

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO  
PUC/SP

Luana de Almeida Neves Bolsoni

Introdução à Geometria Plana - Ângulos: análise da organização didática em livros  
didáticos do 8º ano do Ensino Fundamental

ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

SÃO PAULO

2011

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO  
PUC/SP

Luana de Almeida Neves Bolsoni

Introdução à Geometria Plana - Ângulos: análise da organização didática em livros didáticos do 8º ano do Ensino Fundamental

*Monografia apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **ESPECIALISTA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação do **Professor Doutor Saddo Ag Almouloud**.*

SÃO PAULO  
2011

Banca Examinadora

---

---

---

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Monografia por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

**Assinatura:** \_\_\_\_\_ **Local e Data:** \_\_\_\_\_

## RESUMO

Este trabalho teve por objetivo analisar a abordagem do conceito de ângulos em três livros didáticos do 8º ano do Ensino Fundamental aprovados pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC). Desse modo, este estudo pretendeu responder à seguinte questão de pesquisa: Os livros didáticos desenvolvem o conteúdo referente à Ângulos, em Geometria Plana, propondo atividades utilizando outros instrumentos de ensino, como softwares, favorecendo o desenvolvimento do pensamento geométrico por parte dos alunos? – O trabalho fundamentou-se nos estudos sobre os registros de representações semióticas de Raymond Duval, a teoria antropológica do didático e a organização praxeológica de Yves Chevallard. A pesquisa teve como procedimento a definição de três critérios de análise dos livros didáticos e a comparação entre eles. Os resultados do estudo mostraram que, nos três livros analisados nesse trabalho, os autores privilegiam os registros de língua materna, figural e a utilização de material concreto, porém, nenhum deles sugere a utilização de outros materiais como recurso para o ensino do conteúdo de ângulos. Não identificamos, em nenhum dos livros estudados, a sugestão de utilização de softwares geométricos no ensino de qualquer conteúdo matemático, não apenas o que nos propomos a analisar. Os autores apresentam tarefas claras com o quadro tecnológico disponível, mas as conversões não são devidamente exploradas, prendendo-se apenas à exercícios estabelecidos pelos livros didáticos, o que não favorece a construção e desenvolvimento do pensamento geométrico por parte dos alunos.

**Palavras chave:** Ângulos. Livros didáticos. Geometria do 8º ano. Registro de Representação Semiótica.

## **ABSTRACT**

This study aimed to analyze the approach of the concept of angles in three 8th grade of elementary school textbooks approved by the Brazilian Ministry of Education and Culture (MEC). Thus, this study purpose was to answer the following question: Do textbooks develop content relating to Angle, in Plane Geometry, proposing activities and using other teaching tools, such as softwares, encouraging students to develop their geometric thinking? - The paper was based on the studies of semiotic records representations by Raymond Duval and the anthropological theory of teaching and organization of praxeological by Yves Chevallard. The research procedure defined three analysis criterias of textbooks and the comparison between them. The study results showed that, in all the three books reviewed in this paper, the authors emphasize the records of the mother language, figural and the use of concrete material, but none of them suggest the use of other materials as a resource for teaching the content of angles. The suggestion of using geometry software in teaching any mathematical content was not identified in any of the books studied. The authors present clear tasks with available technological framework, but the conversions are not properly explored, sticking only with the exercises set by textbooks, which does not favor the construction and development of geometric thinking by students.

**Keywords:** Angles. Textbooks. Geometry of the 8th grade. Registration of semiotic representation.

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO .....	8
CAPÍTULO 1 .....	10
ESTUDO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA.....	10
1.1 O SURGIMENTO DA GEOMETRIA.....	11
1.2 INÍCIO DA TRIGONOMETRIA.....	12
CAPÍTULO 2 .....	14
PROBLEMÁTICA.....	14
CAPÍTULO 3 .....	17
FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	17
3.1 REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA.....	17
3.2 TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO (TAD).....	20
CAPÍTULO 4 .....	23
ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS .....	23
4.1 OS LIVROS DIDÁTICOS ANALISADOS NESTA PESQUISA .....	24
4.2 CRITÉRIOS DE ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS .....	24
4.3 ANÁLISE DOS LIVROS .....	25
4.3.1 ANÁLISE DO LIVRO 1.....	25
4.3.2 ANÁLISE DO LIVRO 2.....	30
4.3.3 ANÁLISE DO LIVRO 3.....	34
4.4 RESULTADOS DA ORGANIZAÇÃO DIDÁTICA COM ENFOQUE NAS ATIVIDADES APRESENTADAS.....	40
CAPÍTULO 5 .....	42
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	42
REFERÊNCIAS.....	44

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sistema semiótico .....	18
Figura 2 – Transformação das representações .....	19
Figura 3 – Demonstração de ângulos / manobra .....	26
Figura 4 – Ângulos e medidas em arquitetura .....	26
Figura 5 – Ângulos consecutivos e adjacentes .....	27
Figura 6 – Construção da bissetriz de um ângulo com régua e compasso .....	27
Figura 7 – Construção da bissetriz de um ângulo por meio de dobradura .....	28
Figura 8 – Demonstração de ângulos .....	31
Figura 9 – Identificação dos ângulos .....	31
Figura 10 – Medidas dos ângulos .....	32
Figura 11 – Construção de segmentos congruentes com régua e compasso .....	34
Figura 12 – Construção de perpendiculares .....	35
Figura 13 – Bissetriz de um ângulo .....	35
Figura 14 – Definição dos ângulos .....	36
Figura 15 – Ângulos congruentes .....	36
Figura 16 – Ângulos consecutivos e congruentes .....	38

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Resultado da análise e descrição da organização didática dos livros quanto às atividades e ao conteúdo apresentado .....	39
---	----

## INTRODUÇÃO

Nosso objetivo com esse trabalho é analisar como a introdução à Geometria Plana, sob o conteúdo programático *Ângulos*, é realizada nos livros didáticos de Matemática do 8º ano do Ensino Fundamental, com enfoque em sua organização didática.

Para esse estudo, tomamos como referencial teórico a Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

De acordo com Ordem (2010), uma das principais preocupações da Educação no Brasil é o resgate do ensino da Geometria após constatar, em avaliações realizadas pelo SAEB/MEC, que o desempenho dos alunos no Ensino Fundamental é mais baixo em Geometria do que nas demais áreas de aprendizagem.

Em relação à proposta curricular (PCN, 1998, p. 68), temos:

*Neste ciclo, os alunos reorganizam e ampliam os conhecimentos sobre Espaço e Forma abordados no ciclo anterior, trabalhando com problemas mais complexos de localização no espaço e com as formas nele presentes. Assim é importante enfatizar as noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo, as classificações das figuras geométricas (quanto à planicidade, quanto à dimensionalidade), as relações entre as figuras espaciais e suas representações planas, a exploração das figuras geométricas planas, pela sua decomposição e composição, transformação (reflexão, translação e rotação), ampliação e redução.*

Analisamos o tratamento dado ao tema em três livros didáticos escolhidos aleatoriamente, aprovados pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC), verificando

se os livros didáticos desenvolvem os conteúdos referentes à Geometria Plana – conceito ângulos – favorecendo o desenvolvimento do pensamento geométrico, por parte dos alunos.

O trabalho foi estruturado da seguinte forma:

No primeiro capítulo, temos por objetivo fornecer um suporte histórico quanto ao surgimento da Geometria, para que possamos compreender os estudos em torno da Geometria Plana e o conceito de Ângulos. Apresentaremos estudos cujos principais temas são: estudo da História da Matemática, o surgimento da Geometria, e o início da Trigonometria.

No segundo capítulo, mostraremos a problemática e a questão de pesquisa adotada em nosso trabalho, buscando responder se os livros didáticos desenvolvem o conteúdo referente à Ângulos, em Geometria Plana, propondo atividades utilizando outros instrumentos de ensino, como softwares, favorecendo o desenvolvimento do pensamento geométrico, por parte dos alunos.

No terceiro capítulo, falaremos do quadro teórico que utilizamos para embasar nosso trabalho, nas ideias de Registro de Representação Semiótica de Raymond Duval, e da Teoria Antropológica do Didático, de Yves Chevallard.

No quarto capítulo, iremos apresentar uma análise de livros didáticos, baseando-se na Teoria Antropológica do Didático (TAD), de Yves Chevallard, realizando uma análise da organização matemática e didática dos livros escolhidos para essa pesquisa. Neste mesmo capítulo, classificaremos as mudanças de representação, segundo os estudos de Raymond Duval.

No quinto capítulo, apresentaremos as considerações finais, as principais conclusões e limitações do trabalho.

## CAPÍTULO 1

### ESTUDO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

A História da Matemática é um importante instrumento para o aprendizado da própria matemática, pois nos permite conhecer a origem das ideias que constituem essa ciência, possibilitando o estudo dos responsáveis por essas ideias e as circunstâncias em que elas se desenvolveram ao longo dos séculos.

As teorias que hoje conhecemos 'prontas', foram resultados de diversos desafios enfrentados por vários matemáticos, desenvolvidas com muito esforço e quase sempre em uma ordem bem diferente daquelas apresentadas após todo o processo de descoberta.

De acordo com Boyer (1996), grande parte do que conhecemos hoje por matemática, deriva-se de ideias originalmente centradas nos conceitos de número, grandeza e forma. Noções primitivas relacionadas a esses conceitos podem ser encontradas nos primeiros tempos da raça humana, como parte da vida diária e da sobrevivência do homem. Em princípio, essas noções primitivas de número, grandeza e forma podiam estar mais relacionadas com contrastes do que com semelhanças.

*[...] a diferença entre um lobo e muitos, a desigualdade de tamanho entre uma sardinha e uma baleia, a dessemelhança entre a forma da Lua e a retilínea de um pinheiro. Gradualmente deve ter surgido, da massa de experiências caóticas, a percepção de que há analogias: e dessa percepção de semelhanças em número e forma nasceram a ciência e a matemática. (BOYER, 1996, p.01)*

Eves (2004) afirma que, provavelmente, a maneira mais antiga de contagem se baseasse em algum método de registro simples. Para a contagem de carneiros, por exemplo, podia-se dobrar um dedo para cada animal. Podia-se também contar

fazendo marcações em uma pedra ou no barro, realizando entalhes em madeiras ou nós em uma corda.

Para Boyer (1996), os dedos de uma mão poderiam ser usados para indicar um conjunto de dois, três, quatro ou cinco objetos, não sendo o número 1 reconhecido inicialmente como um número. Já com as duas mãos, era possível representar coleções contendo até dez elementos; combinando dedos das mãos e dos pés, poderiam ir até vinte.

Quando os dedos das mãos e dos pés já não eram suficientes, poderiam ser usados montes de pedras para representar uma correspondência com elementos de outro conjunto. Porém, grupos de pedras eram provisórios para conservar informação, por isso, o homem pré-histórico às vezes registrava um número fazendo marcas em um bastão ou pedaço de osso.

O conceito de número é o mais antigo na matemática e o exato momento de seu surgimento é desconhecido, perdido em registros pré-históricos, uma vez que primórdios do assunto são mais antigos que a arte de escrever.

## **1.1 O SURGIMENTO DA GEOMETRIA**

A geometria tem origem provavelmente na agrimensura ou medição de terrenos. O termo “geometria” deriva do grego *geometrein*, que significa medição da terra (*geo*: terra, *metrein*: medição).

Para Boyer (1996), Heródoto e Aristóteles não quiseram se arriscar a propor origens mais antigas que a civilização egípcia, porém, possivelmente a geometria que eles estudavam possuía raízes mais antigas. Para Heródoto a geometria se originava no Egito, pois ele acreditava que tinha surgido a partir da necessidade de se realizar medições de terras após cada inundação no vale do rio Nilo. Por sua vez, Aristóteles acreditava que existia uma classe sacerdotal com lares no Egito que impulsionou o estudo da geometria.

São duas teorias opostas quanto às origens da matemática, enquanto um acreditava que a origem da geometria fosse a necessidade prática, outro acreditava que a origem estivesse no lazer sacerdotal e ritual, subestimando a idade do assunto.

*O homem neolítico pode ter tido pouco lazer e pouca necessidade de medir terras, porém seus desenhos e figuras sugerem uma preocupação com relações espaciais que abriu caminho para a geometria. (BOYER, 1996, p.05)*

Para Eves (2004), a geometria babilônica se relaciona intimamente com a mensuração prática. No período de 2000 a.C. a 1600 a.C., entende-se que os babilônios deviam estar familiarizados com as regras gerais das áreas do retângulo, triângulo retângulo, do triângulo isósceles, de um trapézio retângulo, do volume de um paralelepípedo reto-retângulo e, mais geralmente, do volume de um prisma reto de base trapezoidal.

A marca principal da geometria babilônica é seu caráter algébrico. Os problemas mais complicados expressos em geometria são, essencialmente, problemas de álgebra incomuns.

## **1.2 INÍCIO DA TRIGONOMETRIA**

Não podemos atribuir a trigonometria como obra de um só homem, assim como os outros ramos da matemática. Teoremas sobre razões entre lados de triângulos semelhantes tinham sido conhecidos e utilizados pelos antigos egípcios e babilônios.

Nos estudos de Boyer (1996), ele afirma que com os gregos que, pela primeira vez, foi encontrado um estudo sistemático de relações entre ângulos (ou arcos, como eram conhecidos) em um círculo e o comprimento das cordas que os subentendem. De acordo com esses estudos, pode-se concluir que as propriedades

das cordas, como medidas de ângulos centrais ou inscritos em círculos, eram conhecidos dos gregos do tempo de Hipócrates, e há a possibilidade de que Eudoxo tenha usado razões e medidas de ângulos para determinar o tamanho da Terra e as distâncias relativas do Sol e da Lua.

Os Elementos, de Euclides, por exemplo, são as leis de cossenos para ângulo obtuso e agudos, enunciadas em linguagem geométrica ao invés de trigonométrica, e são usadas de maneira semelhante ao utilizado para o Teorema de Pitágoras. Os teoremas sobre comprimentos de cordas são, essencialmente, aplicações da lei dos senos.

## CAPÍTULO 2

### PROBLEMÁTICA

O Ensino de Geometria e sua importância no processo de ensino e aprendizado de matemática é assunto de diversas pesquisas. Apesar de sua relevância, não é dada a importância necessária e esperada em seu ensino.

Segundo Pavanello (1993, *apud* CARVALHO, 2008), foi verificado no Brasil, nas últimas décadas, um aumento do abandono do Ensino da Geometria. Este é um fato que tem preocupado bastante os educadores brasileiros e que, embora reflita um aspecto geral da educação, é mais evidente em escolas públicas.

Em seu artigo sobre a geometria no ensino fundamental, Almouloud *et al.* (2004) apontam alguns fatores considerados como a origem das dificuldades, por parte dos professores, no processo de ensino-aprendizagem de geometria. Segundo eles:

*[...] identificamos como fator de dificuldades o nosso sistema educativo, que define a política da educação com recomendações e orientações gerais sobre os métodos, os conteúdos e o saber fazer, deixando para cada escola definir os conteúdos que julga importantes para a formação de seus alunos, o que faz com que a geometria seja frequentemente esquecida.*

Em relação à formação dos professores, eles reforçam:

*Podemos apontar, em relação à formação dos professores, que esta é muito precária quando se trata de geometria, pois os cursos de formação inicial não contribuem para que façam uma reflexão mais profunda a respeito do ensino e da aprendizagem dessa área da matemática. Por sua vez, a formação continuada não atende ainda os objetivos esperados em relação à*

*geometria. Assim, a maioria dos professores do ensino fundamental e do ensino médio não está preparada para trabalhar segundo as recomendações e orientações didáticas e pedagógicas dos PCN.*

Sobre as situações apresentadas nos livros didáticos, propostos pela maioria dos professores no ensino fundamental e no ensino médio, constataram:

*[...] alguns livros didáticos também contribuem para a origem de vários problemas, pois as situações de ensino apresentadas naqueles que analisamos e que são propostas para os alunos, de maneira geral, pela maioria dos professores, não enfatizam suficientemente a coordenação de registros de representações semióticas e a importância da figura para a visualização e exploração. Os problemas geométricos propostos por esses livros privilegiam resoluções algébricas, e pouco exigem raciocínio dedutivo ou demonstração.*

Em seu trabalho, Carvalho (2008) salienta que sem a geometria, a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da matemática, distorcida.

Portanto, com base nesses estudos e em nossa pesquisa bibliográfica, procuramos responder, com o nosso trabalho, à questão:

- Os livros didáticos desenvolvem o conteúdo referente à Ângulos, em Geometria Plana, propondo atividades utilizando outros instrumentos de ensino, como softwares, favorecendo o desenvolvimento do pensamento geométrico, por parte dos alunos?

Para Carvalho (2008), o livro didático é o principal recurso pedagógico usado pelos professores, quando não o único.

Nosso objetivo foi verificar se as atividades propostas pelos livros didáticos que escolhemos favorecem a construção do conhecimento, por parte dos alunos, propondo atividades com material concreto e sugerindo softwares que venham a facilitar a visualização e desenvolver o pensamento geométrico.

## CAPÍTULO 3

### FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para responder à nossa questão, recorreremos às ideias de Registro de Representação Semiótica, de Raymond Duval e a Teoria Antropológica do Didático, de Yves Chevallard.

#### 3.1 REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Toda a comunicação em matemática se estabelece em forma de representações. De acordo com Machado *et al.* (2008), os objetos a serem estudados podem expressar diferentes situações, portanto, para sua compreensão, faz-se necessário levar em consideração as diversas formas de representação de um mesmo objeto matemático.

Segundo Duval (1999, *apud* ALMOULOUD, 2007, p. 71), um registro de representação é um sistema semiótico que tem as funções cognitivas fundamentais no funcionamento cognitivo consciente. Dessa forma:

*[...] os registros se diferenciam dos códigos por serem estes funcionalmente mais limitados que os primeiros. A diferença entre registros e códigos, apresentada no Esquema 9, evidencia a existência de dois níveis de funcionamento cognitivo: o consciente e o não consciente; salienta-se que todo conhecimento implica necessariamente a mobilização desses dois níveis.*

**Figura 1 – Sistema semiótico** – Fonte: Almouloud (2007, p. 72)



ESQUEMA 9 - FONTE: DUVAL, 1999, p. 68

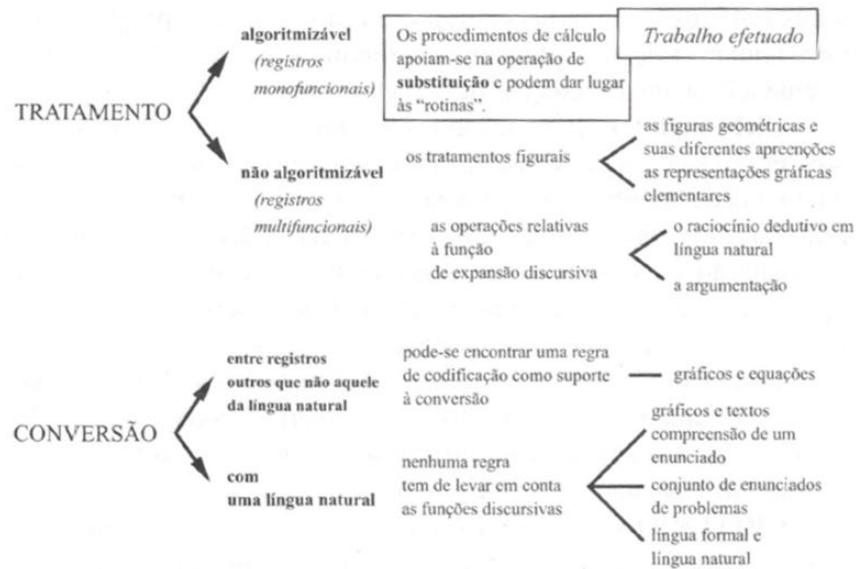
Para Almouloud (2007), falar de registros é colocar em jogo o problema da aprendizagem e dar ao professor um meio que poderá ajuda-lo a tornar mais acessível à compreensão da matemática.

De acordo com essa teoria, a aprendizagem e compreensão de um conceito matemático supõem a composição de pelo menos dois registros de representação. Para Duval (2008, *apud* ORDEM, 2010), a diferenciação entre objeto matemático e a representação que se faz dele é de suma importância para o funcionamento cognitivo, com o objetivo de possibilitar ao aluno a compreensão dos conteúdos matemáticos propostos no processo de ensino-aprendizagem.

Almouloud (2007), afirma que a noção de registro permite enfatizar a importância da mudança de registro e considerar a necessidade de uma articulação entre registros. Segundo o autor, “uma mudança de registro tem vantagens do ponto de vista do tratamento, podendo facilitar a compreensão ou a descoberta”. (ALMOULOU, 2007, p. 72).

Em sua obra, o autor traz a diferenciação entre tratamento e conversão:

**Figura 2 – Transformação das representações** – Fonte: Almouloud (2007, p. 73)



ESQUEMA 10 - FONTE: DUVAL, 1999, p. 21

Os *tratamentos* são transformações realizadas dentro de um mesmo registro. Podemos utilizar como exemplo: realizar um cálculo sem alterar o sistema de numeração. As *conversões* são transformações que implicam a mudança de um registro para outro, conservando os mesmos objetos. Em um problema, a passagem da língua escrita para uma representação figural caracteriza uma mudança de registro, ou seja, uma conversão.

Segundo Duval (1995, *apud* CARVALHO, 2008), para analisarmos as dificuldades no ensino da matemática, será preciso estudar a conversão das representações e não os tratamentos. A compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro.

### 3.2 TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO (TAD)

A Teoria Antropológica do Didático (TAD), desenvolvida por Yves Chevallard, estuda o homem perante o saber, especificamente o saber matemático, com o objetivo de apontar os diferentes saberes envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

A partir dessa teoria, conforme afirma Machado (2008), a dimensão teórica e prática do conhecimento torna-se mais clara ao partir do princípio que todo saber-fazer está associado a um saber, dessa forma, não existe nenhuma prática que seja desprovida de algum tipo de saber, bem como todo saber está associado a algum tipo de tarefa. Quando o sujeito possui um domínio sobre um saber, torna-se possível desencadear um método transformador e gerador de novos saberes.

Em seu trabalho, Ordem (2010) salienta que uma classe de objetos a ensinar é consequência de uma rede de influências, envolvendo diferentes segmentos do sistema educacional, e a passagem de um objeto de saber a um objeto de ensino é o que Chevallard designou como transposição didática.

*Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que, de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino, é chamado de transposição didática. (CHEVALLARD, 1991, p.39, apud MACHADO, 2008).*

Para Almouloud (2007, p. 113), o propósito da transposição didática é fazer uma análise epistemológica do saber sobre o ponto de vista didático fundamentalmente em termos de objeto de saber, caracterizados da seguinte forma:

- Paramatemáticos: ferramentas utilizadas para descrever e estudar outros objetos matemáticos;

- Matemáticos: instrumentos úteis para estudar outros objetos matemáticos, tornando-se objetos de estudo em si mesmos;
- Protomatemáticos: apresentam propriedades utilizadas para resolver alguns problemas, sem adquirir o status de objeto de estudo ou ferramenta para o estudo de outros objetos.

Chevallard propõe a elaboração de uma antropologia didática onde o objeto de estudo é a didática. Desse modo, é possível estudar o professor e o aluno diante de um problema matemático. Essa teoria postula que “tudo é objeto”, identificando diferentes tipos de objetos: as instituições (I), os indivíduos (X) e as posições que os indivíduos ocupam nas instituições. O autor ainda afirma que, ao ocupar uma determinada posição da instituição, os indivíduos tornam-se sujeitos dessa instituição, fazendo com que essa instituição exista. Relacionando esses elementos da teoria, encontramos o conhecimento – o saber como forma de organização (ORDEM, 2008).

*Um objeto existe a partir do momento em que uma pessoa X ou uma instituição I o reconhece como existente (para ela). Mais precisamente, podemos dizer que o objeto O existe para X (respectivamente, para I) se existir um objeto que denotarei por  $R(X, O)$  (resp.  $R_I(O)$ ), a que chamarei ‘relação pessoal de X com O’ (resp. ‘relação institucional de I com O’). Por outras palavras, o objeto O existe se existir ao menos para uma pessoa X ou para uma instituição I, isto é, se pelo menos uma pessoa ou uma instituição ‘tiver uma relação com esse objeto’. (CHEVALLARD, 1996, p.127, apud ORDEM, 2008).*

Ao considerar a matemática como parte de um conjunto de atividades humanas e das instituições sociais, Chevallard (1999, apud ORDEM, 2008) toma, como conceito chave para estudar as práticas institucionais relativas a um objeto de saber, a *organização praxeológica*.

Segundo o autor, a noção de *tipos de tarefas* supõe um objeto preciso, onde as tarefas são identificadas por um verbo de ação (exp.: calcular, demonstrar, justificar) que caracterizam um *gênero de tarefa*; uma *técnica* é um meio de resolver as tarefas, devendo ser compreensível, plausível e ter justificação; a *tecnologia*, por sua vez, tem como objetivo justificar a técnica utilizada, explicar porque ela é correta, e produzir as técnicas.

Na TAD, as noções de *tipo de tarefa*, *técnica*, *tecnologia* e *teoria* modelam as práticas da atividade matemática, compondo uma organização praxeológica completa, dividida em:

- Bloco *prático-técnico*: formado por tipos de tarefas e por uma técnica, correspondendo o *saber-fazer*;
- Bloco *tecnológico-teórico*: contendo uma teoria que justifica uma tecnologia.

Para Chevallard (1999, *apud* ORDEM, 2008) a organização didática é o conjunto de tipos de tarefas, de técnicas, de tecnologias, de teorias mobilizadas para o estudo concreto de uma instituição concreta.

Com essa teoria, focaremos às articulações entre as organizações matemáticas e didáticas que os livros didáticos apresentam quanto ao objeto “ângulo”. Dessa forma, podemos estudar quais os principais tipos de tarefas relativas às propriedades dos ângulos e quais as principais técnicas mobilizadas para o estudo dessas propriedades.

## CAPÍTULO 4

### ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS

Neste capítulo, faremos uma análise de livros didáticos baseando-se na Teoria Antropológica do Didático (TAD), realizando uma análise da organização matemática e didática dos livros escolhidos, pois acreditamos que os livros didáticos, além de determinar a grande maioria das opções didáticas do professor em sala de aula, é uma das maiores fontes de conquista do saber por parte do aluno.

De acordo com Choppin (2004, *apud* ORDEM, 2008), o livro didático coloca em prática métodos de aprendizagem, propõe exercícios que visam facilitar a memorização do conteúdo, favorece a aquisição de competências, apropriação de habilidades, e métodos de análise ou de resolução de problemas.

*Na ausência de orientações curriculares mais consolidadas, sistematizadas e acessíveis a todos os professores, o livro didático vem assumindo, há algum tempo, o papel de única referência sobre o saber a ser ensinado, gerando, muitas vezes, a concepção de que o “mais importante no ensino da matemática na escola é trabalhar o livro de capa a capa”. É importante, que o livro didático de Matemática seja visto não como um substituto de orientações curriculares, mas como um recurso a mais (OCEM, 2006, p. 86, apud CARVALHO, 2008).*

Perante a importância que os livros didáticos possuem em sala de aula, decidimos por analisar três livros que apresentaremos no tópico a seguir.

#### 4.1 OS LIVROS DIDÁTICOS ANALISADOS NESTA PESQUISA

A escolha dos livros didáticos foi feita de forma aleatória, não se atendo a critérios pré-estabelecidos para essa análise.

Os livros que consideramos para a pesquisa são:

1. OBRA COLETIVA; **Matemática: Ensino Fundamental. 7ª série, 8º ano.** 2ª edição. Projeto Araribá. Editora Moderna, 2007.
2. ANDRINI, A. & VASCONCELOS, M. J. **Praticando Matemática. 7ª série, 8º ano.** 1ª edição. Editora do Brasil, 2002.
3. BIANCHINI, E. **Matemática. 7ª série, 8º ano.** 6ª edição. Editora Moderna, 2008.

#### 4.2 CRITÉRIOS DE ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS

A seguir, apresentaremos os critérios que nortearam nossa pesquisa e análise dos livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental, especificamente os livros de 8º ano, fundamentadas em nosso referencial teórico:

1º critério: Direcionado aos Registros de Representações Semióticas presentes na abordagem do conceito de ângulos, verificando como a articulação entre os registros é realizada.

2º critério: Buscaremos analisar as praxeologias didáticas adotadas pelos autores na abordagem de ângulos, identificando os principais tipos de tarefas relativas ao conceito de ângulos, as técnicas mobilizadas para o estudo dessas

tarefas e, também, a tecnologia que sustenta essas técnicas inerentes às tarefas propostas.

3º critério: Identificaremos se os livros didáticos propõem atividades utilizando outros instrumentos de ensino, como softwares, favorecendo o desenvolvimento do pensamento geométrico, por parte dos alunos.

### **4.3 ANÁLISE DOS LIVROS**

Com os livros didáticos escolhidos, o trabalho de análise desenvolveu-se da seguinte maneira: selecionamos, em cada livro, atividades relacionadas ao conceito de ângulos em Geometria Plana. Após a seleção do material, identificamos os critérios que pré-definimos para esta análise e observamos as diferenças, de forma comparativa, entre os livros escolhidos.

#### **4.3.1 ANÁLISE DO LIVRO 1:**

Matemática: Ensino Fundamental – 7ª série, 8º ano

OBRA COLETTIVA – Projeto Araribá

Editora Moderna

2007

**1º critério: como a articulação entre os registros de representação semiótica é realizada?**

Neste livro, os autores introduzem o conceito de ângulos recorrendo a algumas curiosidades sobre ‘o skate’ e com alguns exemplos em arquitetura, buscando aproximar a realidade e as atividades do dia a dia com o conteúdo estudado em sala de aula:

**Figura 3 – Demonstração de ângulos / manobra** – Fonte: Obra coletiva – Projeto Araribá (2007, p. 92)



**Figura 4 – Ângulos e medidas em arquitetura** – Fonte: Obra coletiva – Projeto Araribá (2007, p. 94)



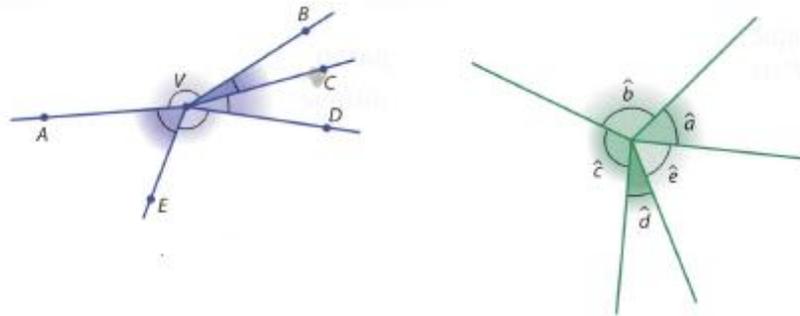
Já na introdução de medidas, os autores sugerem e demonstram a conversão em três registros distintos e os tratamentos realizados em cada registro:

No registro de língua materna (escrita), exemplo:

*O ângulo  $A\hat{O}B$ , que representa um ângulo de meia-volta, é formado pelas semirretas  $\overrightarrow{OA}$  e  $\overrightarrow{OB}$ . O ângulo  $A\hat{O}B$  tem medida igual a  $180^\circ$ , que indicamos assim:  $med(A\hat{O}B) = 180^\circ$ . (OBRA COLETIVA, 2007, p.95)*

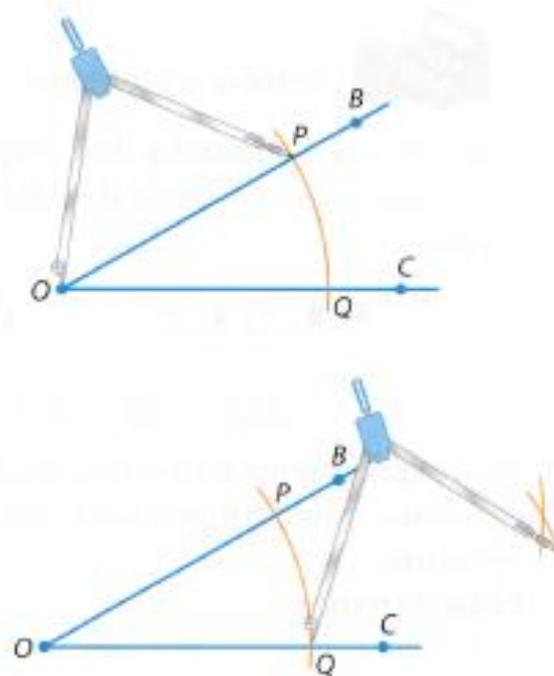
No registro figural:

**Figura 5 – Ângulos consecutivos e adjacentes** – Fonte: Obra coletiva – Projeto Araribá (2007, p. 108)



Na utilização de material concreto: demonstrando algumas atividades com o auxílio do transferidor, lápis, papel, compasso e por meio de dobradura:

**Figura 6 – Construção da bissetriz de um ângulo com régua e compasso** –  
Fonte: Obra coletiva – Projeto Araribá (2007, p. 107)



### Figura 7 – Construção da bissetriz de um ângulo por meio de dobradura –

Fonte: Obra coletiva – Projeto Araribá (2007, p. 107)

#### Construção da bissetriz de um ângulo por meio de dobradura



**2º critério:** quais os principais tipos de tarefas utilizadas no estudo de ângulos, as técnicas mobilizadas para o estudo dessas tarefas e, também, a tecnologia que sustenta essas técnicas inerentes às tarefas propostas?

**Situação 1:** Como é introduzida e estudada a medida de um ângulo?

**Tarefa 1:** Introduzir a noção de medida de um ângulo.

**Técnica 1.1:** Utilizar um transferidor, que pode representar um ângulo de  $180^\circ$  ou um ângulo de  $360^\circ$ , onde o centro do transferidor deve coincidir com o vértice do ângulo; uma das semirretas deve ficar alinhada com o ponto central e a indicação do ângulo  $0^\circ$  do transferidor e a outra semirreta estará sobre a marca do ângulo a ser medido com o transferidor.

**Quadro teórico-tecnológico:** O quadro teórico-tecnológico que fundamenta a técnica utilizada baseia-se no fato de que ângulo é a região do plano determinada por duas semirretas de mesma origem.

**Situação 2:** Como são introduzidas as transformações das unidades de medidas de ângulos?

**Tarefa 2:** Introduzir as transformações das unidades de medidas de ângulos.

**Técnica 2.1:** Na transformação de graus em minutos e segundos, onde queremos representar o ângulo de  $120^\circ$ , sabemos que  $1^\circ = 60'$ ; desse modo,  $120^\circ$  será igual a 120 vezes  $1^\circ$ , ou seja, para encontrar a representação de  $120^\circ$  em minutos, basta multiplicar 120 por 60 que é igual a  $7.200'$ . Agora que já sabemos o total em minutos, basta multiplicar  $7.200'$  por 60 para representar  $120^\circ$  em segundos.

**Técnica 2.2:** Na transformação de segundos em minutos e graus, vamos representar  $14.323''$ . Sabemos que  $60'' = 1'$ , então, precisamos dividir 14.323 por 60 que é igual a 238 com sobra 43. Para descobrir quantos graus cabem em  $238'$ , é preciso dividir 238 por 60 que é igual a 3 com sobra 58. Portanto em  $14.323''$  há  $3^\circ 58' 43''$ ,

**Quadro teórico-tecnológico:** O quadro teórico-tecnológico que justifica as técnicas utilizadas baseia-se que a unidade de medida de um ângulo é o grau e que o minuto e o segundo são seus submúltiplos, indicando a medida de ângulos que não tenham como medida um número inteiro de graus.

**Situação 3:** Como é identificada / construída a bissetriz de um ângulo?

**Tarefa 3:** Construir a bissetriz de um ângulo.

**Técnica 3.1:** Em uma folha de papel, desenhe um ângulo qualquer e, em seguida, recorte-o pelos lados; dobre o ângulo recortado fazendo coincidir os dois lados que o formam. Desdobre o ângulo, a marca obtida no papel representa a bissetriz do ângulo.

**Técnica 3.2:** Em uma folha de papel, desenhe um ângulo qualquer; identifique os lados e o vértice do ângulo e, em seguida, abra o compasso em uma abertura qualquer e coloque a ponta seca no vértice  $O$ . Trace um arco determinando o ponto  $P$  na semirreta  $\overline{OB}$  e o ponto  $Q$  na semirreta  $\overline{OC}$ . Com qualquer abertura o

compasso, coloque a ponta seca em  $P$  e trace um pequeno arco; repita o procedimento colocando a ponta seca em  $Q$ . Os dois pequenos arcos interceptam-se no ponto  $D$ ; a semirreta  $\overline{OD}$  é a bissetriz do ângulo.

**Quadro teórico-tecnológico:** O quadro teórico-tecnológico que justifica as técnicas utilizadas baseia-se no fato de que a bissetriz de um ângulo é a semirreta que tem origem no vértice do ângulo e o divide em dois ângulos congruentes.

**3º critério: o livro didático propõe atividades utilizando outros instrumentos de ensino, como softwares, favorecendo o desenvolvimento do pensamento geométrico, por parte dos alunos?**

Acreditamos, em nossos estudos, que o uso do computador na educação objetiva a integração do processo de aprendizagem em todas as áreas de ensino, desempenhando papel de facilitador entre o aluno e a construção de seu conhecimento. Porém, notamos que o livro didático analisado acima, não apresenta atividades utilizando algum modelo de software matemático como recurso na resolução dos problemas propostos.

#### 4.3.2 ANÁLISE DO LIVRO 2:

Praticando Matemática – 7ª série, 8º ano  
 ANDRINI, A. & VASCONCELOS, M. J.  
 Editora do Brasil  
 2002

**1º critério: como a articulação entre os registros de representação semiótica é realizada?**

Neste livro, o conceito de ângulos é apresentado junto com polígonos, na forma de revisão de conteúdo já estudados em outras séries. A apresentação dos

ângulos é feita com ilustrações de transferidor, assoalhos de madeira e também com a bandeira da Jamaica:

**Figura 8 – Demonstração de ângulos** – Fonte: Andrini, A. & Vasconcelos, M. J (2002, p. 159)



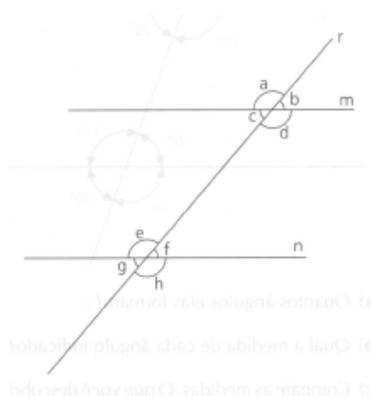
Contudo, o livro apresenta a articulação de ângulos em dois registros diferentes, e os tratamentos realizados em cada registro:

No registro de língua materna (escrita), exemplo:

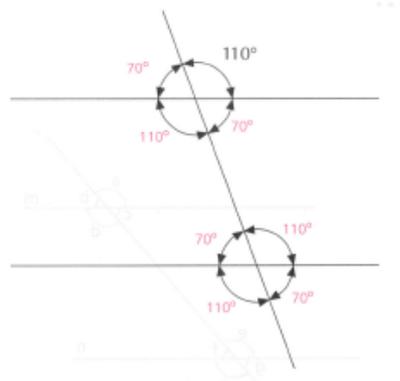
*[...] m e n são retas paralelas. Conhecendo a medida de um dos ângulos,  $a = 130^\circ$ , por exemplo, podemos determinar a medida dos demais. Veja: Como  $m \parallel n$ , os ângulos correspondentes são congruentes [...] (ANDRINI, A. & VASCONCELOS, 2002, p. 161).*

No registro figural:

**Figura 9 – Identificação dos ângulos** – Fonte: Andrini, A. & Vasconcelos, M. J (2002, p. 161)



**Figura 10 – Medidas dos ângulos** – Fonte: Andrini, A. & Vasconcelos, M. J (2002, p. 161)



Na sugestão de utilização de material concreto, como o transferidor e o caderno (como recurso na utilização das folhas pautadas para representar retas paralelas), na resolução de algumas atividades propostas pelos autores.

**2º critério: quais os principais tipos de tarefas utilizadas no estudo de ângulos, as técnicas mobilizadas para o estudo dessas tarefas e, também, a tecnologia que sustenta essas técnicas inerentes às tarefas propostas?**

**Situação 1:** Como é introduzida e estudada a medida de um ângulo?

**Tarefa 1:** Introduzir a noção de medida de um ângulo.

**Técnica 1.1:** Utilizando as linhas paralelas do caderno, trace duas retas paralelas e corte-as com uma reta transversal. Com o auxílio do transferidor, anote no caderno as medidas de cada ângulo encontrado na figura.

**Técnica 1.2:** Trace outras duas retas paralelas  $r$  e  $s$  cortadas por uma transversal; identifique se os pares de ângulos correspondentes são congruentes.

**Quadro teórico-tecnológico:** O quadro teórico-tecnológico que fundamenta as técnicas utilizadas baseia-se na propriedade de que duas retas paralelas cortadas por uma transversal determinam ângulos correspondentes congruentes.

**Situação 2:** Como identificar se duas retas são paralelas?

**Tarefa 2:** Identificar se duas retas são paralelas.

**Técnica 2.1:** Com a ajuda do transferidor, verifique as medidas de cada ângulo encontrado na figura. As retas serão paralelas se os ângulos correspondentes forem congruentes.

**Quadro teórico-tecnológico:** O quadro teórico-tecnológico que fundamenta a técnica utilizada é o mesmo apontado na Situação 1, onde duas retas paralelas cortadas por uma transversal determinam ângulos correspondentes congruentes.

**Situação 3:** Como calcular a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer?

**Tarefa 3:** Calcular a soma dos ângulos internos de um triângulo.

**Técnica 3.1:** Desenhe um triângulo ABC qualquer e nomeie seus ângulos internos. Pelo vértice A, trace uma reta paralela ao lado BC, obtendo os ângulos x e y, onde  $x = b$  (ângulos alternos internos) e  $y = c$  (ângulos alternos internos); verifique que  $a + x + y = 180^\circ$  (ângulo raso); com isso, conclui-se que  $a + b + c = 180^\circ$ .

**Quadro teórico-tecnológico:** O quadro teórico-tecnológico que fundamenta a técnica utilizada é a propriedade de que a soma das medidas dos ângulos internos de qualquer triângulo é  $180^\circ$ .

**3º critério: o livro didático propõe atividades utilizando outros instrumentos de ensino, como softwares, favorecendo o desenvolvimento do pensamento geométrico, por parte dos alunos?**

O livro, em nenhum momento, propõe a utilização de algum modelo de software matemático como recurso na resolução de atividades. Não apenas no conceito de ângulos, mas também em nenhum outro conteúdo matemático abordado pelos autores.

#### 4.3.3 ANÁLISE DO LIVRO 3:

Matemática – 7ª série, 8º ano

BIANCHINI, E.

Editora Moderna

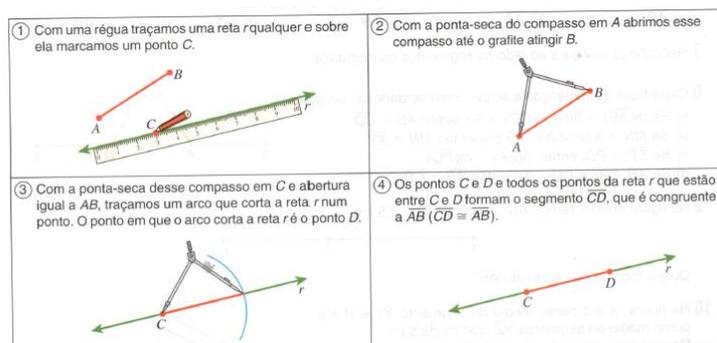
2008

**1º critério: como a articulação entre os registros de representação semiótica é realizada?**

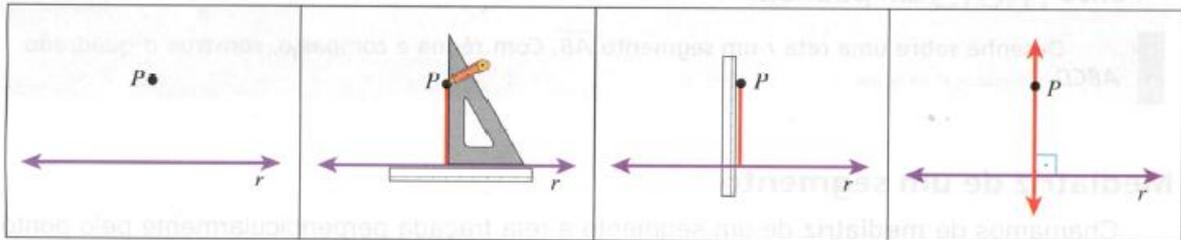
Neste livro, o conceito de ângulos é estudado em paralelo ao conceito de retas, sugerindo, logo no início do capítulo, a utilização de régua e compasso na construção de segmentos congruentes e transferidor para a construção da bissetriz:

**Figura 11 – Construção de segmentos congruentes com régua e compasso –**

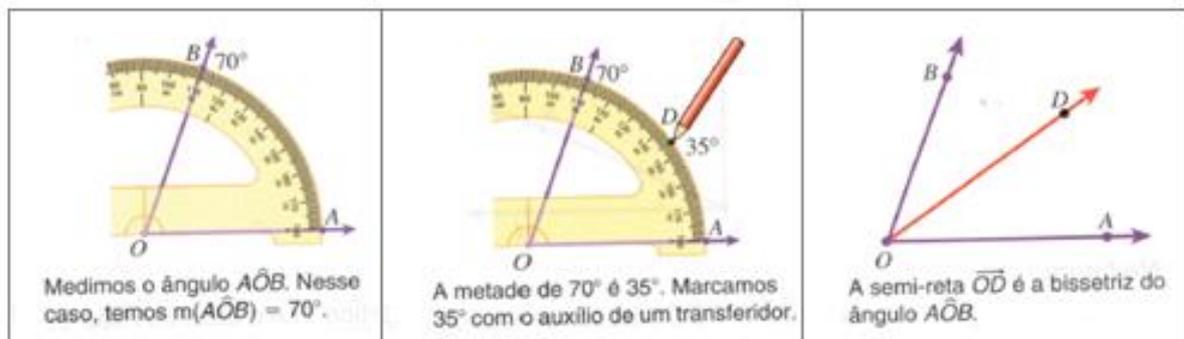
Fonte: Bianchini, E. (2008, p. 128)



**Figura 12 – Construção de perpendiculares** – Fonte: Bianchini, E. (2008, p. 136)



**Figura 13 – Bissetriz de um ângulo** – Fonte: Bianchini, E. (2008, p. 132)

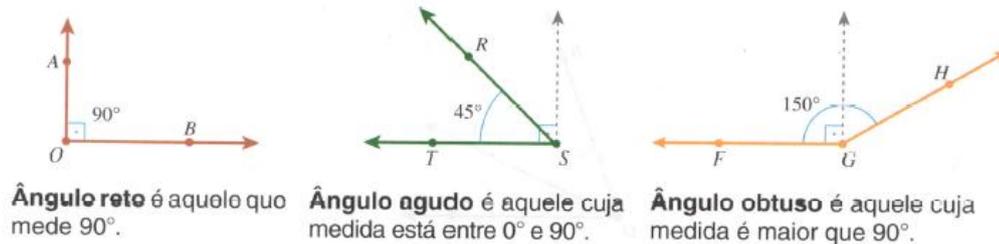


O livro também apresenta o conteúdo no registro de língua materna:

*Duas semi-retas de mesma origem formam um ângulo. Na figura ao lado, o ponto  $O$  é o vértice do ângulo e as semi-retas  $\overrightarrow{AO}$  e  $\overrightarrow{OB}$  são os lados. Indicamos esse ângulo escrevendo  $A\hat{O}B$ . O pequeno arco marcado nessa figura indica a abertura de ângulo que estamos considerando. O ângulo formado por duas semi-retas opostas é chamado de ângulo raso ou de meia volta. (BIANCHINI, E., 2008, p. 129)*

E no registro figural, com a demonstração da explicação realizada em língua materna:

**Figura 14 – Definição dos ângulos** – Fonte: Bianchini, E. (2008, p. 129)



**2º critério:** quais os principais tipos de tarefas utilizadas no estudo de ângulos, as técnicas mobilizadas para o estudo dessas tarefas e, também, a tecnologia que sustenta essas técnicas inerentes às tarefas propostas?

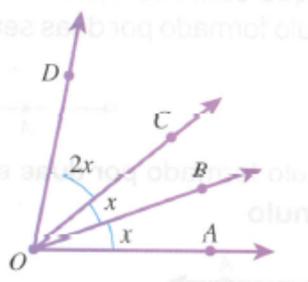
**Situação 1:** Como é introduzida e estudada a medida de um ângulo?

**Tarefa 1:** Introduzir a noção de medida de um ângulo.

**Técnica 1.1:** A unidade de medida de ângulo mais utilizada é o grau (simboliza-se por  $1^\circ$ ). Ele é obtido quando dividimos o ângulo e uma volta em 360 ângulos iguais. À abertura de um desses ângulos associa-se a medida unitária  $1^\circ$ . De acordo com essas medidas, os ângulos recebem nomes especiais como: ângulo reto (é aquele que mede  $90^\circ$ ), ângulo agudo (é aquele cuja medida está entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$ ) e ângulo obtuso (é aquele cuja medida é maior que  $90^\circ$ ). Dessa forma, classifique o ângulo  $A\hat{O}B$ , nos seguintes casos:  $m(A\hat{O}B) = 90^\circ$ ;  $m(A\hat{O}B) < 90^\circ$ ;  $m(A\hat{O}B) > 90^\circ$ .

**Técnica 1.2:** Sendo  $x$  a medida de um ângulo, observe a figura e responda:

**Figura 15 – Ângulos congruentes** – Fonte: Bianchini, E. (2008, p. 130)



Encontre o ângulo congruente com  $\widehat{A\hat{O}B}$ ; Encontre o ângulo congruente com  $\widehat{C\hat{O}D}$ , Se  $x = 20^\circ$ , quanto mede o ângulo  $\widehat{A\hat{O}D}$ ?; Se  $x = 22^\circ 30'$ , quanto mede o ângulo  $\widehat{C\hat{O}D}$ ?; Se  $m(\widehat{A\hat{O}D}) = 71^\circ$ , calcule a medida de  $x$ .

**Quadro teórico-tecnológico:** O quadro teórico-tecnológico que justifica a técnica utilizada baseia-se no estudo das medidas dos ângulos e na congruência de ângulos.

**Situação 2:** Como construir a bissetriz de um ângulo?

**Tarefa 2:** Construir a bissetriz de um ângulo.

**Técnica 2.1:** Bissetriz de um ângulo é a semi-reta com origem no vértice desse ângulo e que o divide em dois outros ângulos congruentes. Sendo assim, trace a bissetriz de um ângulo de  $70^\circ$  com a utilização de um transferidor.

**Técnica 2.2:** Desenhe um ângulo qualquer e trace sua bissetriz com o auxílio de régua e compasso.

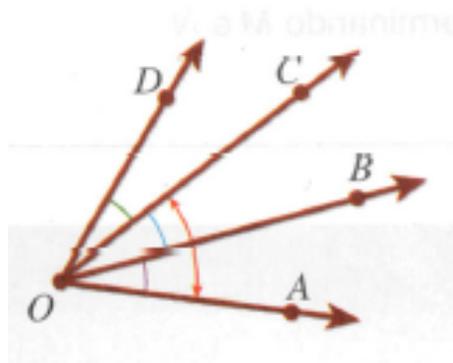
**Quadro teórico-tecnológico:** O quadro teórico-tecnológico que suporta a técnica utilizada baseia-se no estudo de medida de ângulos e semi-retas e a determinação da bissetriz com a utilização de material concreto.

**Situação 3:** Como classificar dois ângulos como ângulos consecutivos e ângulos adjacentes?

**Tarefa 3:** Classificar os ângulos em ângulos consecutivos e ângulos adjacentes.

**Técnica 3.1:** Observe a figura e classifique as sentenças como verdadeiras ou falsas:

**Figura 16 – Ângulos consecutivos e congruentes** – Fonte: Bianchini, E. (2008, p. 131)



$\widehat{AÔB}$  e  $\widehat{AÔC}$  são ângulos consecutivos;  $\widehat{AÔB}$  e  $\widehat{BÔC}$  são ângulos adjacentes;  $\widehat{BÔC}$  e  $\widehat{CÔD}$  são ângulos consecutivos;  $\widehat{BÔC}$  e  $\widehat{CÔD}$  são ângulos adjacentes;  $\widehat{AÔC}$  e  $\widehat{BÔC}$  são ângulos adjacentes.

**Técnica 3.2:** Desenhe dois ângulos consecutivos  $\widehat{AÔB}$  e  $\widehat{AÔC}$ . Se  $m(\widehat{AÔC}) = x$  e  $m(\widehat{AÔB}) = y$ , encontre a expressão que indica a medida de  $\widehat{BÔC}$ .

**Técnica 3.3:** Dois ângulos  $\widehat{AÔB}$  e  $\widehat{BÔC}$  são adjacentes. Sabe-se que  $m(\widehat{AÔB}) = 34^\circ$  e  $m(\widehat{BÔC}) = 58^\circ$ . Encontre a medida do ângulo  $\widehat{AÔC}$ .

**Quadro teórico-tecnológico:** O quadro teórico-tecnológico que justifica a utilização da técnica baseia-se no estudo de ângulos consecutivos e adjacentes e medida de ângulos.

Após a definição dos itens que nortearam a análise de como os autores introduzem o conceito de ângulos nos livros didáticos de 8º ano do Ensino Fundamental, apresentaremos os resultados dessa análise nos dados do **Quadro 1**:

**Quadro 1 – Resultado da análise e descrição da organização didática dos livros quanto às atividades e ao conteúdo apresentado – Fonte: Dados do pesquisador.**

Tarefa	Técnica	Livro 1	Livro 2	Livro 3
Introduzir a noção de medida de um ângulo	Utilizar um transferidor onde o centro deverá coincidir com o vértice do ângulo	x	x	
	Utilizar as linhas paralelas do caderno e realizar a medição com um transferidor		x	
	Traçar duas retas paralelas cortadas por uma transversal e identificar se os ângulos são congruentes		x	x
Introduzir as transformações das unidades de medidas de ângulos	Realizar a conversão tomando por base que $1^\circ = 60'$	x		x
	Realizar a conversão tomando por base que $60'' = 1'$	x		x
Construir a bissetriz de um ângulo	Construção por meio de dobradura (tesoura e papel)	x		
	Construção com papel, régua, compasso ou transferidor	x		x
Como identificar se duas retas são paralelas	Utilizar um transferidor para encontrar as medidas dos ângulos		x	
Calcular a soma dos ângulos internos de um triângulo	Desenhar um triângulo e traçar uma reta paralela ao vértice para encontrar os ângulos alternos internos		x	
Classificar os ângulos em ângulos consecutivos e ângulos adjacentes	Classificar através da apresentação de uma figura			x
	Desenhar dois ângulos consecutivos e encontrar uma medida x pré-determinada			x

#### **4.4 RESULTADOS DA ORGANIZAÇÃO DIDÁTICA COM ENFOQUE NAS ATIVIDADES APRESENTADAS**

Pela análise realizada com a ajuda do Quadro 1, nota-se que:

A noção de medida de um ângulo é tratada em todos os livros didáticos pesquisados, porém, com técnicas diferentes. O três livros utilizam-se de materiais concretos como: o transferidor, compasso, régua, que auxiliam na medição e identificação dos ângulos. Por sua vez, apenas o Livro 3 apresenta atividades mais completas que trazem a noção de congruência para complementar as tarefas de medição dos ângulos.

Diferente do Livro 2, os livros 1 e 3 apresentam, em relação às transformações das unidades de medidas de ângulos, atividades que favorecem a realização das conversões de graus em minutos e segundos, também de minutos e segundos em graus. O Livro 2 não traz nenhuma atividade similar, porém apresenta o conteúdo como conceito já estudado em séries anteriores.

Notamos essa diferença também na atividade de construção da bissetriz de um ângulo. Os livros 1 e 3 sugerem a utilização de régua e compasso para a construção da bissetriz, enquanto o Livro 2 trabalha com a bissetriz como um conceito já adquirido pelos alunos, e não apresenta nenhuma atividade relacionada a esse tema. O Livro 1, diferente dos outros dois livros analisados, complementa o estudo trazendo uma sugestão de atividade por meio de dobraduras, favorecendo a absorção do conteúdo por parte dos alunos.

Na tarefa de identificação de retas paralelas, apenas o Livro 2 apresenta atividades relacionadas à paralelismo. O livro sugere a utilização de um transferidor para encontrar as medidas dos ângulos explicando a correspondência e congruência entre eles. Também neste livro, encontramos atividades que utilizam a propriedade dos ângulos alternos internos para calcular a soma dos ângulos internos de um triângulo.

Apenas o Livro 3, por sua vez, apresenta atividades de classificação dos ângulos em ângulos consecutivos e ângulos adjacentes. Essa classificação é realizada através da apresentação de algumas figuras nas atividades. Os outros dois livros não apresentam atividades com este conteúdo.

Apesar dos três livros contemplarem atividades relacionadas com a noção de introdução à Geometria Plana com os ângulos, mobilizando vários registros de representação, notamos que, em nenhum deles, há a sugestão de utilização de softwares geométricos para realização das atividades, o que favoreceria o desenvolvimento do pensamento geométrico por parte dos alunos.

## CAPÍTULO 5

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, apresentaremos as principais conclusões baseadas no referencial teórico que adotamos para sustentar este trabalho.

Constatamos que, quanto à Teoria dos Registros de Representação Semiótica, os três livros analisados privilegiam os registros na língua materna, figural/simbólico e apresentam atividades com a utilização de material concreto. Porém, apesar dos três livros apresentarem atividades em diferentes registros de representação, e tratamentos em cada registro, notamos que em nenhum dos livros aparece alguma atividade de conversão entre os registros. A *não* apresentação dessas conversões pode ser uma limitação no processo de aprendizagem, dificultando o desenvolvimento do pensamento matemático. Duval (2008, *apud* ORDEM, 2010) reforça que o acesso à compreensão em Matemática necessita uma articulação entre os diferentes tipos de registros de representação.

Observamos também que, mesmo os três livros apresentando tratamentos dentro de um mesmo registro, esses tratamentos não são significativo e nenhum dos livros apresenta atividades que favorecem a exploração de diferentes registros, e a utilização de recursos tecnológicos para complementar o ensino.

Em relação à Teoria Antropológica do Didático, constatamos que os três livros pesquisados apresentam tarefas claras, porém, pouco estruturadas, apresentadas com um quadro teórico-tecnológico disponível. Acreditamos que as tarefas apresentadas não sejam desafiadoras para os alunos, pois as atividades são pouco exploradas e não facilitam a produção de conjecturas.

Observamos que os principais gêneros de tarefas que os livros apresentam são:

- Introduzir a noção de medida de um ângulo;
- Construir a bissetriz de um ângulo.

Nossa questão de pesquisa procurava responder se os livros didáticos desenvolvem o conteúdo referente à Ângulos, em Geometria Plana, propondo atividades utilizando outros instrumentos de ensino, como softwares, favorecendo o desenvolvimento do pensamento geométrico por parte dos alunos.

A pesquisa mostrou que os livros analisados não exploram algumas das propriedades relacionadas com os ângulos, e não fazem referência e sugestão às atividades que necessitem de recurso tecnológico. O estudo também mostrou que a articulação entre os registros de representação está ausente, e que os tratamentos em cada registro são limitados.

## REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Educação matemática – Uma (nova) introdução**. 3 ed. São Paulo: EDUC, 2008.

BOYER, Carl. B. **História da matemática**. 2 ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1996.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

ORDEM, Jacinto. **Prova e demonstração em Geometria: uma busca da organização Matemática e Didática em Livros Didáticos de 6ª a 8ª séries de Moçambique**. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

CARVALHO, Luis Carlos de. **Análise da organização didática da geometria espacial métrica nos Livros Didáticos**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

ALMOULOUD, S. A; MANRIQUE, A. L; SILVA, M. J. F. da; CAMPOS, T. M. M. **A Geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos**. *Rev. Bras. Educ.*, Dez 2004, no.27, p.94-108. ISSN 1413-2478, Rio de Janeiro, 2004. Disponível em <<http://www.scielo.br/cgi-bin/wxis.exe/iah/>>. Acesso em 05 de novembro de 2011.

\_\_\_\_\_, **Parâmetros Curriculares Nacionais – 5ª a 8ª séries**. Brasília: MEC/SEF, 1998.