desenvolvimento de competências. Revista Nova Escola - Edição Nº154 – Agosto 2002, Masao Goto Filho, Red. Nova Escola. **www.uol.com.br/novaescola**

PIAGET, Jean. Para onde vai a Educação. 10ª Edição. Rio de Janeiro. José . Olympio, 1988.

________ Psicologia e Pedagogia.. 9ª Impressão. Rio de Janeiro. Editora Forense Universitária. 1998.

PIETROCOLA, Maurício. Ensino de Física: conteúdo, metodologia e epistemologia numa concepção integradora. Florianópolis/Brasília: Editora da Usc/Inep, 2001. v. 1.

POLYA, George. A arte de resolver problemas. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

PONTE, João Pedro da. BROCARDO, Joana. & OLIVEIRA, Hélia (2003). Investigações Matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica Editora.

PONTE, João Pedro da. A modelação no processo de aprendizagem. Educação e Matemática nº 23. 1992.

PRIETO, Andréa Cristina Sória. Mais que um dilema matemático... Como realmente ajudar seus alunos a aprender Matemática? Artigo do Portal Planeta Educação. acesso 10/04/2006 http://www.planetaeducacao.com.br/novo/artigo.asp?artigo=522

RESNIK, L. & COLLINS, Allan. Cognición y Aprendizaje. En Anuario Psicología. Nº 69, pp 189-197. Barcelona, Grafiques 92, S.A, 1996.

ROCHA, Alexandra, artigo Discutindo Matemática, Conferências Plenárias ProfMat 2004. Cavilhã, site **www.apm.pt/profmat2004**

SBM, Sociedade Brasileira de Matemática e Conferencista da 55ª Reunião da SBPC, professora Suely Druck, da Universidade Federal Fluminense, do Rio de Janeiro.

SCHEFFER, Nilce Fátima. Modelagem Matemática: Uma abordagem para o ensino-aprendizagem da Matemática. Educação Matemática em revista, SBEM, ano 8 n.9, abr. 2001.

SPINA, Catharina de Oliveira Corcoll. Modelagem Matemática no Processo Ensino-Aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral para o Ensino Médio; 2002.

SILVA, Adelina L. & SÁ, Isabel de. Saber estudar e estudar para saber. Cidade do Porto, Porto editora, 1997, Coleção Ciências da Educação.

SILVA, Clóvis Pereira da. Sociedades e Revistas Cientificas Fundadas no Brasil entre 1889 e 1989. Artigo 10 de novembro de 2001- revista UniAndrade- Ciências Exatas e Tecnológicas, da UNIANDRADE - Curitiba, Paraná.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. Bolema – Boletim de Educação Matemática. Rio Claro, Ano 13, n.14, p.66-91, 2000.

________ Educação Matemática crítica: a questão da democracia. Campinas /SP: Papirus, 2001. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

VIANNA,Carlos Roberto. Matemática e história: algumas relações e implicações pedagógicas. São Paulo: FE-USP, 1995. 228p. Dissertação de Mestrado. Orientador: Nilson J. Machado.

________ Vidas e circunstâncias na Educação Matemática. São Paulo, FE-USP, 2000. Tese de Doutorado. Orientador: Antônio Miguel.

________ Resolução de Problemas In: Temas em Educação I - Livro das Jornadas 2002.Ed.Curitiba. Futuro Congressos e Eventos, 2002, p. 401-410.

ANEXOS

ANEXO I – PROJETO MINI CURSO MODELAGEM MATEMÁTICA

MINI CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA PARA PROFESSORES

CURSO 100% PRESENCIAL

Tema : Explorar e Investigar para Aprender Matemática por meio da Modelagem Matemática
Responsável: Professor **William Kfouri**

Objetivos: Capacitar professores de ensino de Matemática do ensino médio, fundamental e áreas afins. Mostrar maneiras de se organizar e de se conduzir aulas por meio de atividades de Modelagem Matemática.

Oportunizar e orientar professores quanto à vivência e a construção de atividades cotidianas e concretas. Redescobertas da matemática analisando modelos simples de problemas de mecânica, biologia, química, eletricidade, situações de comercio, etc..

Justificativa: Dentre as Tendências em Educação Matemática, a modelagem é "***Usada para quebrar a dicotomia existente entre a matemática escolar formal e a sua estabilidade na vida real. Os modelos matemáticos são formas de estudar e formalizar fenômenos do dia-a-dia. É um processo de construção de um modelo abstrato para descrever um fenômeno". (*****Beatriz D'Ambrosio)**

Trata-se de uma iniciativa de minimizar a crise no ensino da Matemática, melhorando a instrução, resgatando o gosto e o interesse pelas aulas, traduzindo e contextualizando a "realidade do mundo real" em estruturas matemáticas.

O projeto se propõe a estimular o professor a não apenas conhecer os fundamentos teóricos da Modelagem Matemática, mas vivenciá-la no próprio curso e implementá-la em sua prática de sala de aula. Através de aulas de atividades em grupo, ele poderá integrar-se com colegas de mesma formação, trocar experiências enriquecedoras, desinibir, refletir, debater, promover o conhecimento, aprender incitar à aprendizagem de seus alunos e principalmente trabalhar uma aula diferente daquela tradicional.

Programa e Metodologia

Conteúdo: Aplicação de Modelagem Matemática na resolução de problemas cotidianos.
O mini-curso será desenvolvido através de exposição oral e trabalho em grupo.
1° etapa: Breve resumo da fundamentação teórica, reflexões de Modelagem e modelos matemáticos.

2° etapa: Exemplos de alguns casos e aplicações da modelagem em sala de aula.

3° etapa: Oficina "mão na massa"
Realização de atividades em grupo pelos professores com modelagem. Construção de uma situação de modelagem por meio de suas próprias vivências; Comparação de resultados e investigação de dificuldades

4° Etapa: Análise conjunta das atividades propostas. Sentir suas dificuldades e motivações em trabalhar com Modelagem.

Público alvo: Destina-se a Professores de Matemática do Ensino Fundamental e Médio.

Material empregado:
Quadro negro; Apostila; Retro-projetor ou Data-show; Softwares (Cabri Géomètre II ou Winplot ou Graph).

Carga horária: 16 horas-aula.
Horário das aulas: Sábados das 8h às 12h
Número de vagas: 20 participantes

Serão entregues certificados ao final do curso a todos com 100% de participação.

Bibliografia Básica
ANASTÁCIO, Maria Queiroga A.. Considerações sobre a Modelagem Matemática e a Educação Matemática. 1990. Diss. (Mestrado) UNESP, Rio Claro, 1990.
BARBOSA, Jonei Cerqueira. O que pensam os professores sobre a modelagem matemática? Zetetiké,Campinas, v.7, n.11, 1999.
BASSANEZI, Rodney C.B. Ensino–aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.
BEAN, Dale. O que é modelagem matemática?.Artigo: Educação Matemática em Revista,
BIEMBENGUT, Maria Salete. & HEIN, Nelson. Modelagem Matemática no ensino. 3°.ed. São Paulo: Contexto
BLUM, W. “Applications and Modelling in Mathematics teaching – a review of arguments and instructional aspects”, Lecture given at the Fourth Interaction Conference on the Teaching mathematical Modelling and Applications, Chichester: Roskilde University, 1989.
BURAK, Dionísio Modelagem Matemática: Uma metodologia alternativa para o ensino da matemática na 5a. série Dissertação de Mestrado, UNESP, Rio Claro, Brasil 1987.
D’AMBROSIO, Ubiratan. Da realidade à ação: Reflexões sobre Educação e Matemática. São Paulo, Summus Editorial. 1986.
GAZZETA, Marineuza. A Modelagem como Estratégia de Aprendizagem na Matemática em Cursos de Aperfeiçoamento de Professores. 1989. Diss. (Mestrado) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1989.
HUPPES, Roque. Uma proposta de melhoria do ensino-aprendizagem de matemática. 2002. 147f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis.
MEYER, João Frederico Costa.; "Modelagem Matemática: Do Fazer ao Pensar", Palestra no VI Encontro Nacional de Educação Matemática (VI ENEM) Anais, Vol.1 pg 67, 1998 , São Leopoldo-RS
SCHEFFER, Nilce F. Modelagem Matemática: Uma abordagem para o ensino-aprendizagem da matemática. Educação Mat. em revista, SBEM, ano 8 n.9, abr. 2001.
SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. Bolema – Boletim de Educação Matemática. Rio Claro, Ano 13, n.14, p.66-91, 2000.

ANEXO II – QUESTÕES PARA CONHECER O PROFESSOR

Caro professor, os dados desse questionário são pertinentes à pesquisa que visa a melhoria do ensino da Matemática. Sua colaboração e informações serão de grande valia para o êxito deste trabalho. Em nenhuma hipótese sua identificação será revelada. Os dados serão analisados de forma global e sigilosa.

Nome:...

Parte 1

Idade ( ) Menos de 30 ( ) 31 a 40 ( ) 41 a 50 ( ) mais de 50	Sexo ( )Feminino ( )Masculino
Localidade onde trabalha: Escola Pública ( ) Particular ( ) Técnica profissionalizante( )	Gosta da profissão ( )sim ( )não
Qual o seu nível de formação? Curso Normal( ) Graduação( ) Complementação( ) Especialização( ) Mestrado( ) Doutorado( )	
Quanto tempo de formado? Menos de 5( ) 6 a 10( ) mais de 10( )	Há quanto tempo leciona? Menos de 5( ) 6 a 10( ) mais de 10( )
Em que nível de ensino costuma trabalhar? Infantil ( ) Fundamental ( ) Médio ( ) Superior ( )	Qual o número de aulas semanais? Menos 30( ) 30 a 45( ) mais de 45( )
Em quantas **escolas** você trabalha atualmente? Uma ( ) Duas( ) Três( ) mais de 3( )	Exerce alguma outra atividade? ( )sim ( )não

Caso exerça outra atividade. Qual?

____

____

Freqüenta congressos, seminários ou encontros da área Matemática?
( ) sim **( )** não **( )** às vezes

Qual foi o mais recente? Qual o tema desenvolvido onde você participou?

____

____

Parte 2

Você conhece algumas dessas tendências da educação Matemática:	
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ( )	ETNOMATEMÁTICA ( )
JOGOS MATEMÁTICOS ( )	HISTÓRIA DA MATEMÁTICA ( )
O USO DA TECNOLOGIA TICs ( )	MODELAGEM MATEMÁTICA ( )
TAREFAS INVESTIGATIVAS ( )	DESAFIOS QUEBRA CABEÇAS( )

Qual das tendências acima você gostaria de conhecer melhor para trabalhar com seus alunos?____

____

____

____

O problema do ensino de Matemática.

Indique **as três principais** causas do insucesso da Matemática e o baixo rendimento.

1=____

2=____

3=____

Estratégias para o Sucesso

Indique três sugestões ou soluções possíveis para **favorecer** a aprendizagem de Matemática

1=____

2=____

3=____

Outros:
O que você falaria a seus filhos, parentes ou amigos que queiram seguir sua profissão?

Existem propostas de trabalho que você gostaria de fazer e não está conseguindo? Por quê?

De que forma a Matemática atual ajuda na formação do individuo?

Visto do Professor

ANEXO III - ENTREVISTA (DEPOIS DO MINI-CURSO)

Pergunta 1 – Fale da sua formação. Já tinha visto alguma coisa em termos de Modelagem?

Pergunta 2 – Falando na Modelagem Matemática, você a considera uma alternativa viável para se aprender Matemática no Ensino Médio? Tem alguma vantagem?

Pergunta 3 – Você acha que a Modelagem resgata o gosto e o interesse pelas aulas, trazendo motivação para o aluno, já que ele passa a participar ativamente da aula, dando opiniões que serão levadas em conta pelo professor?

Pergunta 4 – Agora falando da modelagem e você como professor. Você trabalharia como as atividades de modelagem na sua sala de aula? Você sente-se preparado para desenvolver atividades com modelagem?

Pergunta 5 – A Modelagem não elimina o conteúdo matemático tradicional. Ela sugere mudanças no sentido de aproximar a disciplina da realidade do aluno. O que ela contribui para a formação do cidadão da atualidade?

Pergunta 6 – O curso atendeu às suas expectativas? Tem alguma sugestão?

ANEXO IV – SLIDES DO PRIMEIRO ENCONTRO


MINI CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA

Explorar e Investigar para Aprender Matemática Através da Modelagem Matemática

William Kfouri
willkfouri@cti.com.br
Mestrando PUC – SP
Orientador: Prof. Dr. Ubiratan D'Ambrosio
2007


Constatação do Problema?

O ensino de matemática, muitas vezes, tem-se resumido a cálculos, memorização de fórmulas e exercícios mecânicos, sem valorizar os aspectos conceituais e contextuais.

Ausência total de:
1 - Fatos reais (Matemática fora da realidade)
2 - Demonstrações sem significado
3 - Sem participação ativa do aluno
4 – Roteiro fixo (Currículo pronto)
5 - Sem investigação e experimenção.

Dificuldades apresentadas pelos alunos:
1 - Assimilação
2 - Interpretação de Enunciados/Textos
3 - Operações Matemáticas
4 - Escrita
5 - Outras: Lógica, raciocínio/desinteresse

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 2

Perguntas?

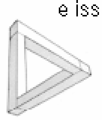
Porque a ensino da Matemática vai de mal a pior?

O que há de errado com a matemática que estamos ensinando?

O problema está no professor, na matemática ou no sistema?

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 3

O problema maior do ensino de ciências e matemática é o fato das mesmas serem apresentadas de forma **D**esinteressante, **O**bsoleta e **I**nútil, e isso " DOI " para o aluno. (D'AMBROSIO 1991)




Alguma coisa precisa ser feita!

Diversas iniciativas para alterar este quadro foram produzidas por centenas de pesquisadores e muitas ainda estão por vir.

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 4

Justificativas

Segundo **Leal** "a ***maneira de ensinar*** torna esta bela Ciência, em uma Ciência fria, acabada em si mesma, de difícil compreensão e sem espaço para o desenvolvimento da criatividade humana" (Simone Leal.1999)

Hurd diz que para haver melhoria o aluno tem que se ***tornar um ser ativo*** da sua aprendizagem: "*o aluno deve observar, experimentar, comparar, relacionar, analisar, justapor, compor, encaixar, levantar hipóteses e argumentar*". (PAUL HURD, 2000)

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 5

Alexandrina Monteiro (1991)

Monteiro afirma: "É necessário tornar o ensino da Matemática mais ***significativo*** para quem aprende" ...

"E fundamental criar espaços próprios na aula de Matemática – como, por exemplo, os momentos de discussão – onde a reflexão possa ocorrer"

"É interessante que os alunos partilhem idéias, raciocínios, processos, estabeleçam conexões, comparações e analogias, construam conjecturas, negociem significados e ainda, desenvolvam capacidades de comunicar e argumentar"

CHEVALLARD, BORBA, D'AMBROSIO;
IMENES & LELLIS
DOLGOS & ELIAS

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 6

TENDÊNCIAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Em substituição à prática arcaica, jurássica, tradicionalista e pouca frutífera que se desenvolve nas escolas, conceituados educadores matemáticos apresentam a propostas ,
Prática metodológicas visando melhorar as condições de ensino e aprendizagem

- Jogos matemáticos:
- Etnomatemática:
- História da Matemática:
- O uso da tecnologia(TIC):
- **Resolução de problemas:**
- **Modelagem matemática:**
- **Tarefas Investigativas:**

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 7

Qual a razão do mini curso?

Sabe-se que a formação profissional do professor não acaba com curso de licenciatura nem se limita a ele, mas se constrói ao longo de toda a vida.

Objetivos:
- Melhorar a aprendizagem de matemática.
- Melhorar a relação **professor – aluno – matemática** nas salas de aula.
- Esclarecer e Promover uma discussão com professores, acadêmicos e pesquisadores da Educação Matemática a respeito de possibilidades de trabalho com a Modelagem Matemática.
- Valorizar o trabalho do professor
- Fazer coletivamente reflexões e trocar experiências
- Fazer novos contatos

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 8

RESUMO DO PROJETO

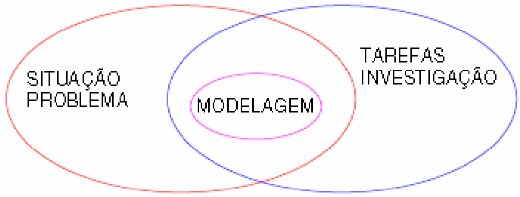
O projeto se propõe a estimular o professor a não apenas conhecer os fundamentos teóricos da Modelagem Matemática, mas vivenciá-la no próprio curso e implementá-la em sua prática de sala de aula.

Aprimorar o Conhecimento profissional:

Proporcionar um melhor entendimento dos professores do ensino de Matemática para que consigamos **tirá-la da situação crítica atual** através de novas estratégias.

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 9

Quadro comparativo



Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 10

SITUAÇÃO PROBLEMA

Uma forma de ensino na qual as questões estão formuladas e o problema passa a ser o ponto de partida. Os problemas fechados.

Máxima dos anos 30: "FAZER MATEMÁTICA É RESOLVER PROBLEMAS" estratégias proposta por George Pólya em 1945.

Exemplo: Pedro faz o trajeto de sua casa à escola a pé (caminhando). Faz sempre o mesmo trajeto e percorre 2700m. Sai às 7:00 para chegar às 7:30, horário em que começam as aulas. Calcular a velocidade média? Esboce o gráfico tempo-distância que representa o trajeto de Pedro. Esboce o gráfico da tempo-velocidade com que Pedro faz o trajeto.

Para solucioná-lo passamos por Fases:
Compreender o problema:
Elaborar um plano:
Executar o plano:
Fazer o retrospecto ou verificação:

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 11

TAREFAS INVESTIGAÇÃO

Desafios e quebra cabeças

Problemas instigantes que permitem ao professor apresentar aos alunos desafios que motivam o estudo de diversos conceitos matemáticos.

Exemplo 1: Teorema de Pitágoras $a^2 = b^2 + c^2$

3, 4 e 5 é o tradicional e todos os seus múltiplos

Questão: Existe outros com números inteiros?

Exemplo 2: Circunferências

Exemplo 3: Problema dos quatro quatros

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 12

MODELAGEM MATEMÁTICA

Parte sempre de situações reais e problemas contextualizados

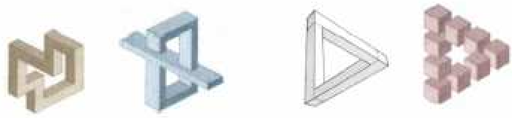
MUNDO REAL

MUNDO CIENTÍFICO

Problematização de fatos reais na vida sócio-cultural do aluno

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 13

Ensino Tradicional	Modelagem Matemática
O currículo é fechado	O currículo é aberto
Os problemas já vêm prontos	Os problemas são formulados
Predomina o livro didático	Os temas partem do cotidiano. Não há livro
Há resolução de exercícios	Há resolução de atividades sobre o tema
A postura do professor é autoritária	O professor é mediador
O aluno é passivo	O aluno é ativo
O trabalho com os alunos é individual	O trabalho é em grupo
O aluno recebe tudo pronto	Na modelagem o aluno investiga



Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 14

E a MODELAGEM?

Matemática de **situações reais** vividas e produzidas pelos alunos com a ajuda do professor...
Dar um novo sentido as aulas de matemática.

O termo modelar, segundo o dicionário designa uma representação de alguma coisa,

Na Matemática, um modelo pode ser uma expressão, uma fórmula, um gráfico, uma equação, uma figura, um desenho, uma maquete, formular e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que, posteriormente, sirvam como suporte para outras aplicações e teorias. .

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 15

Problema x Modelagem

A maioria dos nossos alunos não tem problema,
Eles têm interesses.

Modelagem matemática no ensino e educação

Usada para quebrar a dicotomia existente entre a matemática escolar formal e a sua estabilidade na vida real. Os modelos matemáticos são formas de estudar e formalizar fenômenos do dia-a-dia. É um processo de construção de um modelo abstrato para descrever um fenômeno. (Beatriz D´Ambrósio)

A Modelagem Matemática pode envolver Temas Transversais, Interdisciplinaridade e Transdisciplinaridade

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 16

BURAK (1992) afirma que a Modelagem "... constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar **explicar matematicamente**, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e tomar decisões"

BARBOSA(2002). "*Modelagem é toda atividade escolar que oferece condições sob as quais os alunos são convidados a atuar e pensar [.....] são colocadas algumas condições que propiciam determinadas ações e discussões singulares em relação a outros ambientes de aprendizagem [...]*"

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 17

CONSIDERAÇÕES REFERENTE A MODELAGEM MATEMÁTICA

- É uma ferramenta de apoio ao ensino.
- Quebrar a forte dicotomia entre a Matemática escolar formal e sua utilidade na vida real;
- É tradução da "realidade" em estruturas matemáticas.
- Os alunos sentem-se atuando; a matemática passa a ser importante e a fazer sentido. Trás Motivação
- Trata-se de uma alternativa para minimizar a crise no ensino da Matemática.
- Modelagem resgata o gosto e o interesse pelas aulas.
- Aproxima a disciplina da realidade do aluno tornando o ensino Dinâmico .
- Serve para dar Incentivo a pesquisa e a busca do conhecimento; estimula a criatividade

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 18

DESENVOLVE UMA POSTURA CIENTIFICA (CRITICA E OBSERVADORA) NO ESTUDANTE.

AÇÃO PRINCIPAL: CONTRIBUIR PARA MELHORIA DA QUALIDADE DE ENSINO DA MATEMÁTICA.

Só elogios! Uma maravilha! Mas...

Porque os professores de Matemática fazem pouco uso da Modelagem, mesmo esta contando com um referencial de pesquisa, que já soma mais de vinte anos no Brasil?

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 19

Conversa com colegas e relatos:

Resistência a novas tendências.

Professores não conhecem Modelagem.

Confundem: Situação problema, tarefa investigativa e Modelagem

Dificuldade de usar Modelagem na estrutura escolar.

Embaraço em expor um assunto, delimitar e formular problema, desenvolver o conteúdo, resolver e interpretar .

Aperto em reconhecer Matemática no cotidiano para certo conteúdo a ser trabalhado.

Apuro em aulas práticas onde todos atuam.

Relutância em mudar

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 20

Alguns casos que podemos usar modelagem na atualidade

Plano de telefonia

Álcool ou gasolina

Construção de estantes para a escola

Realização de campeonatos

Acampamento durante n dias: o que levar

Quanto custa morar sozinho.

Consumo inteligente de energia elétrica.

Medida de tempo sem uso do relógio ou aparelhos modernos

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 21

Proposta de Capacitação de Professores usando Modelagem Matemática..

Produção de material de apoio, para assessorar o professor nas atividades.

Desenvolvimento de técnicas e processos de aprendizagem matemática, tendo como base a modelagem.

Oficinas e aulas práticas onde professores atuam.

Fórum de Discussões; Debates para esclarecimentos de dúvidas.

Priorizar a cooperação e interação, troca de saberes e de reciprocidade.

Redefinição da própria práxis em contato com outros professores.

Proporcionar a autonomia no processo da aquisição de novos saberes.

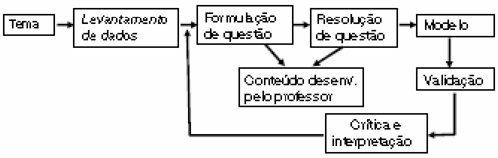
Criação de novos casos de modelagem conforme necessidade dos trabalhos.

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 22

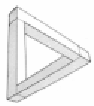
Cinco etapas básicas: Fazer os alunos pesquisarem.

1) Escolha do tema(de interesse geral) ;
2) Pesquisa exploratória (levantamentos de dados)
3) Levantamento do(s) problema(s) ou situações problema;
4) Resolução do(s) problema(s) e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema;
(Matematização e interpretação)

5) análise crítica das soluções. Verificação e análise.

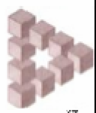


Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 23

Nos dias de hoje, não basta ao professor abrir a porta, entrar na sala de aula e dar a sua aula. Ele tem que criar as condições para que a educação possa acontecer.

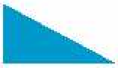
Antônio Nóvoa

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 47

TAREFAS INVESTIGAÇÃO

Exemplo 1: Teorema de Pitágoras $a^2 = b^2 + c^2$



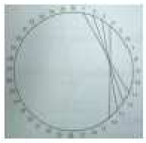
seja m e n dois números quaisquer

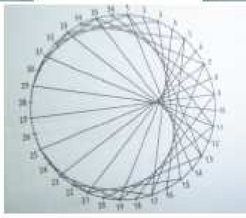
Fazendo:
$b = m^2 - n^2$
$c = 2mn$
$a = m^2 + n^2$

m = 3 e n = 2
b = 9 – 4 = 5
c = 2.3.2 = 12
a = 9 + 4 = 13
Assim 5, 12 e 13

m = 4 e n = 1
b = 16 – 1 = 15
c = 2.4.1 = 8
a = 16 + 1 = 17
Assim 15, 8 e 17

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 25





Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 26

Os quatro quatros

0	44 – 44
1	44/44 ou (4+4)/(4+4)
2	4/4 + 4/4
3	(4+4+4)/4
4	4 + (4-4)/4
5	(4.4 + 4)/4
6	(4+4)/4 + 4
7	(44/4) – 4
8	4+4+4 – 4
9	4+4 + (4/4)
10	(44 – 4)/4

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 27

Largura x altura x espessura.

Folha de compensado: 160 x 220 x 2 cm

Tamanho do livro: 21 x 27,5 x 2 cm

Como deverá ser o corte para mínimo de sobra de material e máxima colocação de livros?

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 28

Controle de tempo

Primeira marca: tempo zero

Última marca: 30 minutos

Como fazer as marcas intermediárias?

Cada marca representa 3 minutos.
Certo ou errado?

É necessário a validação?

Modelagem Matemática William Kfouri e-mail: willkfouri@cti.com.br 29

ANEXO V – TABULAÇÃO GERAL DOS DADOS – PARTE 1 QUESTIONÁRIO

Sujeito	Idade	GÊ	Formado	Leciona	Nível	Aulas Sem	Esc	Evento	P1	P2	P2	P4	DESIST
P1	<30	M	<5	<5	EM	<30	1	Sim	P	P	P	P	
P2	<30	M	<5	<5	EM	<30	1	Sim	P	F	F	F	Eva1°enc
P3	30-40	M	<5	6 a 10	EM	30 a 45	1	Sim	P	P	P	P	
P4	30-40	M	<5	<5	EM	30 a 45	1	Sim	P	P	P	P	
P5	30-40	M	<5	<5	EM	30 a 45	1	Sim	P	P	P	P	
P6	30-40	M	>10	>10	EM	30 a 45	1	Sim	P	P	F	F	Eva2°enc
P7	30-40	M	6 a 10	6 a 10	EM	30 a 45	1	AV	P	P	P	P	
P8	41-50	M	>10	>10	EM	30 a 45	1	AV	P	F	F	F	Eva1°enc
P9	41-50	M	6 a 10	6 a 10	EF	30 a 45	1	AV	P	P	P	P	
P10	41-50	M	>10	>10	EF	30 a 45	1	AV	P	F	F	F	Eva1°enc
P11	41-50	F	>10	6 a 10	EM	30 a 45	2	AV	P	P	P	F	Eva3°enc
P12	41-50	F	>10	6 a 10	EM	30 a 45	1	AV	P	P	P	P	
P13	41-50	F	6 a 10	6 a 10	EM	30 a 45	1	Sim	P	P	P	P	
P14	41-50	F	6 a 10	6 a 10	EM	>45	3	AV	P	P	P	P	
P15	<30	F	<5	<5	EM	30 a 45	2	Sim	P	P	P	P	
P16	<30	F	<5	<5	EM	30 a 45	2	AV	P	P	P	P	
P17	<30	F	<5	<5	EM	30 a 45	2	AV	P	P	P	P	
P18	41-50	F	6 a 10	6 a 10	EM	30 a 45	2	AV	P	P	P	P	
P19	41-50	F	6 a 10	6 a 10	EM	<30	1	AV	P	P	P	P	
P20	30-40	F	6 a 10	6 a 10	EM	<30	1	AV	P	P	P	P	
P21	30-40	F	6 a 10	<5	EF	<30	1	AV	P	P	P	P	
P22	30-40	F	6 a 10	<5	EF	<30	1	AV	P	P	P	P	
P23	30-40	F	>10	6 a 10	EF	30 a 45	1	Não	P	F	F	F	Eva1°enc
P24	<30	F	<5	<5	EF	30 a 45	2	Não	P	P	P	P	
P25	41-50	M.	>10	6 a 10	EM	30 a 45	2	Sim	P	P	F	F	Eva2°enc
P26	<30	M.	<5	<5	EF	30 a 45	2	Sim	P	P	P	P	
P27	<30	M.	<5	<5	EF	30 a 45	2	Sim	P	F	F	F	Eva1°enc
P28	4	M.	>10	>10	EF	30 a 45	3	Sim	P	P	P	F	Eva3°enc
P29	30-40	M.	6 a 10	6 a 10	EM	<30	1	AV	P	P	P	P	
P30	4	M.	>10	>10	EM	<30	1	AV	P	P	P	P	
P31	30-40	M.	6 a 10	6 a 10	EM	<30	1	AV	P	F	P	P	
P32	41-50	M.	6 a 10	6 a 10	EM	30 a 45	2	AV	P	F	F	F	Eva1°enc
P33	41-50	M.	6 a 10	6 a 10	EF	>45	2	Não	P	P	P	P	
P34	30-40	M.	6 a 10	6 a 10	EF	>45	3	Não	P	P	P	P	
P35	30-40	M.	>10	>10	EF	30 a 45	2	Não	P	P	P	P	
P36	4	F	6 a 10	6 a 10	EM	>45	2	AV	P	P	F	F	Eva2°enc
P37	30-40	F	6 a 10	6 a 10	EF	>45	2	AV	P	P	P	P	
P38	30-40	F	6 a 10	6 a 10	EF	>45	3	AV	P	P	P	P	
P39	4	F	6 a 10	6 a 10	EF	<30	2	AV	P	P	F	F	Eva2°enc
P40	30-40	F	6 a 10	6 a 10	EM	<30	2	AV	P	P	P	P	
P41	<30	F	<5	<5	EM	<30	1	AV	P	P	P	P	
P42	<30	F	<5	<5	EF	>45	3	AV	P	P	P	P	
P43	<30	F	<5	<5	EF	30 a 45	3	AV	P	P	P	P	
P44	30-40	F	6 a 10	6 a 10	EM	30 a 45	2	AV	P	P	P	P	
P45	41-50	F	>10	6 a 10	EM	>45	2	AV	P	P	F	F	Eva2°enc
P46	<30	F	<5	<5	EF	30 a 45	2	AV	P	P	P	P	
P47	30-40	F	6 a 10	6 a 10	EM	30 a 45	1	AV	P	P	P	P	
P48	30-40	F	6 a 10	6 a 10	EM	30 a 45	1	AV	P	P	P	P	
P49	30-40	F	6 a 10	6 a 10	EM	<30	1	AV	P	F	F	F	Eva1°enc
P50	30-40	F	6 a 10	<5	EF	30 a 45	1	AV	P	F	F	F	Eva1°enc
P51	30-40	F	>10	>10	EM	>45	2	Sim	P	P	P	P	
P52	30-40	F	6 a 10	>10	EM	<30	2	AV	P	P	P	P	
P53	30-40	F	6 a 10	>10	EF	>45	2	Não	P	P	P	P	

P54	30-40	F	6 a 10	>10	EF	30 a 45	1	Não	P	P	P	P	
P55	30-40	F	6 a 10	>10	EM	30 a 45	1	Não	P	P	P	P	

P1, P2,......P55 - sujeitos da pesquisa. Professores de Matemática
Azul – Sujeitos que não terminaram o curso, considerados evadidos.

Análise dos Dados

IDADE: Conhecer a faixa etária dos professores que procuram curso de novas tendências.

Consta nesta pesquisa 10 professores com menos de 30 anos, vinte e dois de 31até 40 anos, 7 de 41 a 50 anos e 1 professor com mais de 51 anos. Analisando as idades, podemos observar que a mesma tem uma maior concentração entre professores com menos de 40 anos, o que representa 80% das idades dos sujeitos pesquisados. Caracterizam portanto por professores jovens interessados em conhecer novas técnicas de ensino e a Modelagem Matemática.

Grande surpresa foi que a de professores jovens, ou recentemente saídos da graduação, não conhecerem novas formas de ensinar Matemática e de trabalhar novas tendências tipo Modelagem, Etnomatemática, Tarefas de investigação e uso das TICs (softwares).

GE – Gênero:

Participaram da pesquisa inicialmente, ou seja, no primeiro encontro, vinte e quatro professores da Diretoria de Ensino Diadema, sendo dez do sexo masculino e catorze do feminino; e trinta e um professores da Diretoria de Ensino Leste 3 da Cidade de São Paulo, sendo onze do sexo masculino e vinte do feminino. Durante o curso tivemos a desistência seis professores em Diadema e nove na Leste 3. Desta forma foram considerados para efeito da pesquisa somente quarenta professores, sendo treze do sexo masculino (32,5%) e vinte sete do feminino (67,5%).

Assim sendo dos vinte um inscritos do sexo masculino, desistiram oito o que representa 38% e dos trinta e quatro inscritos do sexo feminino desistiram sete, o que representa 20,6%

FORMADO: Representa o tempo de formação do professor: Verificar a experiência profissional de cada professor.

Pela pesquisa percebemos que 32,5% dos professores possuem menos de 5 anos de formação; 57,5% dos professores possuem de 6 a 10 anos de formação e apenas 10,0% dos professores possuem mais de 10 anos de formação. Trata-se, portanto, de um público bastante jovem e com poucos anos de formação.

LECIONA: quanto tempo leciona com professor de matemática. Verificar a experiência profissional de cada professor

Pela pesquisa percebemos que 40,0% dos professores lecionam menos de 5 anos; 45,0% dos professores lecionam de 6 a 10 anos e apenas 15,0% dos professores lecionam mais de 10 anos de formação. Trata-se, portanto, de um público bastante jovem e que 85% deles lecionam menos de 10 anos.

NÍVEL: Verificar quanto nível de ensino costuma trabalhar.

Pela pesquisa percebemos que 37,5% dos professores lecionam no Ensino Fundamental; 62,5% dos professores lecionam no Ensino médio. Pelos sujeitos da pesquisa observa-se que nenhum deles trabalha no ensino infantil e superior. Razão pela qual, considero todos eles e suas respostas como essencial e primordial para esta pesquisa, pois se trata de Modelagem Matemática para a Educação Básica.

AULA SEM – Aulas semanais: Verificar quantas aulas semanais costuma trabalhar atualmente

Pela pesquisa percebemos que 27,5% dos professores lecionam menos de trinta aulas semanais; 52,5% dos professores lecionam de trinta a quarenta e cinco aulas semanais e 20,0% dos professores lecionam mais de quarenta e cinco aulas semanais. Analisando esses números e as conversas durante o curso, pode-se perceber que 72,5% dos professores trabalham e com muitas aulas ao dia, dividido parte em sala, parte na preparação de aulas e correção de atividades. Constatamos que, entre os pesquisados, não sobra tempo algum para estudar novas tendências e verificar perspectivas na sua área.

ESC – Escolas: quantas escolas trabalham atualmente.

Pela pesquisa percebemos que 22,5% dos professores lecionam em uma única escola; 37,5% dos professores lecionam duas escolas e 40,0% dos professores lecionam três escolas. Analisando esses números, nota-se que 77,5% dos professores trabalham em pelo menos, duas escolas e vivem intensas correrias no seu dia, devido o deslocamento entre as escolas. Praticamente sem tempo para reciclar e investir no seu auto-aprimoramento.

EVENTO: Referente à freqüência de eventos na área de matemática, tais como congressos, seminários ou encontros.

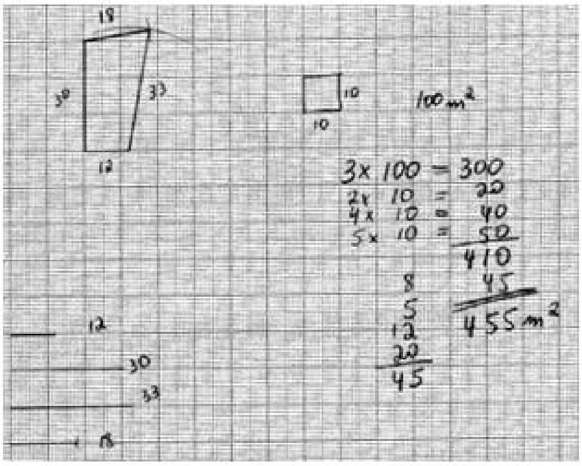
Pela pesquisa percebemos que 20,0% dos professores costumam participar de eventos; 17,5% dos professores não participam. Questionados por isso alegaram que sequer ficam sabendo de eventos na área de matemática ou falta de oportunidade tais como falta de tempo, falta de comunicação, informações distorcidas e atrasadas.

E 62,5% dos professores participam às vezes. Questionados sobre quais eventos costumam freqüentar, 20 dos professores afirmaram participar de Oficinas na Diretoria de Ensino, 3 deles freqüentam mostra de trabalhos no CAEM-USP e 2 já freqüentaram pelo menos 1 congresso (não especificado).

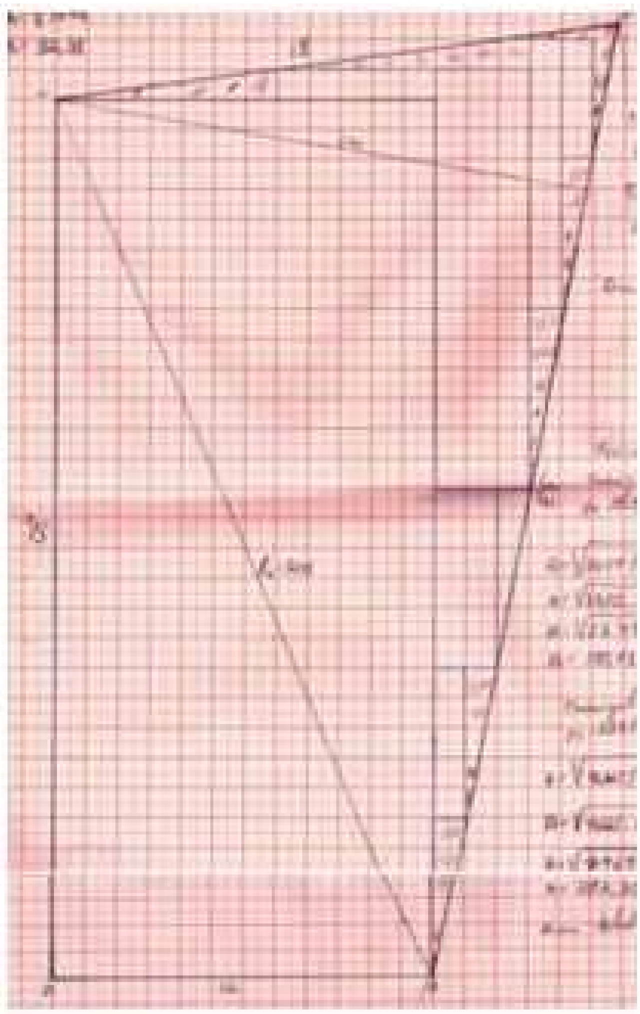
DESIST – desistentes: professores que se evadiram do curso. P1 até P4 são as presenças e faltas durante os quatro encontros.

ANEXO VI – TRABALHOS DOS ALUNOS – GRUPO 1

Desenho no papel quadriculado A4

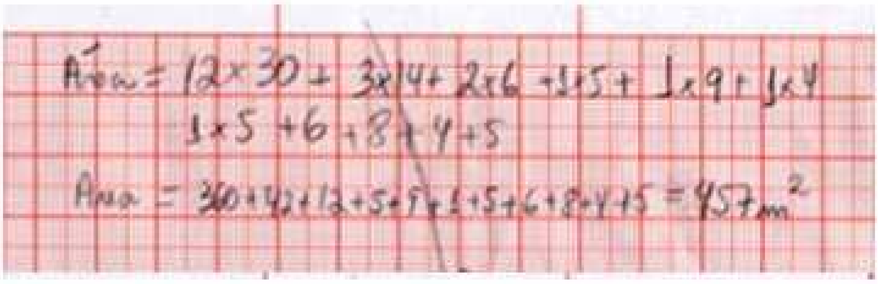


Desenho no papel quadriculado A3

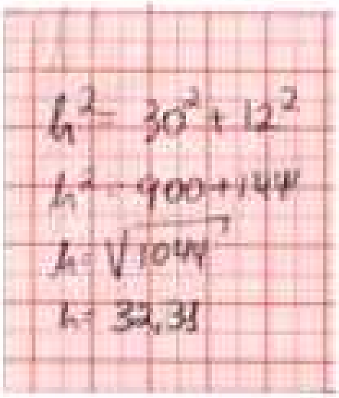


Contas no papel A3

Contagem das partes:

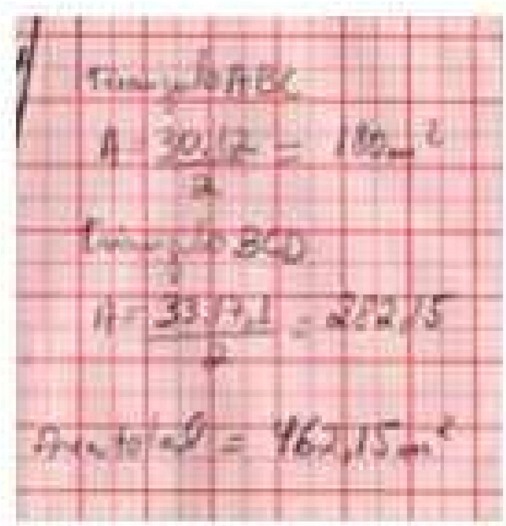


Calculo da diagonal usando Teorema de Pitágoras

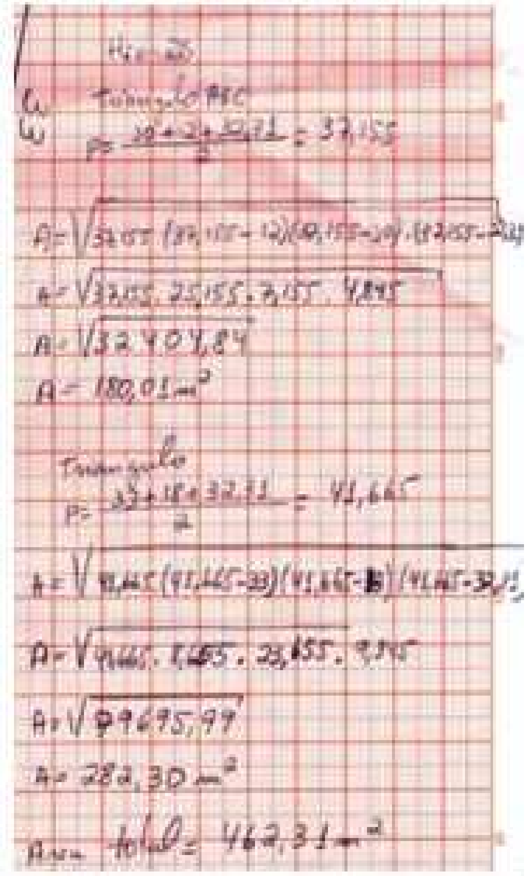


Medindo as alturas em escala e calculando a Área fazendo

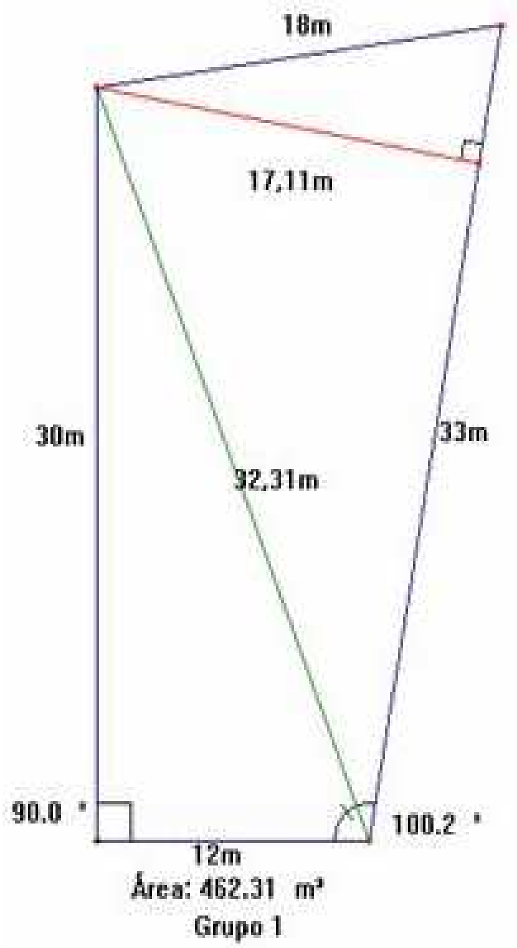
$$\text{Área} = \frac{\text{base} \ \ \text{x} \ \ \text{altura}}{2}$$



Cálculo da área
pelo modelo de Heron



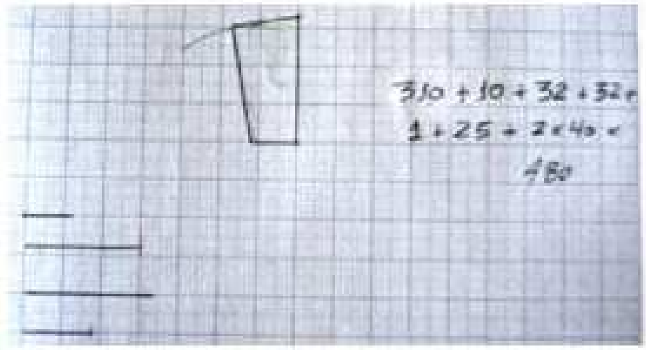
Desenho feito pelos alunos e representado no Software Cabri-Geometry..



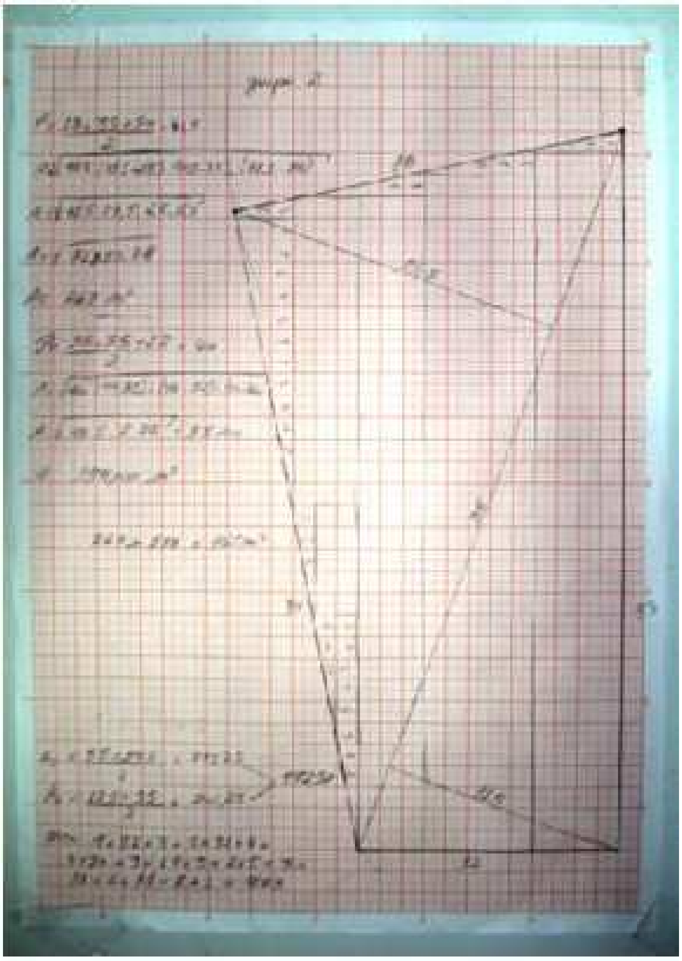
A frente do terreno possui ângulo de 90 graus à Esquerda

ANEXO VII – Trabalhos dos alunos – Grupo 2

Desenho no papel quadriculado A4

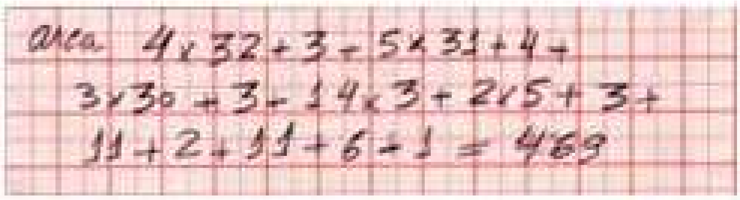


Desenho no papel quadriculado A3



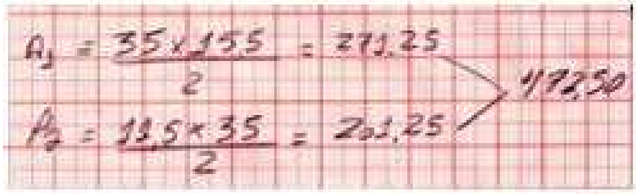
Contas no papel A3

Contagem das partes:


Área 4x32+3+5x31+4+
3x30+3+14x3+2x5+3+
11+2+11+6+1 = 463

Medindo diagonal e alturas com a escala. Calculando a Área fazendo

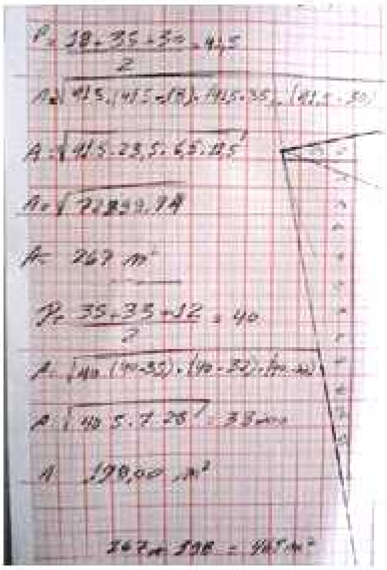
$$\text{Área} = \frac{\text{base x altura}}{2}$$


$A_1 = \frac{35 \times 15,5}{2} = 271,25$

$A_2 = \frac{11,5 \times 35}{2} = 201,25$

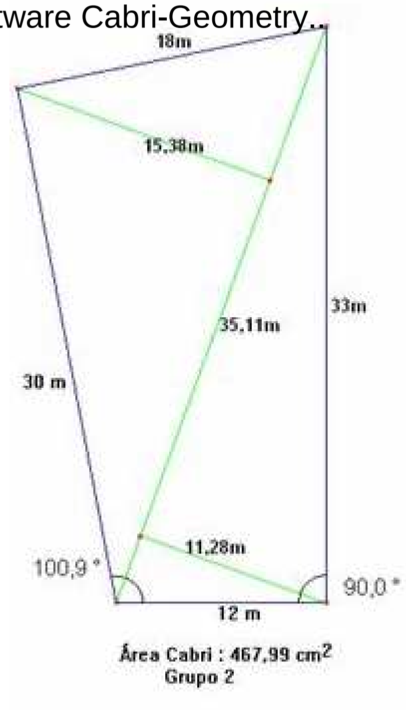
472,50

Cálculo da área pelo modelo de Heron


P = (18+35+30)/2 = 41,5
A = √41,5.(41,5-18).(41,5-35).(41,5-30)
A = √41,5.23,5.6,5.11,5
A = √72899,74
A = 267 m²
P = (35+33+12)/2 = 40
A = √40.(40-35).(40-33).(40-12)
A = √40.5.7.28 = 198
A = 198,00 m²
267 + 198 = 465 m²

465 m²

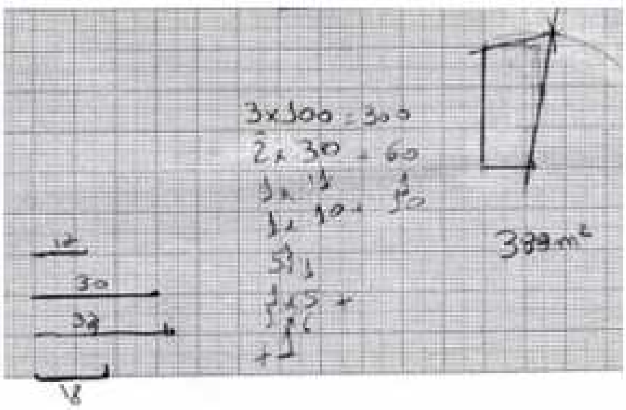
Desenho feito pelos alunos e representado no Software Cabri-Geometry..



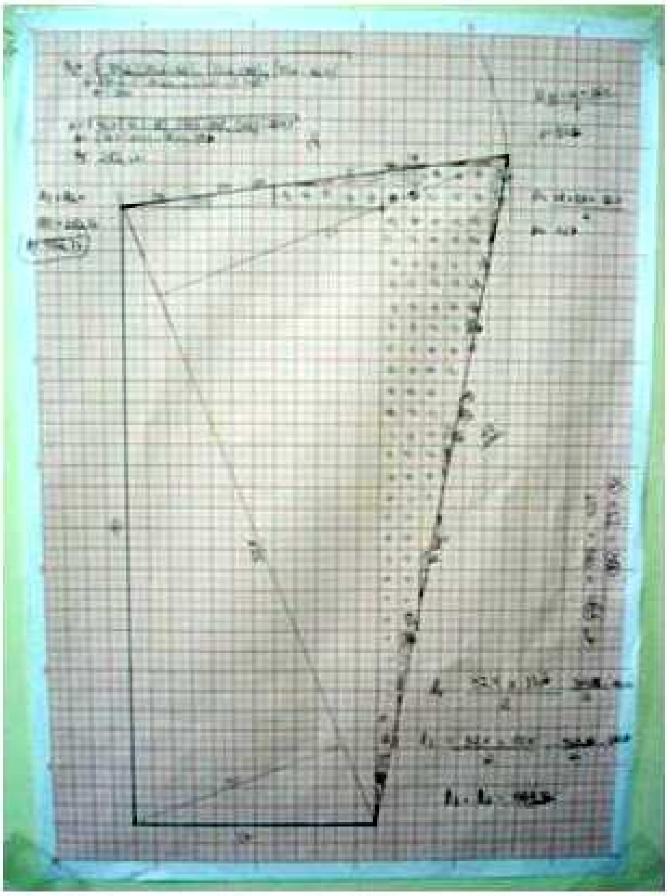
A frente do terreno possui ângulo de 90 graus à Direita

ANEXO VIII – TRABALHOS DOS ALUNOS – GRUPO 3

Desenho no papel quadriculado A4

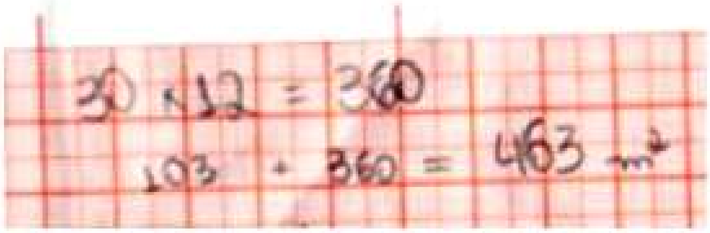


Desenho no papel quadriculado A3



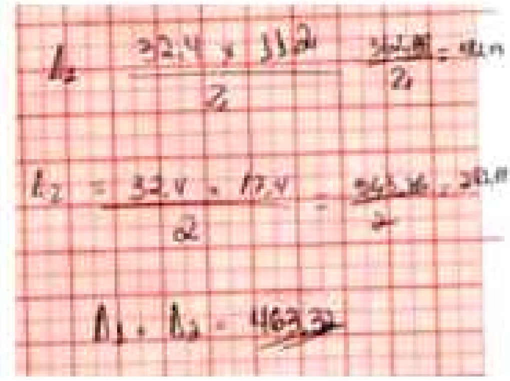
Contas no papel A3

Contagem das partes:

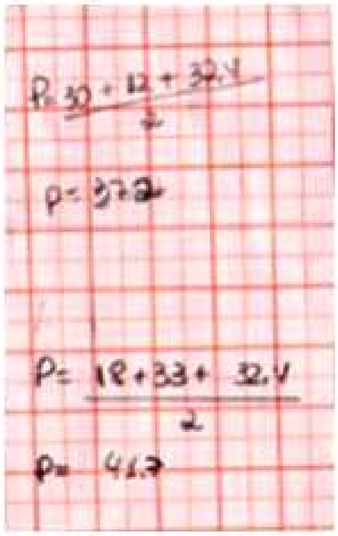


Medindo diagonal e alturas com a escala.

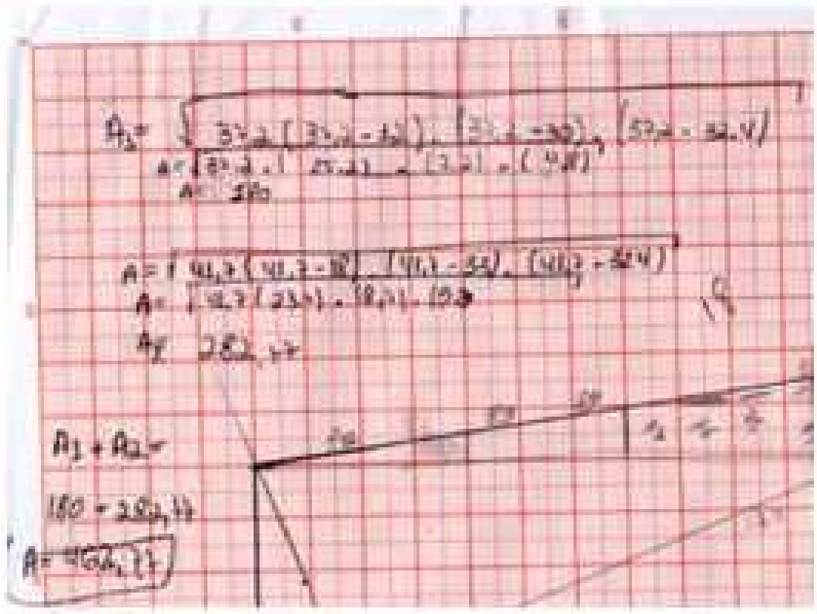
Calculando a Área fazendo $\text{Área} = \dfrac{\text{base} \ \ x \ \ \text{altura}}{2}$



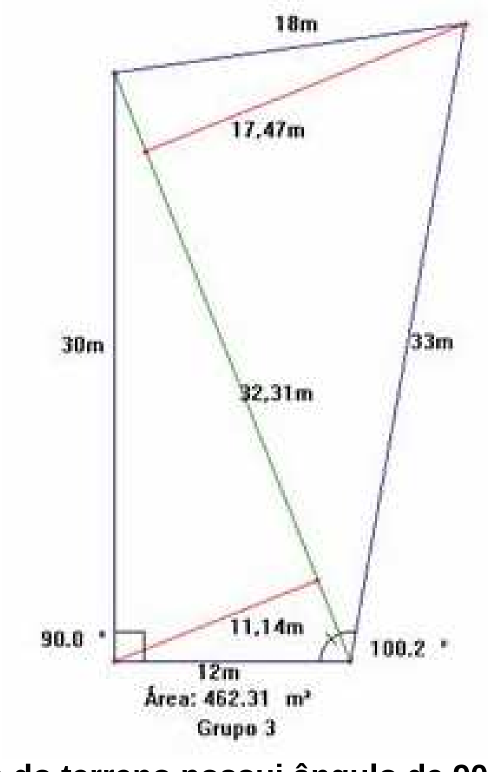
Cálculo do semi-perímetro



Cálculo da área pelo modelo de Heron



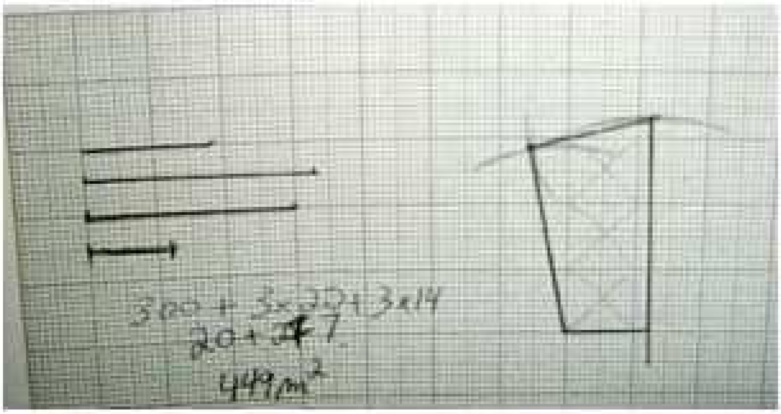
Desenho feito pelos alunos e representado no Software Cabri-Geometry



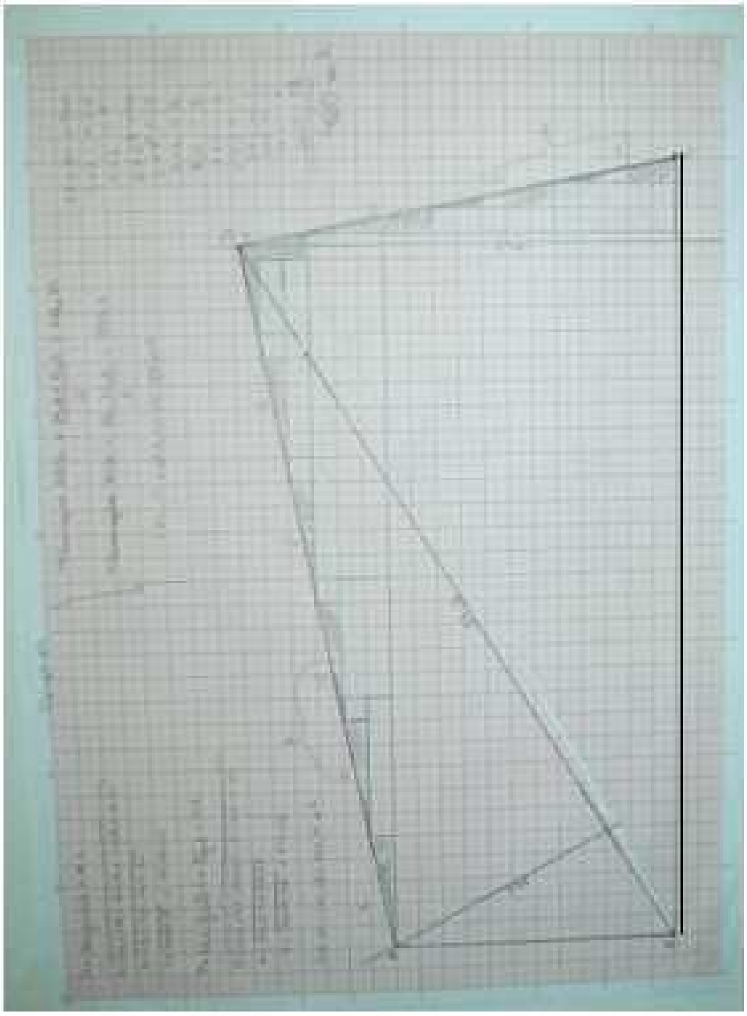
A frente do terreno possui ângulo de 90 graus à Esquerda

ANEXO IX – TRABALHOS DOS ALUNOS – GRUPO 4

Desenho no papel quadriculado A4

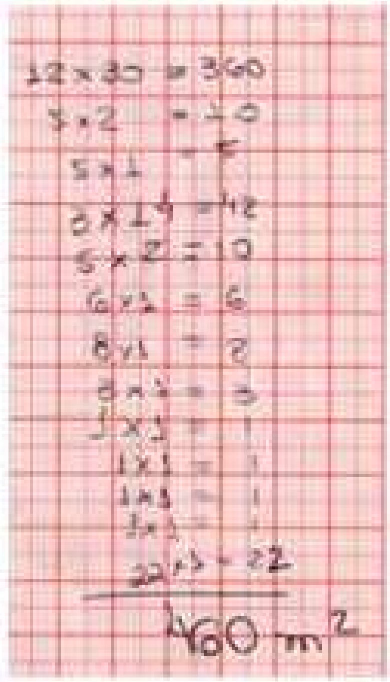


Desenho no papel quadriculado A3



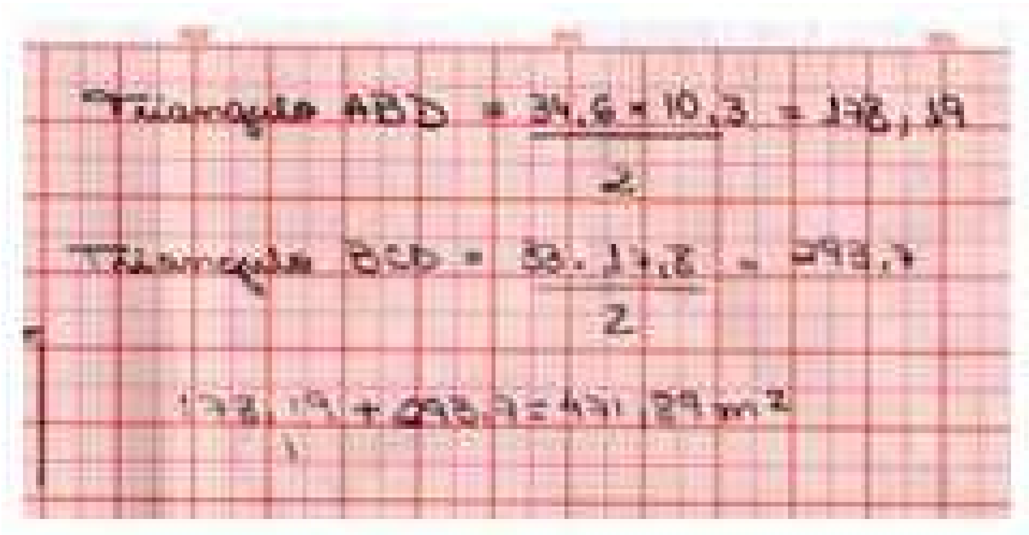
Contas no papel A3

Contagem das partes:

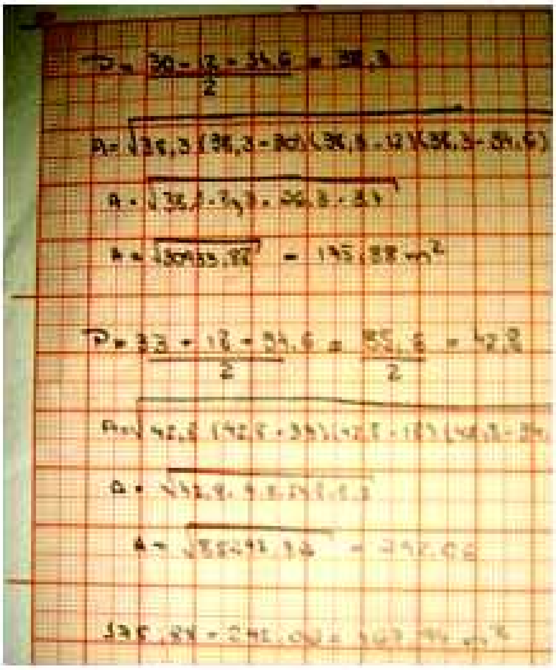


Medindo as alturas e a diagonal em escala. Calculando a Área fazendo

$$\text{Área} = \frac{\text{base} \ \ \text{x} \ \ \text{altura}}{2}$$

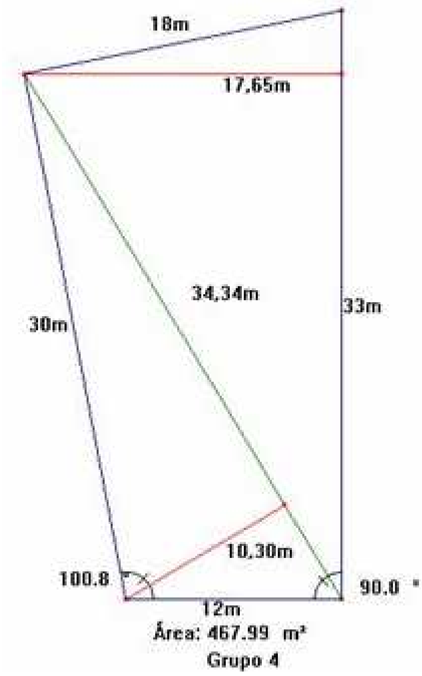


Cálculo da área pelo modelo de Heron



467.44m²

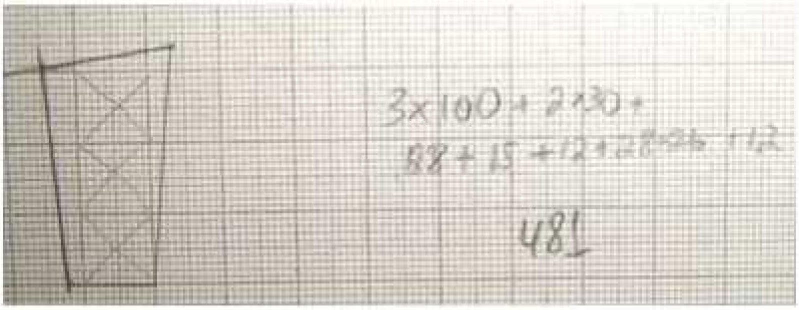
Desenho feito pelos alunos e representado no Software Cabri-Geometry.



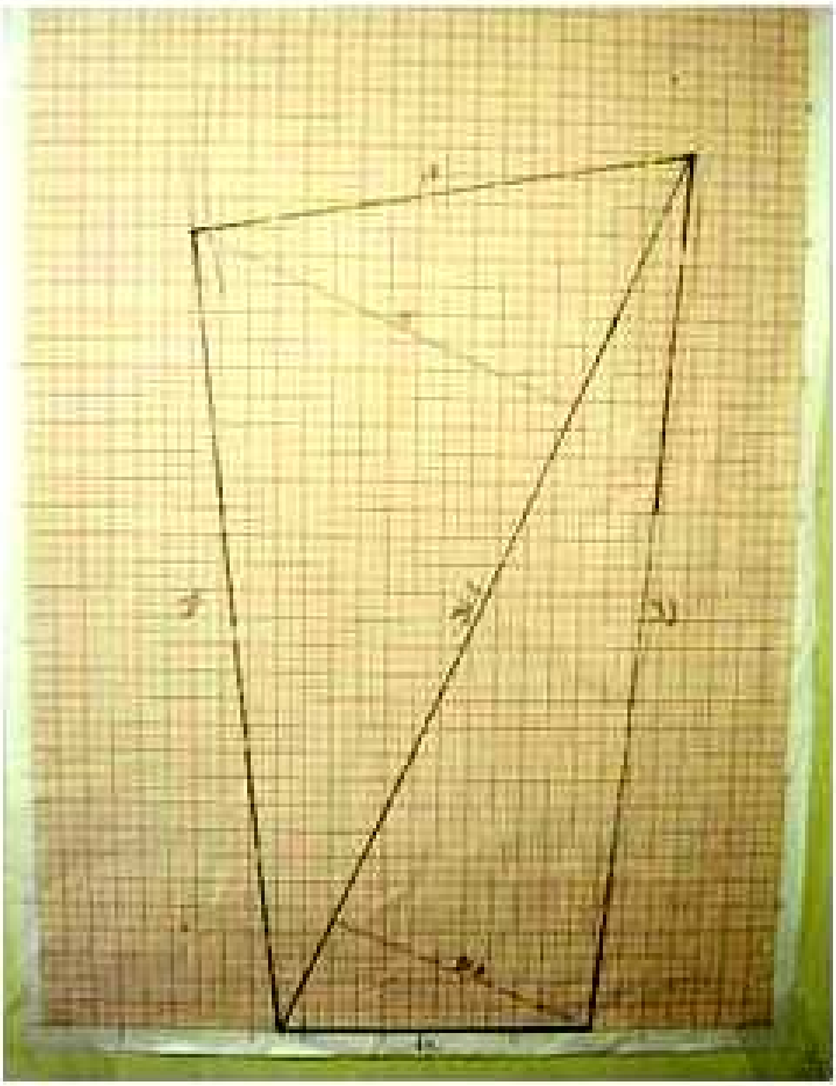
A frente do terreno possui ângulo de 90 graus à Direita

ANEXO X – TRABALHOS DOS ALUNOS – GRUPO 5

Desenho no papel quadriculado A4



Desenho no papel quadriculado A3



Contas no papel A3

Contagem das partes:

$$300 + 2 \times 31 + 3 \times 21 + 16$$
$$23 + 13 + 7 + 1 + 12$$
$$455\ m$$

Medindo as alturas em escala e calculando a Área fazendo $\text{Área} = \dfrac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$

① $A = \dfrac{36,1 \times 15}{2}$ ② $A = \dfrac{36,1 \times 10,9}{2}$

$A = 270,75$ $A = 196,75$

$467,50$

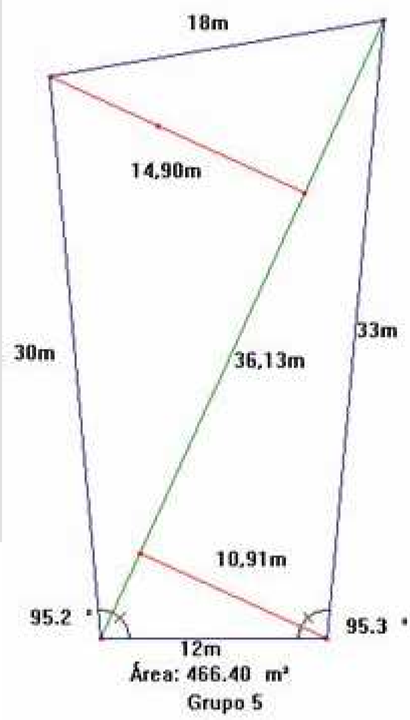
Cálculo da área pelo modelo de Heron

$$P = \frac{30+18+36,1}{2} = \frac{84,1}{2} = 42,05$$
$$A = \sqrt{42,05(42,05-30)(42,05-18)(42,05-36,1)}$$
$$A = \sqrt{42,05 \cdot 12,05 \cdot 24,05 \cdot 5,95}$$
$$A = \sqrt{72507,86} = 269,27\ m^2$$

total.
$466,49\ m^2$

$$P = \frac{36,1+12+33}{2} = 40,55$$
$$A = \sqrt{40,55(40,55-36,1)(40,55-12)(40,55-33)}$$
$$A = \sqrt{40,55 \cdot 4,45 \cdot 28,55 \cdot 7,55}$$
$$A = \sqrt{38895,91} = 197,22\ m^2$$

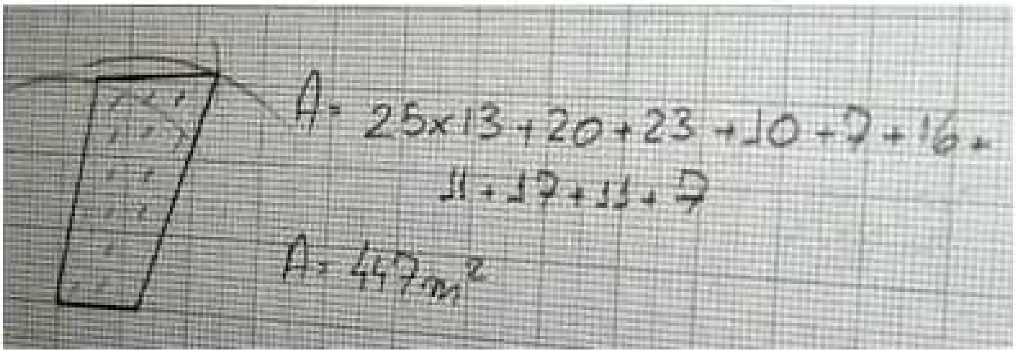
Desenho feito pelos alunos e representado no Software Cabri-Geometry.



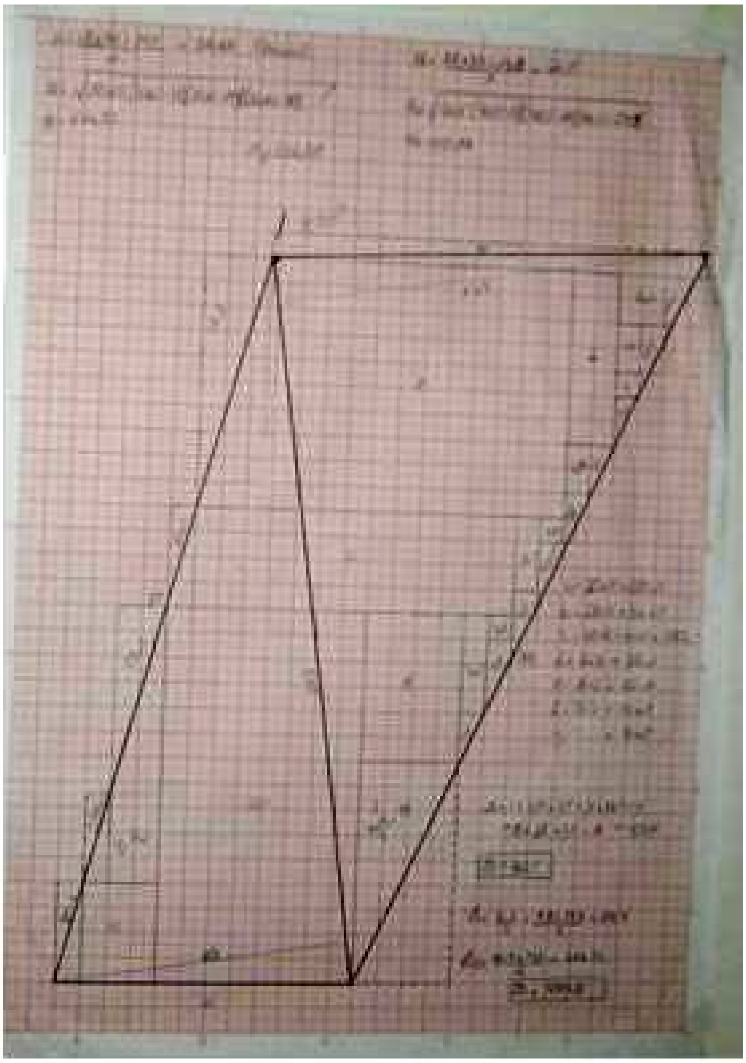
A frente do terreno não possui nenhum ângulo de 90 graus

ANEXO XI – TRABALHOS DOS ALUNOS – GRUPO 6

Desenho no papel quadriculado A4

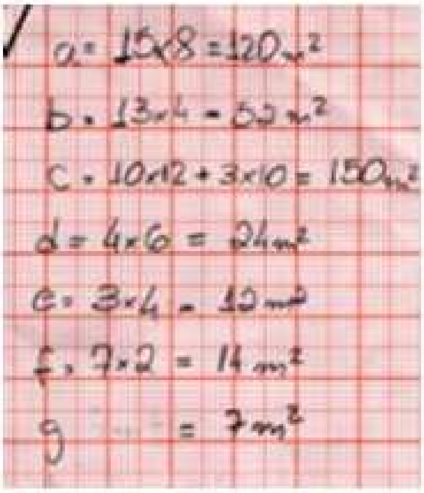


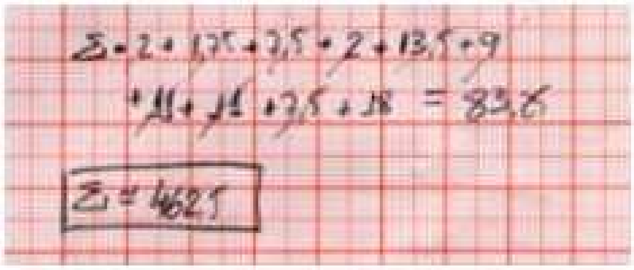
Desenho no papel quadriculado A3



Contas no papel A3

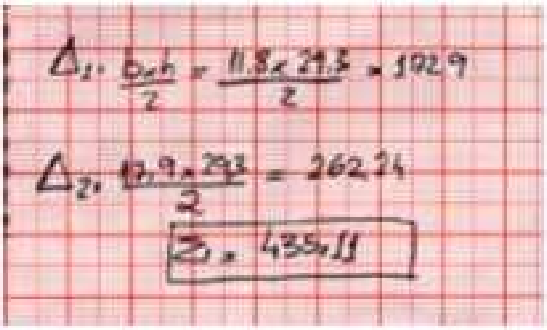
Contagem das partes:


a = 15x8 = 120 m²
b = 13x4 = 52 m²
c = 10x12 + 3x10 = 150 m²
d = 4x6 = 24 m²
e = 3x4 = 12 m²
f = 7x2 = 14 m²
g = 7 m²

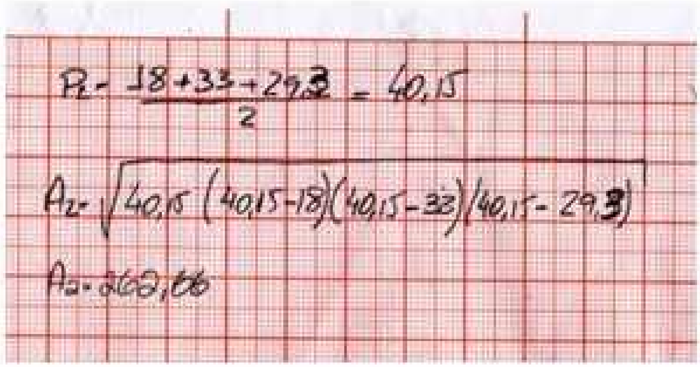

Σ = 2 + 1,75 + 7,5 + 2 + 13,5 + 9
+ 11 + 11 + 7,5 + 18 = 83,25
Σ = 462,5

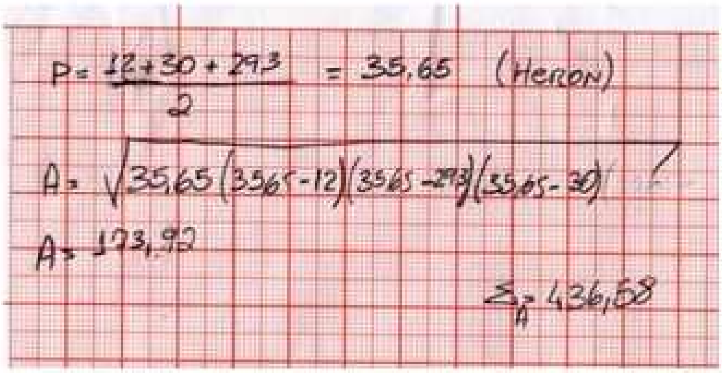
Medindo as alturas e a em escala e calculando a Área fazendo

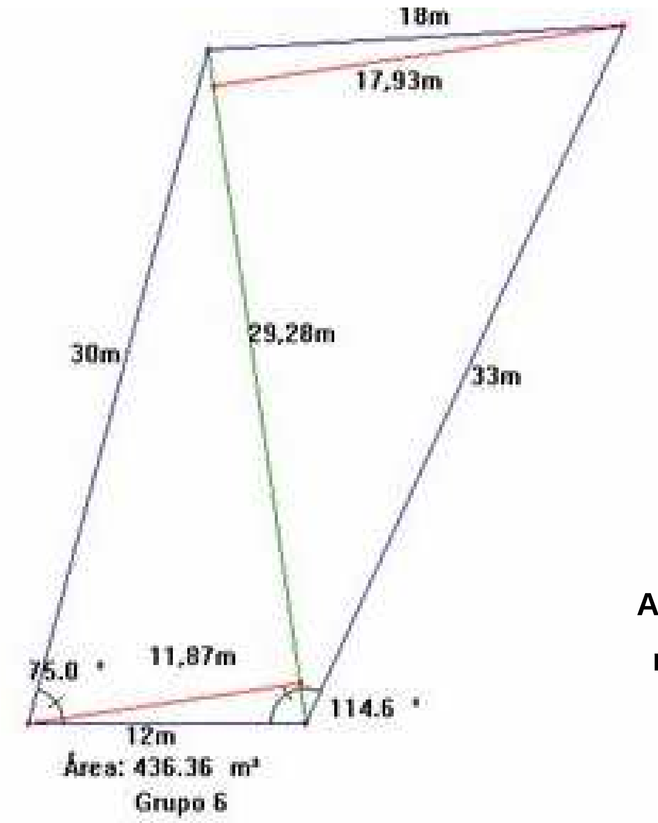
$$\text{Área} = \frac{\text{base} \;\; \text{x} \;\; \text{altura}}{2}$$


Δ1 = b x h / 2 = 11,8 x 29,3 / 2 = 172,9
Δ2 = 17,9 x 29,3 / 2 = 262,24
Σ = 435,11

Cálculo da área pelo
modelo de Heron







Desenho feito pelos alunos e representado no Software Cabri-Geometry.

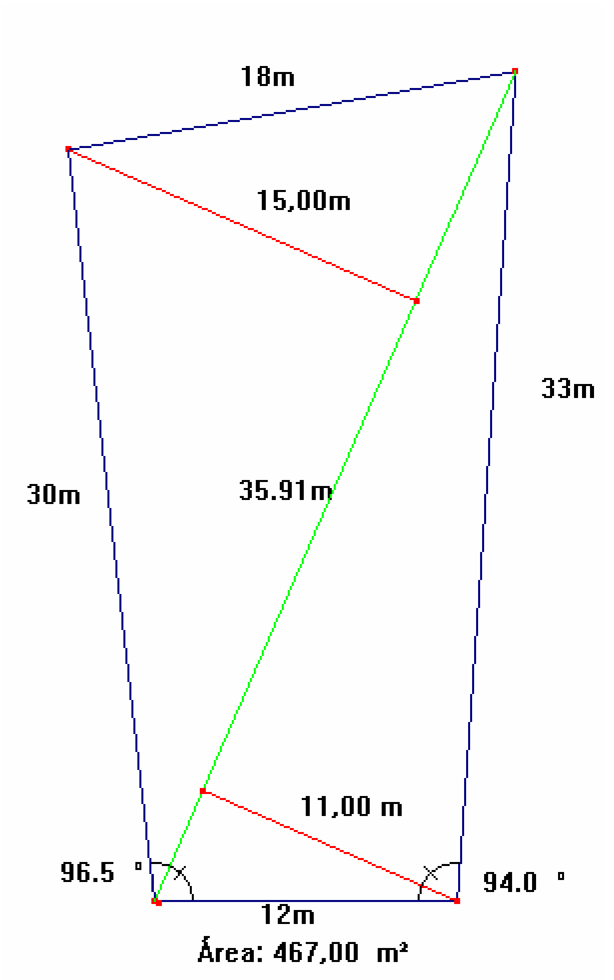
A frente do terreno não possui nenhum ângulo de 90 graus.

ANEXO XII – MEDIDA REAL DO LOTE E DA ESCRITURA - DIVERGÊNCIAS

.

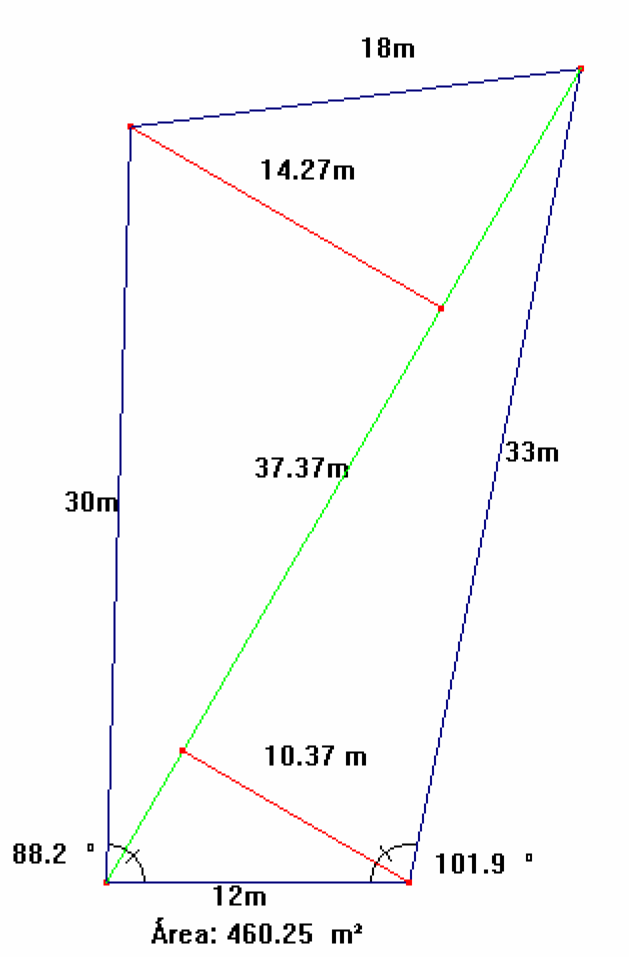
Desenho com medidas reais.

Frente 12,00 metros; Lateral direita 33,00 metros; lateral esquerda 30,00 metros; fundos 18,00 metros; diagonal 35,91 metros, partindo da esquerda da frente do lote para o lado direito no fundo.



Desenho das medidas constantes na escritura.

Mesmas dimensões e Área de 460,25 m^2. Terreno imaginado pelo registro de imóveis para cobrança de impostos e tributos.

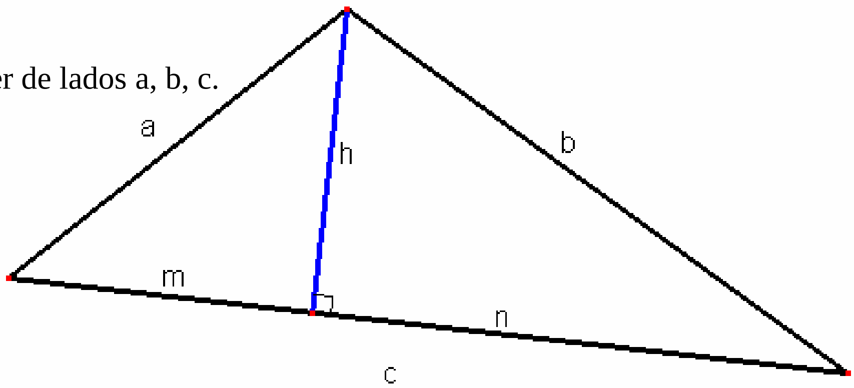


ANEXO IX– DEMONSTRAÇÕES DO MODELO DE HERON

DEMONSTRAÇÃO DO MODELO DE HERON DE ALEXANDRIA (1)

Modelo para calcular a área de um triângulo qualquer conhecendo apenas os seus lados.

Seja um triangulo qualquer de lados a, b, c.



Área é base vezes altura dividido por dois.

$$\text{Área} = \frac{c \times h}{2}$$

Chamamos de semiperímetro 2p , Temos 2p = a + b + c

Subtraindo 2a de cada lado da igualdade: 2(p – a) = – a + b + c

Subtraindo 2b de cada lado da igualdade: 2(p – b) = a – b + c

Subtraindo 2c de cada lado da igualdade: 2(p – c) = a + b – c

Separando o lado "*c*" em "*m*" e "*n*" , podemos dizer que $c = m + n$

Sendo "h" altura, temos dois triângulos retângulos nos quais

$$a^2 = m^2 + h^2 \quad \text{e} \quad b^2 = n^2 + h^2$$

Como $m = c - n$, então $m^2 = (c - n)^2$ e $m^2 = c^2 - 2cn + n^2$

Adicionando "h^2" em cada lado temos: $m^2 + h^2 = c^2 - 2cn + n^2 + h^2$

Substituindo a^2 e b^2 , temos: $a^2 = c^2 - 2cn + b^2$

Isolando o "*n*" temos:

$$n = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2c}$$

Agora, sabendo que $b^2 = n^2 + h^2$ ou $h^2 = b^2 - n^2$, vamos desenvolver o produto notável.

$h^2 = b^2 - n^2$ portanto $h^2 = (b + n). (b - n)$

Substituindo o *"n"*, ficamos assim:

$$h^2 = \left[b + \frac{c^2+b^2-a^2}{2c}\right] \times \left[b - \frac{\left(c^2+b^2-a^2\right)}{2c}\right]$$ Substituindo

$$h^2 = \left[\frac{2cb+c^2+b^2-a^2}{2c}\right] \times \left[\frac{2cb-\left(c^2+b^2-a^2\right)}{2c}\right]$$ Arranjando

$$h^2 = \left[\frac{b^2+2cb+c^2-a^2}{2c}\right] \times \left[\frac{2cb-c^2-b^2+a^2}{2c}\right]$$ Fatorando

Trinômio quadrado perfeito

$$h^2 = \left[\frac{b^2+2cb+c^2-a^2}{2c}\right] \times \left[\frac{-1\times\left(b^2-2cb+c^2-a^2\right)}{2c}\right]$$ Arranjando

$$h^2 = \left[\frac{(b+c)^2-a^2}{2c}\right] \times \left[\frac{-1\times\left((b-c)^2-a^2\right)}{2c}\right]$$ Fatorando

Diferença de quadrados

$$h^2 = \left[\frac{(b+c)^2-a^2}{2c}\right] \times \left[\frac{a^2-(b-c)^2}{2c}\right]$$ Substituindo

$$h^2 = \frac{[(a+b+c).(-a+b+c)].[(a-b+c).(a+b-c)]}{4c^2}$$

$$h^2 = \frac{[2p.2(p-a)].[2(p-b).2(p-c)]}{4c^2} = \frac{4p.(p-a)(p-b).2(p-c)}{c^2}$$ Extraindo a Raiz

$$h = \sqrt{\frac{4p.(p-a)(p-b).2(p-c)}{c^2}} = \frac{2\sqrt{p.(p-a)(p-b).2(p-c)}}{c}$$ Simplificando

$$Assim: \quad \boxed{h = \frac{2\sqrt{p.(p-a)(p-b).2(p-c)}}{c}}$$

Como a área é:

$$Área = \frac{c\times h}{2} \qquad temos \qquad Área = \frac{c\times 2\sqrt{p.(p-a)(p-b).2(p-c)}}{2c}$$

Portanto:

$$\boxed{Área = \sqrt{p.(p-a).(p-b).(p-c)} \qquad onde \qquad p = \frac{a+b+c}{2}}$$

Obs.: Encontramos nos livros didáticos os três nomes para a fórmula:

Heron, Herão ou Hierão.

DEMONSTRAÇÃO DO MODELO DE HERON DE ALEXANDRIA (2)

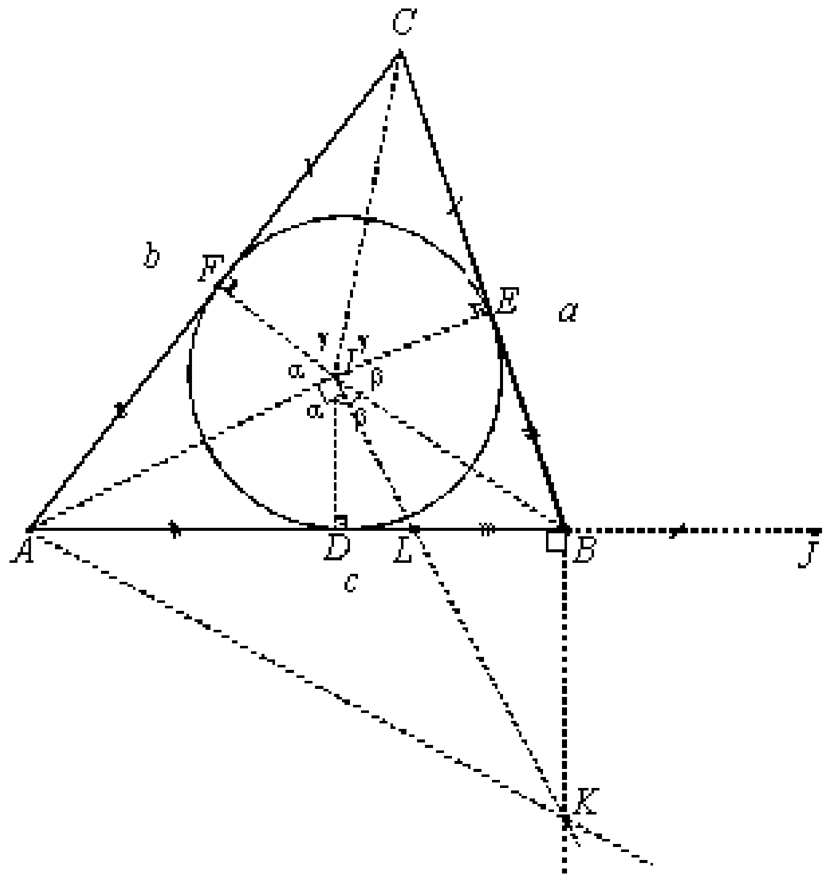
Demonstração apresentada na RPM (Revista do Professore de Matemática) número 36.

Heron de Alexandria viveu no século II d.C. na cidade de Alexandria (obviamente). Foi engenheiro e matemático. Sua fórmula para calcular a área de um triângulo:

$$Área = \sqrt{p.(p-a).(p-b).(p-c)} \qquad onde \qquad p = \frac{a+b+c}{2}$$ Sendo p a metade do perímetro do triângulo.

Demonstração: Seja o triangulo ABC qualquer

I é o centro da circunferência inscrita



$$1 - a \ Area \ \Delta \ ABC = Area \ \Delta \ ABI + Area \ \Delta IBC + Area \ \Delta AIC$$

$$Como \ a \ área \ \Delta \ ABI = \frac{r.AB}{2} \quad área \ \Delta \ IBC = \frac{r.BC}{2} \quad e \quad área \ \Delta \ AIC = \frac{r.AC}{2}$$

$$Temos : área \ \Delta \ ABI = \frac{r.AB}{2} + \frac{r.BC}{2} + \frac{r.AC}{2} = \frac{r.(AB + BC + AC)}{2} = r.p$$

$$2 - Como \quad \Delta \ ADI \equiv \Delta \ AFI \qquad \Delta \ BDI \equiv \Delta \ BEI \qquad \Delta \ CFI \equiv \Delta \ CEI \quad ,temos :$$

$$AD = AF \quad , \quad DB = BE \quad e \quad CE = CF$$

$$3 - Seja \ \ J \ \ o \ ponto \ da \ semi - reta \ \ AB \ \ tal \ que \ \ BJ = CE.$$

$$AJ = \frac{AD + AF}{2} + \frac{BD + BE}{2} + \frac{CE + CF}{2} = \frac{AB + BC + CA}{2} = p$$

$$Então : \quad p - c = AJ - AB = BJ \qquad p - b = AJ - AC = DB \qquad p - a = AJ - BC = AD$$

4) Seja K o ponto construído como indicado na figura. O quadrilátero $AKBI$ é inscritível numa circunferência de diâmetro AK;
logo $\angle ABI + \angle AKB = 180°$ e, como $\alpha + \beta + \gamma = 180°$ temos:

$\angle AIB + \angle CIE = 180°$, de onde $\angle AKB = \angle CIE = \gamma$

Então temos: $\Delta CIE \approx \Delta AKB$, o que implica $\frac{AB}{BK} = \frac{CE}{r} = \frac{BJ}{r} \quad \Rightarrow \quad \frac{AB}{BJ} = \frac{BK}{r}$

5) No triângulo retângulo ΔALI temos :
$r^2 = DL \,.\, AD$ e de $\Delta \, DLI \approx \Delta BLK$ temos : $\frac{r}{DL} = \frac{BK}{LB} \quad \Rightarrow \quad \frac{LB}{DL} = \frac{BK}{r}$

Assim temos $\frac{AB}{BJ} = \frac{LB}{DL}$, o que implica $\frac{AB + BJ}{BJ} = \frac{LB + DL}{DL}$ ou $\frac{AJ}{BJ} \cdot \frac{AJ}{AJ} = \frac{DB}{DL} \cdot \frac{AD}{AD}$, que

Juntamente com $r^2 = DL \,.\, AD$ leva a $AJ^2 \,.\, r^2 = BJ \,.\, AJ \,.\, BD \,.\, AD.$

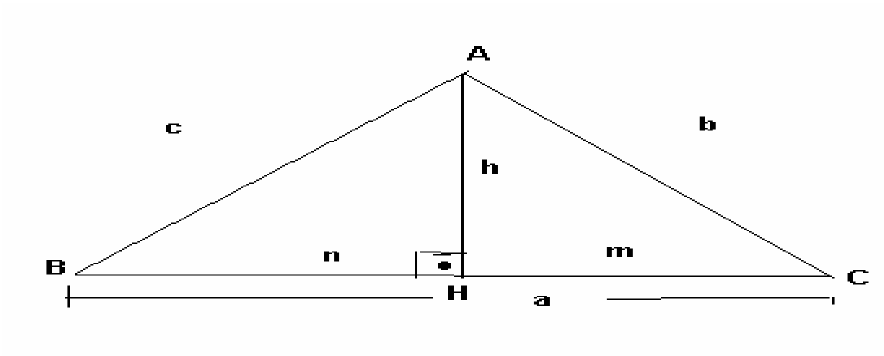
Usando–se as igualdades apresentadas em 3, obtemos $p^2.r^2 = (p–c)p(p–b)(p–a)$ que, pela igualdade exibida em **1**, demonstra-se a fórmula.

$$S^2 = p^2.r^2 = p(p-a)(p-b)(p-c) \qquad \Rightarrow \qquad S^2 = p(p-a)(p-b)(p-c)$$

$$Assim : S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

DEMONSTRAÇÃO DO MODELO DE HERON DE ALEXANDRIA (3)

Bibliografia consultada: SANGIORGI, Oswaldo. Matemática. Curso ginasial – 4ªsérie. São Paulo. Editora Nacional. 1961. Página 118 e p.179–180.



Aplicando a relação do cosseno no triângulo ABH cos B=$\frac{n}{c}$ $\longrightarrow$ n = c cos B (I)

Aplicando a lei dos cossenos no triângulo ABC: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac(\cos B)$ (II)

Aplicando I em II, $b^2 = a^2 + c^2 - 2an$

Isolando n, temos: $n = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2a}$ (III)

Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo ABH: $\longrightarrow$ $c^2 = h^2 + n^2$ isolando $h^2 = c^2 - n^2$ (IV)

Aplicando III em IV temos:

$$h^2 = c^2 - \left(\frac{(a^2 + c^2 - b^2)}{2a}\right)^2 = \frac{(2ac)^2 - (a^2 + c^2 - b^2)^2}{4a^2}$$

Decompondo o numerador, como diferença de dois quadrados:

$$h^2 = \frac{(2ac)^2 - (a^2 + c^2 - b^2)^2}{4a^2} = \frac{(a+c+b)(a+c-b)(b+a-c)(b-a+c)}{4a^2} \quad \text{(V)}$$

Indicando o perímetro do triângulo ABC por **2p = a+b+c** , podemos determinar o valor de cada um dos fatores que compõem o numerador, assim:

a + c – b = a + b + c – 2b = 2p –2b = 2(p – b)
b + a – c = a + b + c – 2c = 2p –2c = 2(p – c)
b – a + c = a + b + c – 2a = 2p –2a = 2(p – a)

Substituindo destes valores na relação (V), temos:

$$h^2 = \frac{2p.2(p-c).2(p-b).2(p-c)}{4a^2} = \frac{4p.(p-a)(p-b)(p-c)}{a^2}$$

e finalmente: $$h = \sqrt{\frac{4p(p-a)(p-b)(p-c)}{a^2}} = \frac{2}{a}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Sendo a Área do triângulo ABC dado por: $S = \frac{a.h}{2}$, substituindo h pelo valor determinado, temos:

$$S = \frac{ah}{2} = \frac{a}{2}.\frac{2}{a}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \longrightarrow S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

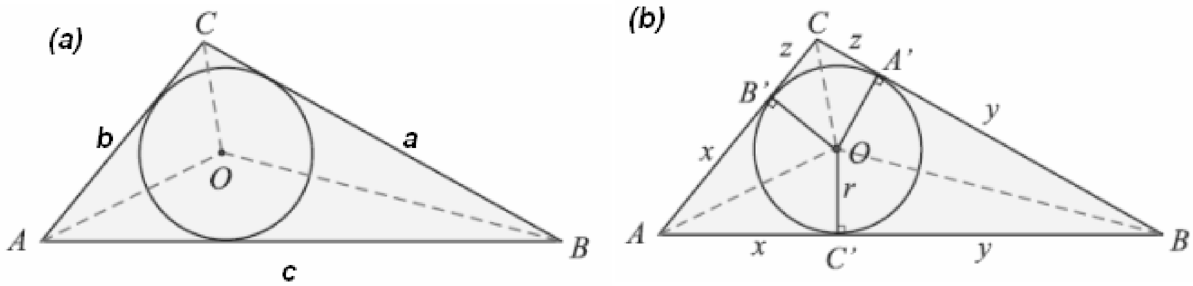
Fórmula de Herão de Alexandria

DEMONSTRAÇÃO DO MODELO DE HERON DE ALEXANDRIA (4)

Esta demonstração foi baseada em um trabalho intitulado *Heron´s formula via proofs without words*, de autoria de Roger B. Nelsen, publicada no *The College Mathematics Journal*, vol. 32, no 4, september 2001.

A demonstração baseia–se no seguinte.

Seja ∆ABC um triângulo com lados medindo a, b e c conforme ilustramos na figura (a) abaixo. Nesta figura também representamos as bissetrizes dos ângulos internos do ∆ABC assim como a sua circunferência inscrita. Na figura (b) mostramos os raios , de medida r, nos pontos de tangência da circunferência inscrita com os lados do ∆ABC



1. As três bissetrizes internas de um triângulo encontram–se em um mesmo ponto, *O*, que é centro da circunferência inscrita nesse triângulo.
Justificativa: Se considerarmos dois lados de um triângulo, os pontos eqüidistantes desses dois lados estão na bissetriz do ângulo que eles formam. O centro *O* da circunferência inscrita no triângulo é eqüidistante dos três lados e, portanto, é a interseção das três bissetrizes.

2. Traçando o raio e os pontos de tangência do circulo com os lados do triângulo temos:
AB' = AC' , *BA' = BC' e CA' = CB'*.
Justificativa: Os triângulos retângulos *AOB'* e *AOC'* são congruentes pois têm a mesma hipotenusa *AO* e catetos medindo *r*. Portanto,
AB' = *AC'*. As outras igualdades são obtidas de modo análogo.
Perímetro = a + b + c ou Perímetro= x + x + y + y + z + z= 2x+2y+2z

Segue que o semiperímetro, ou metade do perímetro: *p*, do ∆*ABC* satisfaz as seguintes relações:

$$p = x + y + z = x + a = y + b = z + c.$$

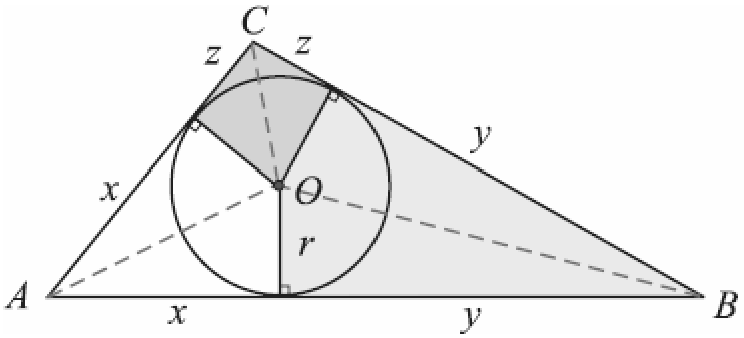
3. Se *r* é o raio da circunferência inscrita num triângulo de semiperímetro *p*, a área desse triângulo é **$S = p \times r$.**

Justificativa: a figura anterior mostra que as áreas *S* dos triângulos indicados satisfazem a igualdade

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta OBC} + S_{\Delta OAB} + S_{\Delta OAC}$$

Logo: $$S_{\Delta ABC} = \frac{a\times r}{2} + \frac{b\times r}{2} + \frac{c\times r}{2} = \frac{(a+b+c)\times r}{2} = p\times r$$

Geometricamente:



Arranjando:

Lema. Se α, β e γ são medidas positivas de três ângulos tais que $\alpha+\beta+\gamma =$ p/2, então temos

$$\tan\alpha.\tan\beta+\tan\beta.\tan\gamma+\tan\gamma.\tan\alpha = 1$$

Aplicando o lema aos ângulos cujas medidas são α, β e γ, que estão representados no triângulo da figura 1 (b) temos que :

$$\tan\alpha.\tan\beta+\tan\beta.\tan\gamma+\tan\gamma.\tan\alpha = 1$$

$$\frac{r}{x}.\frac{r}{y}+\frac{r}{y}.\frac{r}{z}+\frac{r}{z}.\frac{r}{x}=1$$

$$\frac{r^2.(x+y+z)}{x.y.z}=\frac{r^2.p}{x.y.z}=\frac{S^2}{p.x.y.z}=1$$

assim, de acordo com a última observação abaixo da figura 1, podemos afirmar que

x = p–a, *y = p–b e z = p–c,* o que conjuntamente com a expressão:

$$\frac{S^2}{p.x.y.z}=1$$

Implica em que

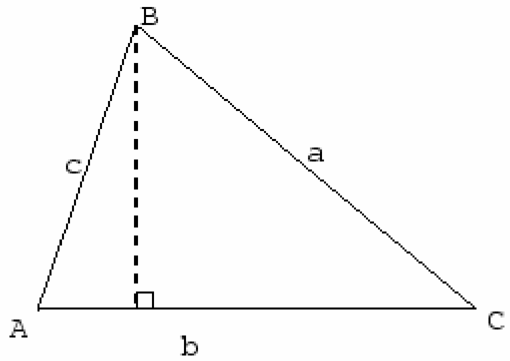
$$S=\sqrt{p.x.y.z}=\sqrt{p.(p-a).(p-b).(p-c)}$$

O que completa a prova.

DEMONSTRAÇÃO TRIGONOMÉTRICA DO MODELO DE HERON DE ALEXANDRIA (5)

Seja α o ângulo entre dois lados b e c, usando a lei dos cossenos::

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A.$$



$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}.$$

Equação fundamental da trigonometria $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$$\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha}$$

temos:

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{-a^4 - b^4 - c^4 + 2b^2c^2 + 2a^2b^2 + 2a^2c^2}}{2bc}$$

Sabendo que a área do triângulo é:

$$S_\Delta = \frac{1}{2}bc\sin\alpha$$

Substituindo:

$$S_\Delta = \frac{1}{2}bc\frac{\sqrt{-a^4 - b^4 - c^4 + 2b^2c^2 + 2a^2b^2 + 2a^2c^2}}{2bc}$$

$$S_\Delta = \frac{\sqrt{(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)}}{4}$$

$$S_\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

ANEXO XIV – ATIVIDADE DE MODELAGEM

Número da calça e medida do quadril

Nº da calça	**36**	**38**	**40**	**42**	**44**	**46**	**48**	**50**	**52**	**54**
Quadril (cm)	**88**	**92**	**96**	**100**	**104**	**108**	**112**	**116**	**120**	**124**

Fonte: **Revista Manequim**, **edição 551, novembro de 2005.**

Confira se está correta a tabela acima: com os alunos da sala, pais professores, inspetores de aluno etc. Atividade consiste em medir o quadril das pessoas e verificar o número de calça ela usa.

a) Construa a Tabela de pesquisa:

Quadril (cm)	Nº da calça	Quadril (cm)	Nº da calça	Quadril (cm)	Nº da calça

c) Construa a tabela com valores médios para cada número

Nº da calça	**36**	**38**	**40**	**42**	**44**	**46**	**48**	**50**	**52**	**54**
Quadril (cm)										

Fonte: **Alunos da Série ___________**

d) Comparar e descrever os resultados dos outros grupos.

e) Que Nº da calça deve comprar uma pessoa que possui quadril 102 cm? E 100cm? E 104 cm?

f) O que pode significar várias medidas possuírem o mesmo número de calça?

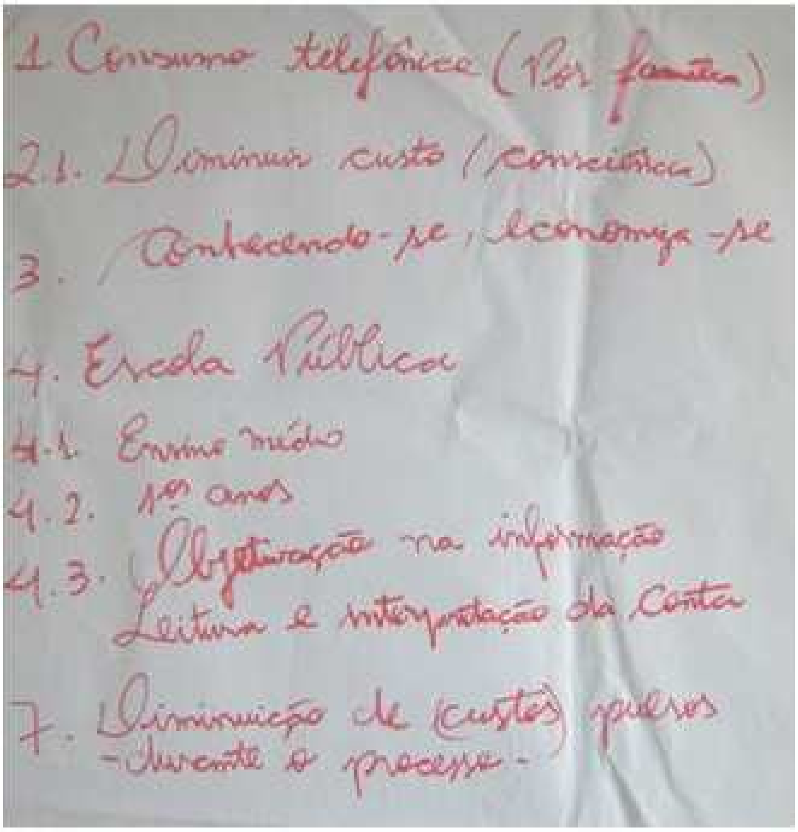
g) Que numero de calça deverá comprar uma pessoa de quadril 98,5?

h)* Construir um modelo que represente e generalize os dados levantados. N(*q*) em função de *q

ANEXO XV – PROPOSTA DO GRUPO I

Proposta de atividade de Modelagem Matemática

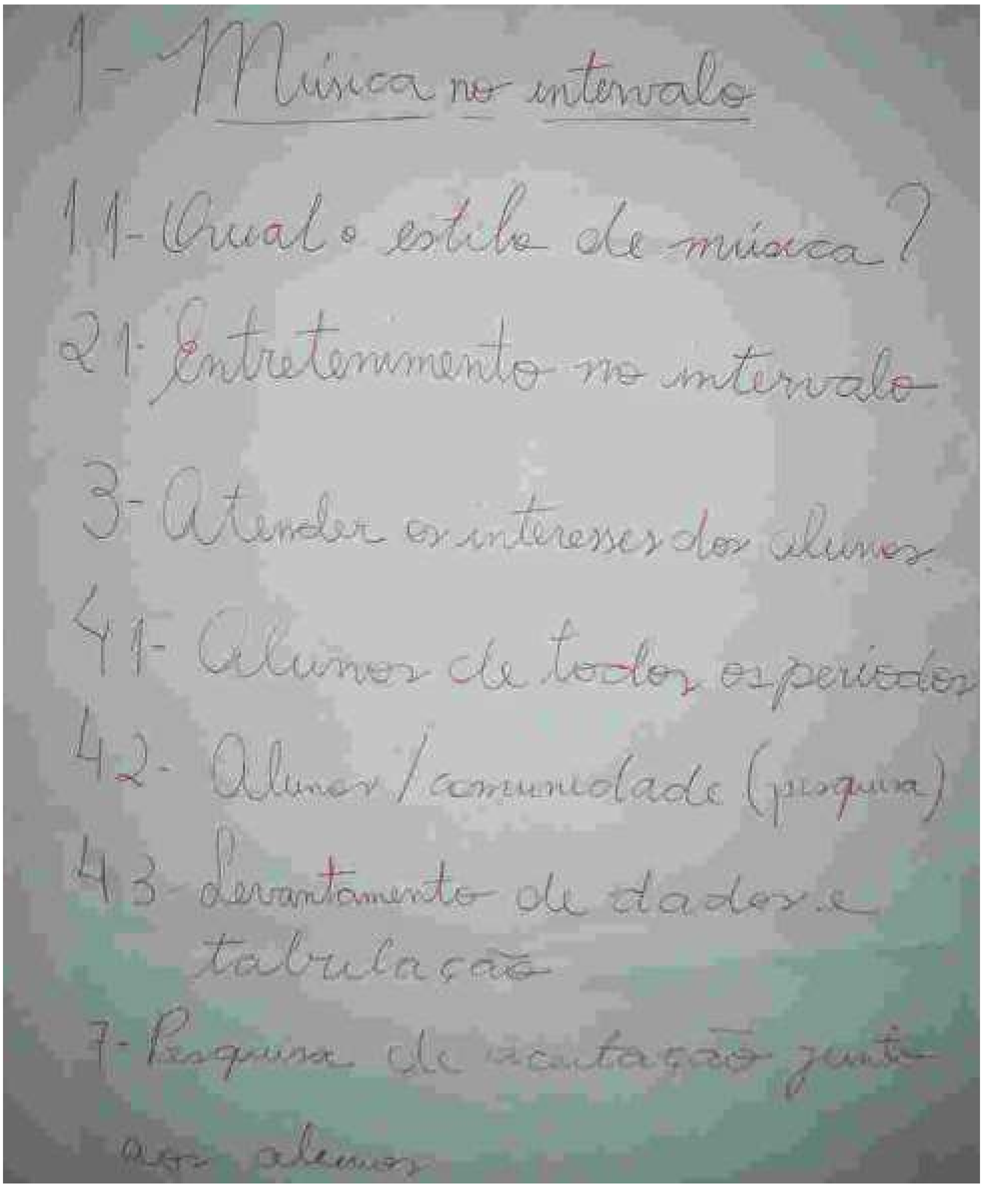
Consumo da conta de telefone


1. Consumo telefônico (Por família)
2.1. Diminuir custo (consciência)
3. Conhecendo-se, economiza-se
4. Escola Pública
4.1. Ensino médio
4.2. 1ºs anos
4.3. Objetivação na informação
Leitura e interpretação da conta
7. Diminuição de custos gerais
- durante o processo -

ANEXO XVI – PROPOSTA DO GRUPO II

Proposta de atividade de Modelagem Matemática

Grupo II: **Música no intervalo**



1- Música no intervalo

11- Qual o estilo de música?

21- Entretenimento no intervalo

3- Atender os interesses dos alunos.

41- Alunos de todos os períodos

42- Alunos / comunidade (pesquisa)

43- Levantamento de dados e tabulação

7- Pesquisa de aceitação junto aos alunos

ANEXO XVII – PROPOSTA DO GRUPO III

Proposta de atividade de Modelagem Matemática

Grupo III : **Financiamento**

1. Título
Financiamentos (Juros Simples e Composto)

1.1 - Vantagens e desvantagens de um financiamento

2.1 - Como melhor administrar suas finanças partindo da realidade de cada um.

3. Analisar os ≠ meios de financiamento e saber qual se adequa melhor a sua condição financeira

4.1 - Público alvo: Fundamental II e médio

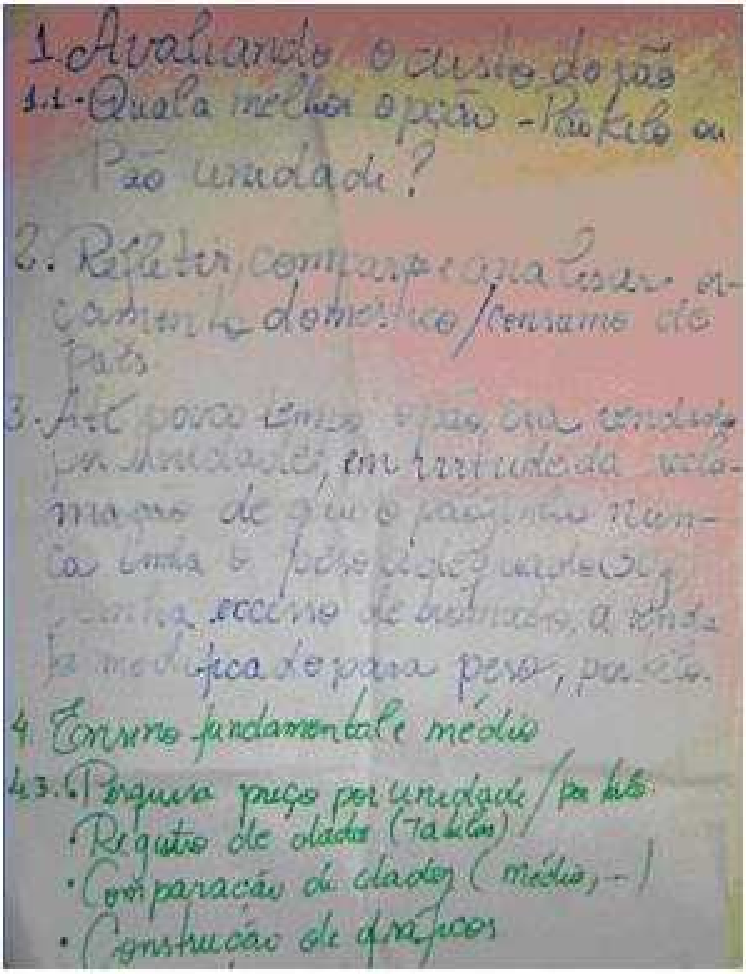
4.2 - A partir da 6ª série

4.3 - Metodologia: Cotação de preço de um produto em 3 estabelecimentos.
- Análise das condições de pagamento e parcelamento.
- Comparação da taxa de juros
- Verificação de descontos / melhor opção de compra.
- Avaliação: Apresentação dos grupos, mostrando a melhor opção que encontraram / justificativa.

ANEXO XVIII – PROPOSTA DO GRUPO IV

Proposta de atividade de Modelagem Matemática

Grupo IV **Custo do pãozinho**


1. Avaliando o custo do pão
1.1 - Qual a melhor opção - Pão kilo ou Pão unidade?

2. Refletir, comparar e analisar o orçamento doméstico/consumo de pães

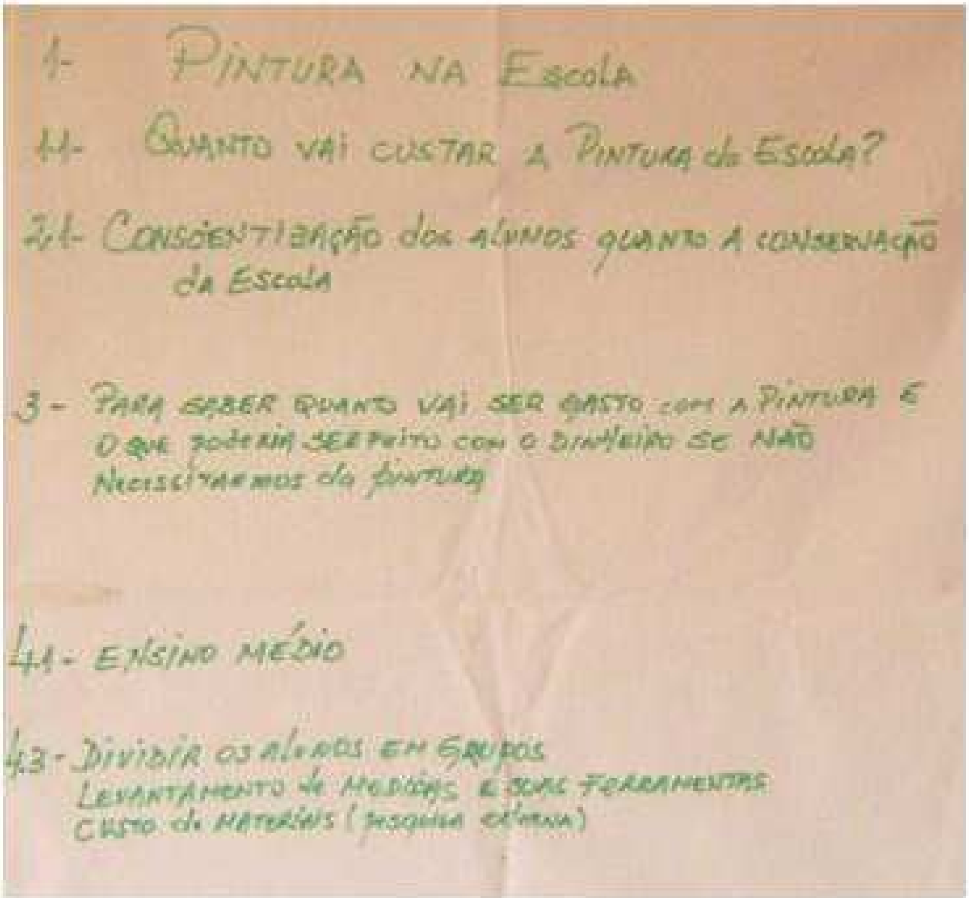
3. Até porque temos opção ou vendido por unidades, em virtude da reclamação de que o pãozinho nunca tinha o peso adequado [illegible] excesso de batimento, a venda [illegible] modificada para peso, por kilo.

4. Ensino fundamental e médio
4.3.1 Pesquisa preço por unidade/por kilo
- Registro de dados (tabelas)
- Comparação de dados (média, ...)
- Construção de gráficos

ANEXO XIX – PROPOSTA DO GRUPO V

Proposta de atividade de Modelagem Matemática

Grupo V : **Pintura na Escola**


1- PINTURA NA ESCOLA
1.1- QUANTO VAI CUSTAR A PINTURA da ESCOLA?
2.1- CONSCIENTIZAÇÃO dos ALUNOS QUANTO A CONSERVAÇÃO da ESCOLA
3 - PARA SABER QUANTO VAI SER GASTO COM A PINTURA E O QUE PODERIA SER FEITO COM O DINHEIRO SE NÃO NECESSITARMOS da PINTURA
4.1- ENSINO MÉDIO
4.3- DIVIDIR OS ALUNOS EM GRUPOS
LEVANTAMENTO de MEDIDAS E SUAS FERRAMENTAS
CUSTO de MATERIAIS (PESQUISA EXTERNA)

ANEXO XX – FOTOS DURANTE O CURSO

Professores efetuando atividades de modelagem.

Com a fita métrica efetuando a medida da Cintura. Levantamento de dados para criação do modelo






Apresentação no mini-curso